

Mouvements de particules chargées dans des champs électriques et magnétiques

I – Champ électrique seul :

1 - Analogie formelle :

On considère une particule chargée ponctuelle M (+ q) de masse m en mouvement dans un champ électrostatique \vec{E}_0 uniforme et indépendant du temps. Le référentiel d'étude est celui du laboratoire supposé galiléen.

Le PFD appliqué à la particule donne :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} \quad \text{soit} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

Il y a analogie avec un point matériel dans le champ de pesanteur supposé uniforme :

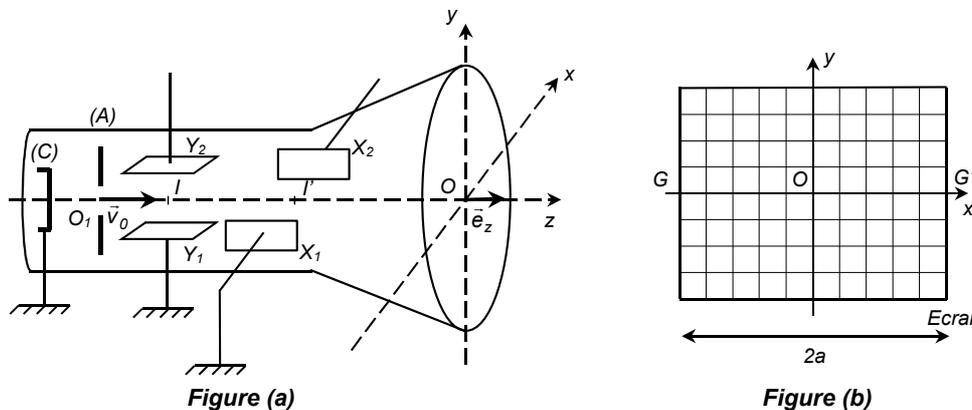
$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} \quad \text{soit} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}$$

Par conséquent, le mouvement d'une particule dans le champ \vec{E}_0 sera soit une droite soit une parabole.

2 – Principe de l'oscilloscope analogique :

Solution

Le tube d'un oscilloscope est une ampoule où la pression résiduelle est très faible et dans laquelle sont installés un canon à électrons, deux systèmes de plaques défectrices et un écran luminescent sous l'impact des électrons. Ce tube est à symétrie cylindrique d'axe (Oz) horizontal (voir figure (a)).

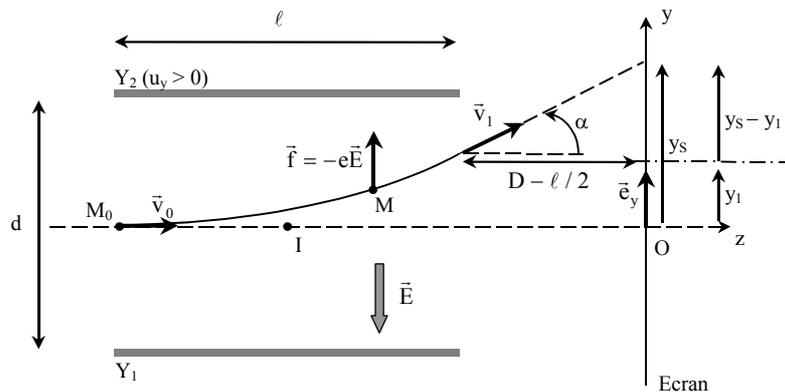


a - Le canon à électrons : une cathode (C) émet des électrons sans vitesse ; ceux-ci arrivent sur l'anode (A) et la traversent par une petite ouverture (O₁) située sur l'axe (Oz) avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_z$. Déterminer la tension U₀ à appliquer entre la cathode et l'anode pour que $v_0 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Données : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (valeur absolue de la charge d'un électron) et $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (masse d'un électron). On rappelle que l'énergie potentielle d'une charge q placée au potentiel U vaut qU.

b - La déviation verticale : les plaques sont des rectangles de longueur ℓ parallèles à (Oz) ; l'écartement des plaques est noté d. Leurs positions sont repérées par les centres géométriques I et I' des condensateurs ainsi constitués. Le centre de l'écran est noté O, origine d'un système d'axe (Oxyz) (voir figure précédente). On pose IO = D et I'O = D'.

On applique entre les plaques horizontales Y_1 et Y_2 centrées en I une différence de potentiel $u_y = V_{y2} - V_{y1}$ et entre les plaques verticales X_1 et X_2 une différence de potentiel $u_x = V_{x2} - V_{x1}$. Lorsque $u_x = u_y = 0$, on observe un spot lumineux en O.

On maintient $u_x = 0$ et on établit une différence de potentiel constante u_y non nulle. On admet que le champ électrique résultant dans le parallélépipède défini par Y_1 et Y_2 est uniforme et nul à l'extérieur. Un électron pénètre (à $t = 0$) dans ce champ au point de coordonnées $(0,0,z_0)$ avec le vecteur vitesse \vec{v}_0 défini à la question (a). On appelle \vec{v}_1 son vecteur vitesse quand il quitte le condensateur constitué par les plaques horizontales.



- Déterminer la durée τ de la traversée du condensateur et l'ordonnée y_s du spot lumineux sur l'écran.
- Calculer numériquement τ et y_s avec : $\ell = 5,0 \text{ cm}$; $d = 4,0 \text{ cm}$; $D = 50 \text{ cm}$; $v_0 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ km.s}^{-1}$ et $u_y = 100 \text{ V}$.

Résultat important : la déviation y_s est proportionnelle à la différence de potentiel u_y appliquée.

3 – Simulation de la déviation verticale :

Cliquer sur :

[Animation déviation](#)

II – Champ magnétique seul :

1 – Puissance de la force magnétique :

On considère une particule chargée ponctuelle M ($+q$) de masse m en mouvement dans un champ magnétostatique \vec{B}_0 uniforme et indépendant du temps. Le référentiel d'étude est celui du laboratoire.

Le PFD appliqué à la particule donne :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

La puissance de la force magnétique est nulle ($P = (q\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$). Par conséquent, d'après le théorème de la puissance cinétique :

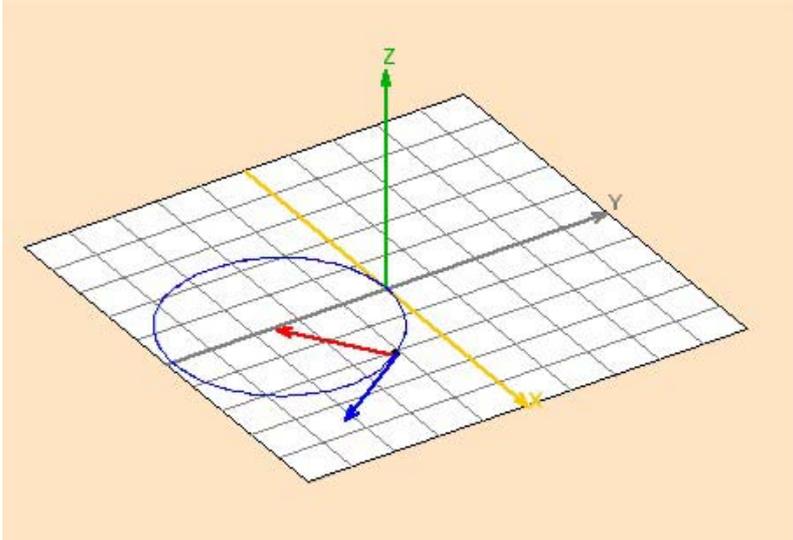
$$P = \frac{dE_c}{dt} = 0 \quad \text{soit} \quad E_c = \text{cste} \quad \text{et} \quad v = \text{cste}$$

Un champ magnétique ne modifie pas la norme de la vitesse mais seulement sa direction.

2 – Mouvement circulaire :

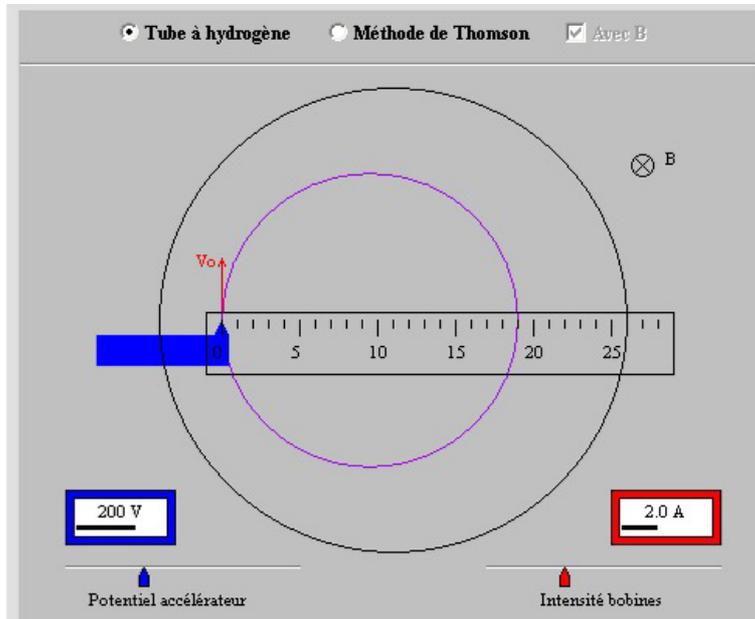
On considère une particule chargée ponctuelle $M (+q)$ de masse m en mouvement dans un champ magnétostatique $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$ uniforme et indépendant du temps.

La vitesse initiale de la particule est perpendiculaire au champ et portée, par exemple, selon l'axe (Ox) : $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$.



Simulation

Travaux pratiques : influences de la tension accélératrice du canon à électrons (donc de la vitesse initiale : $v_0 = k\sqrt{U}$) et de l'intensité traversant les bobines d'Helmholtz (donc du module du champ magnétique : $B = k' I$).



Simulation

Compléter le tableau suivant :

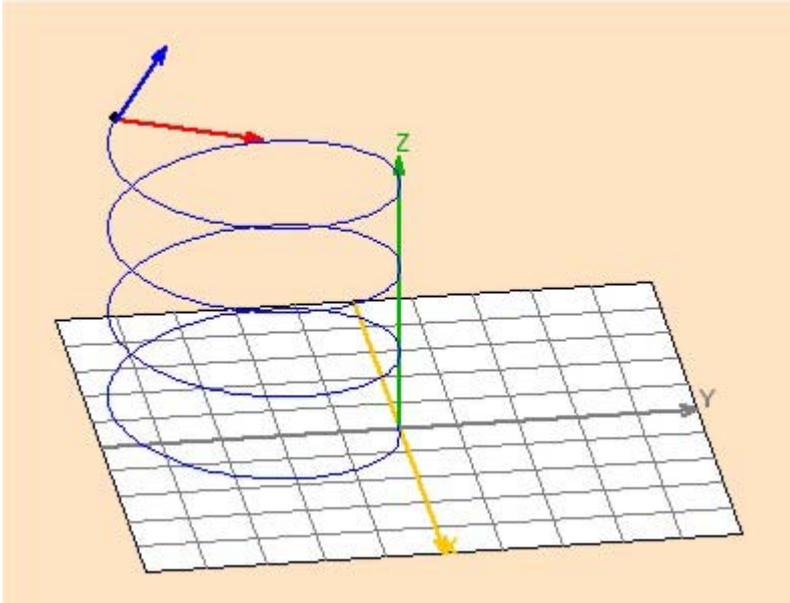
	Manip 1	Manip 2	Manip 3
I (A)	1	1,5	1,5
U (V)	200	200	300
Diamètre (cm)			

3 – Mouvement hélicoïdal :

On considère une particule chargée ponctuelle M (+ q) de masse m en mouvement dans un champ magnétostatique $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$ uniforme et indépendant du temps.

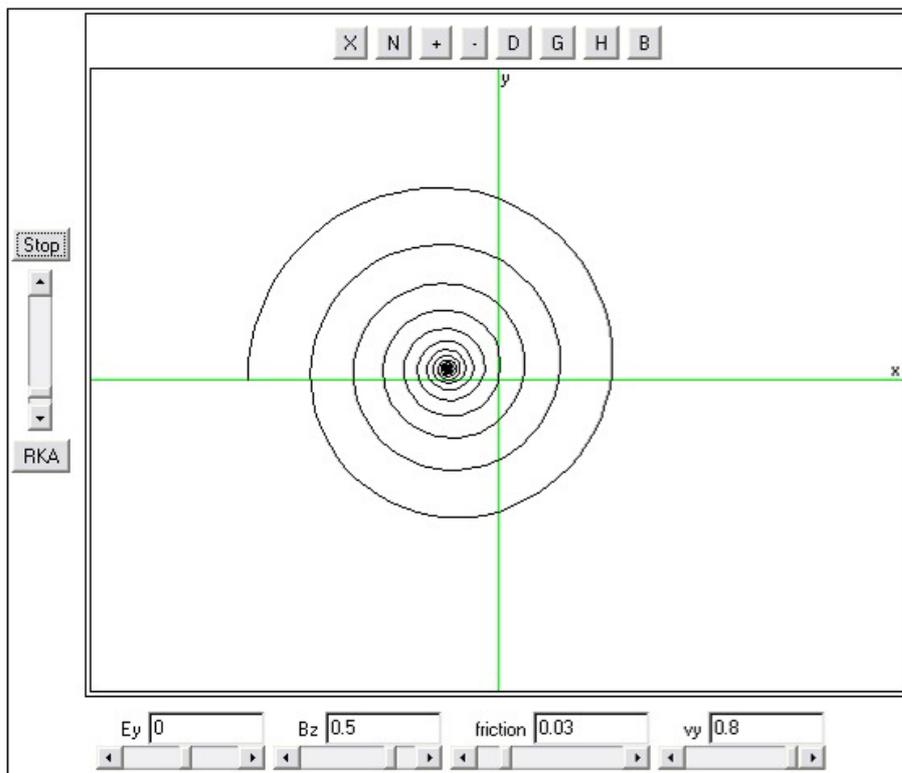
La vitesse initiale de la particule est quelconque et peut s'écrire, par un choix convenable des axes :

$$\vec{v}_0 = v_a \sin \alpha \vec{u}_x + v_a \cos \alpha \vec{u}_z$$



[Simulation](#)

4 – Application : chambres à bulles :



[Simulation](#)

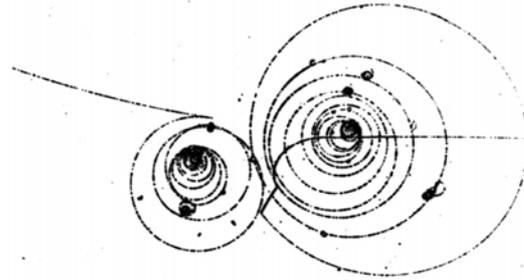
Le principe d'une chambre à bulles (détecteur mis au point en 1953 par le physicien américain Glaser, prix Nobel de physique en 1960) est le suivant : un liquide (souvent de l'hydrogène)

placé dans une chambre, est comprimé par un piston (phase (1), figure ci-contre) ; sa température est supérieure à sa température d'ébullition sous la pression atmosphérique, mais inférieure à sa température d'ébullition sous la pression à laquelle il se trouve placé. Juste après le passage de la particule à détecter, on détend le piston (pendant 1 ms environ, phase (2)), et le liquide revient à la pression atmosphérique. L'ébullition débute autour des ions créés par la particule. Si on éclaire par un flash et que l'on photographie, la trajectoire est matérialisée par un chapelet de petites bulles.

La figure suivante montre un exemple de cliché (réalisé en 1973) représentant la désintégration d'un méson K^+ en vol. On remarque nettement deux trajectoires en forme de spirale qui traduisent l'apparition de particules chargées stables lors de la désintégration du méson.

Cet exercice se propose de modéliser de manière simple le mouvement horizontal d'un proton dans une chambre à bulles.

On se place dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen. Le proton de masse m et de charge e , considéré comme un point matériel, a une vitesse initiale \vec{v}_0



en un point fixe O ; il est dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme et constant \vec{B} . Afin d'interpréter la trajectoire précédente en forme de spirale, on modélise la force que le liquide exerce sur le proton par une force de frottement fluide $\vec{f} = -k\vec{v}$, où k est une constante positive et \vec{v} la vitesse du proton à l'instant t . On posera $\omega_c = eB / m$ et $\tau = m / k$.

a - Etablir l'équation différentielle vectorielle du mouvement du proton.

b On désigne par $(Oxyz)$ un trièdre orthogonal direct lié au laboratoire et par $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ la base de vecteurs unitaires associée. On choisit $\vec{B} = B\vec{u}_z$ et $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$. Montrer que (et déterminer les constantes a et b en fonction de ω_c et τ) :

$$\frac{dv_x}{dt} = av_y - bv_x \quad (1) \quad \text{et} \quad \frac{dv_y}{dt} = -av_x - bv_y \quad (2)$$

c - On pose i le nombre complexe tel que $i^2 = -1$; pour résoudre le système d'équations précédent, on définit le nombre complexe $\underline{V} = v_x + iv_y$. Montrer que les équations (1) et (2) sont équivalentes à une équation différentielle dont la solution est de la forme $\underline{V} = v_0 \exp(-(b + ia)t)$. En déduire v_x et v_y .

d - Déduire de \underline{V} l'expression de $\underline{X} = x(t) + iy(t)$ en fonction de a , b , v_0 et t .

e - Déterminer la limite, notée \underline{X}_∞ , de \underline{X} lorsque t tend vers l'infini. En déduire la position limite $M_\infty (x_\infty, y_\infty)$ en fonction de ω_c , τ et v_0 . Donner l'allure de la trajectoire.

Données :

$$B = 10^{-2} T, m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, v_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}, \tau = 10^{-5} \text{ et } 10^{-6} \text{ s} .$$

Solution

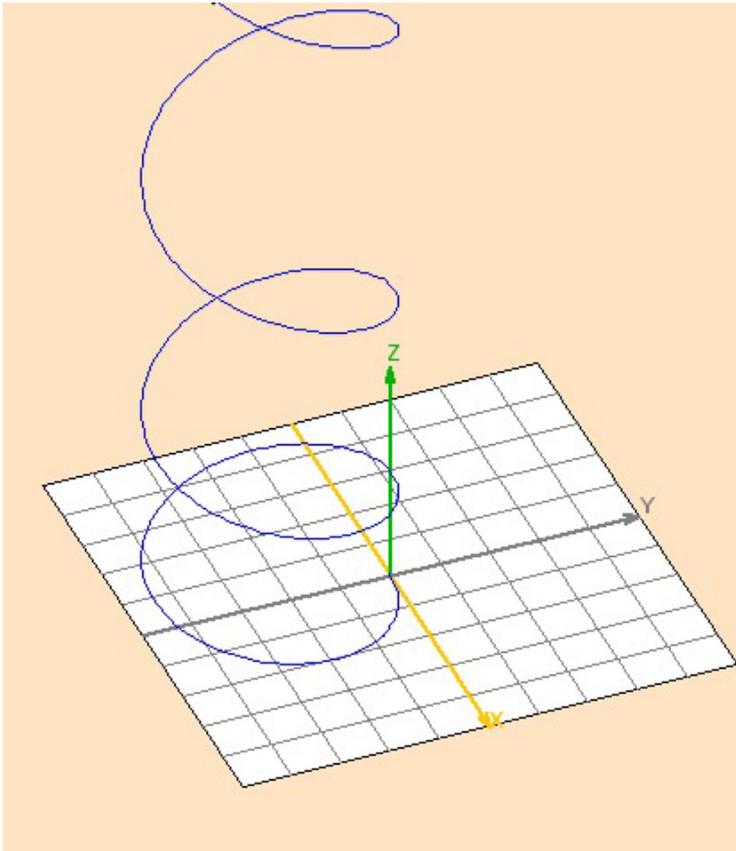
III – Champ électrique et champ magnétique :

1 – Hélice à pas variable :

On considère une particule chargée ponctuelle M (+ q) de masse m en mouvement dans un champ magnétostatique $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$ uniforme et indépendant du temps et dans un champ électrique $\vec{E}_0 = E_0 \vec{u}_z$.

La vitesse initiale de la particule est quelconque et peut s'écrire, par un choix convenable des axes :

$$\vec{v}_0 = v_a \sin \alpha \vec{u}_x + v_a \cos \alpha \vec{u}_z$$



Simulation

2 – Cycloïde :

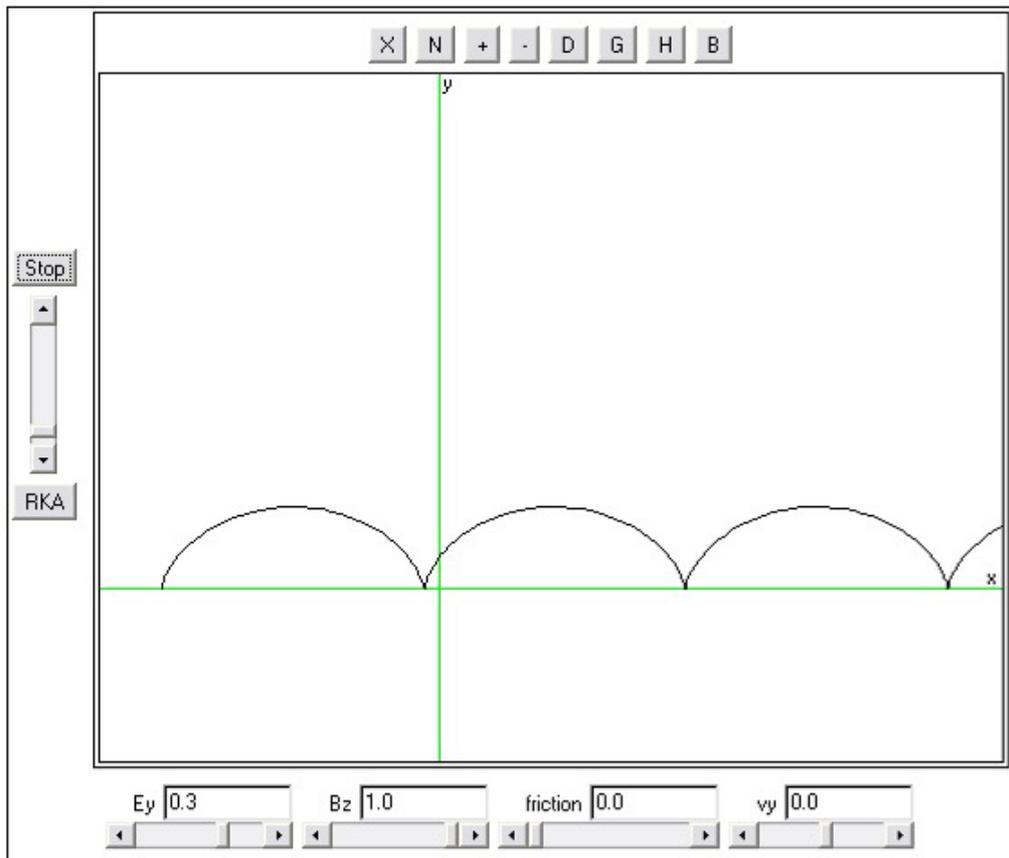
On considère une particule chargée ponctuelle M (+ q > 0) de masse m en mouvement dans un champ magnétostatique $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$ uniforme et indépendant du temps et dans un champ électrique $\vec{E}_0 = E_0 \vec{u}_y$.

La particule est initialement à l'origine O du repère et sa vitesse initiale est nulle.

On posera $\omega_c = qB/m$. Montrer que les équations paramétriques de la trajectoire sont :

$$x = \frac{E}{B\omega_c}(\omega_c t - \sin \omega_c t) \quad ; \quad y = \frac{E}{B\omega_c}(1 - \cos \omega_c t)$$

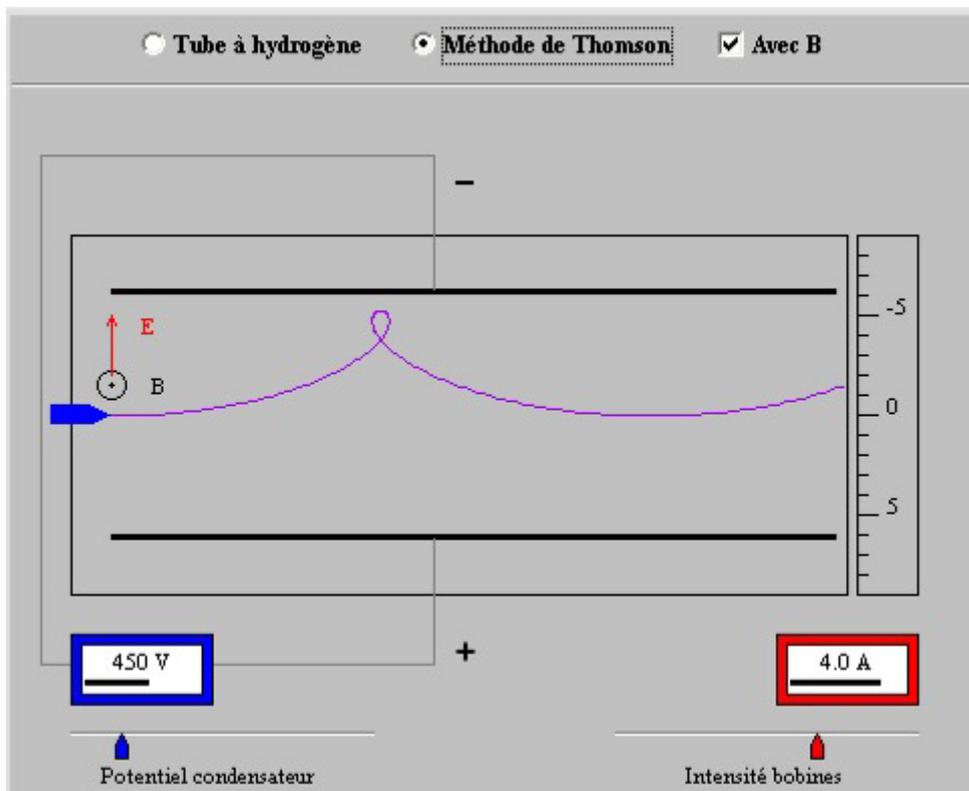
Choisir des valeurs numériques simples et tracer dans Regressi l'allure de la trajectoire.



Simulation

3 – Filtre de vitesse et mesure du rapport e / m :

Lancer la simulation :



Simulation