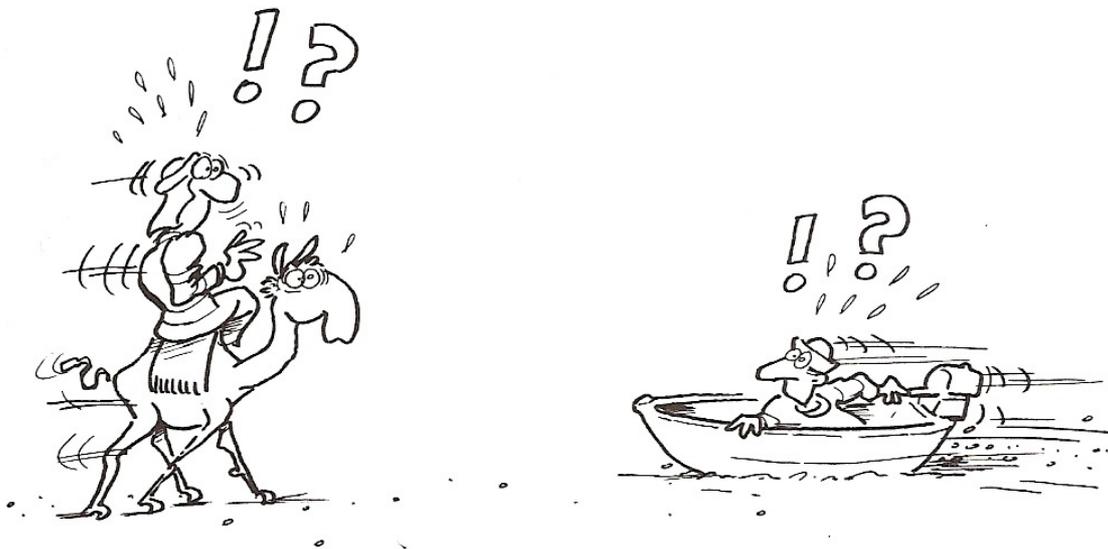


# Les mirages



Vers la fin de la nuit Jésus vint vers eux en marchant sur la mer.  
(Matthieu, 14, 25)

Depuis l'Antiquité jusqu'à nos jours les mirages atmosphériques ont toujours fasciné l'homme. Les rationalistes ont longtemps prétendu que ces images miraculeuses n'étaient dues qu'à l'imagination ou à l'autosuggestion de l'homme. Aujourd'hui nous savons fixer les mirages sur une pellicule de photo : ils sont donc dus à des phénomènes physiques. Dans ce paragraphe nous essayons de comprendre les mirages les plus simples.

L'indice de réfraction  $n$  de l'air  $n = 1 + \varepsilon$  ne diffère que très légèrement de l'unité :  $\varepsilon \approx 3.10^{-4}$ .  $\varepsilon$  est proportionnel à la densité de l'air. Sur des distances de l'ordre du km, et à la même altitude, la pression de l'air ne varie pas dans l'espace : la densité est donc inversement proportionnelle à la température absolue. Les variations locales de

température rendent donc l'air inhomogène, et la lumière ne se propage plus en ligne droite.

Le mirage le mieux connu est celui de la «chaussée inondée», alors que la journée est bien ensoleillée (fig. 79.1). La chaussée reçoit l'éclairage direct du soleil et l'éclairage diffus du ciel. La lumière qui touche le goudron y est presque totalement absorbée, ce qui donne la couleur noire au revêtement. Toutefois, si le goudron est très chaud, l'air l'est aussi à sa proximité immédiate. L'indice de réfraction diminue près du sol, ce qui dévie par réfraction le faisceau lumineux incident vers l'horizontale. Au-delà d'un angle d'incidence  $i_{\max}$  déterminé par  $\sin i_{\max} = n$  la lumière subit une réflexion totale : elle est réfléchi sous le même angle  $i_{\max}$  et, comme ce faisceau provient de la lumière diffusée par le ciel, il est bleu-clair, comme celui qui est réfléchi par la surface de l'eau. La chaussée paraît donc inondée au-delà d'une certaine distance, et sèche plus près. Nous pouvons estimer cette distance, en supposant qu'il y a un changement de température brusque  $\Delta T$  juste au-dessus de la surface de la chaussée. Avec  $\alpha_{\min} = \pi/2 - i_{\max}$  et  $\sin i_{\max} = \cos \alpha_{\min} \approx 1 - \frac{\alpha_{\min}^2}{2} = 1 + (n-1) \frac{\Delta T}{T}$  nous trouvons  $\alpha_{\min} = \sqrt{2(n-1) \frac{\Delta T}{T}}$ . Pour  $T \approx 300 \text{ K}$  et  $\Delta T \approx 10$  degrés,  $\alpha_{\min} \approx 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \approx 0,25^\circ$ . Les yeux du conducteur d'une voiture de tourisme sont à 1-1,2 m au-dessus du sol : la limite au-delà de laquelle il voit l'eau sur la chaussée est donc  $(1 \text{ à } 1,2)/4,5 \cdot 10^{-3} = 220 \text{ à } 270 \text{ m}$ . Une voiture qui vient en face semble flotter sur l'eau.

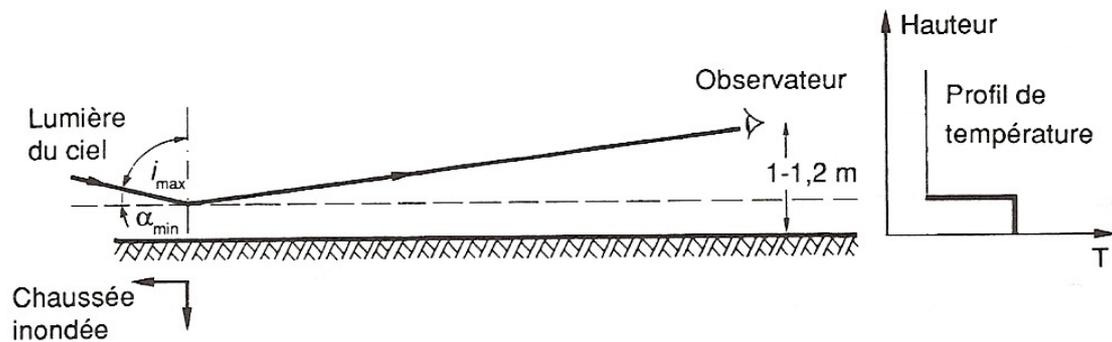


Fig. 79.1. Mirage de la chaussée inondée.

Considérons maintenant la trajectoire lumineuse au cas où la température et, par conséquent, l'indice de réfraction varient continuellement. Soient  $\alpha = \pi/2 - i$  et  $\beta = \pi/2 - r$  petits devant 1 ( $i$  et  $r$  sont des angles d'incidence et de réfraction habituels).

Suivant la loi de Descartes  $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = n$  et, en appliquant un développement limité

sur  $\cos \alpha$  et  $\cos \beta$ ,  $\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) / \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right) \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\beta^2}{2} = 1 + \varepsilon$ , d'où :

$$\varepsilon = \frac{(\beta + \alpha)(\beta - \alpha)}{2} \approx \alpha(\beta - \alpha).$$

Quand l'indice de réfraction varie continuellement, une variation de  $d\varepsilon$  entraîne un changement de la direction de la trajectoire  $d\alpha = \frac{d\varepsilon}{\alpha}$ . La tangente de l'angle  $\alpha$  est la dérivée de l'équation de la trajectoire dans le système de coordonnées  $x, y$  ( $x$  : axe horizontal,  $y$  : vertical).  $\alpha \approx \tan \alpha = \frac{dy}{dx}$  et  $d\alpha = \frac{d^2y}{dx^2} dx$ , d'où :

$$\frac{d\varepsilon}{dy} = \frac{d^2y}{dx^2}. \quad (1)$$

Cette équation décrit la trajectoire  $y(x)$  pour toute variation de l'indice  $\varepsilon(y)$ . Comme  $\varepsilon = \varepsilon_0(\rho/\rho_0)$  et à la pression constante  $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{T_0}{T}$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{T_0}{T}$  et  $d\varepsilon/dT = -\varepsilon_0 T_0/T^2$ . Comme les variations thermiques sont faibles,  $T_0 \approx T$ , d'où  $d\varepsilon/dT = -\varepsilon_0/T$  et, avec  $\frac{d\varepsilon}{dy} = \frac{d\varepsilon}{dT} \frac{dT}{dy}$ , l'équation (1) devient :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{\varepsilon_0}{T_0} \frac{dT}{dy}. \quad (2)$$

La fonction  $T(y)$  est appelée profil de température.

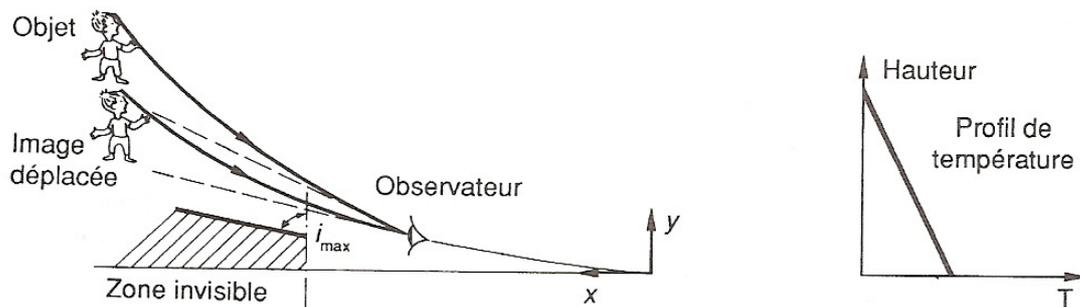


Fig. 79.2. Mirage inférieur pour un gradient thermique négatif uniforme. L'observateur voit l'objet dans une direction qui est celle du faisceau au niveau de l'œil de l'observateur (lignes discontinues). L'image est déplacée vers le bas mais ne subit ni agrandissement ni rétrécissement vertical. Un objet qui se trouve dans la partie hachurée de l'espace n'est pas visible.

L'équation (2) est une équation différentielle. Pour en résoudre  $y(x)$  il faut connaître le profil de température  $T(y)$ . Le cas le plus simple est celui pour lequel la température ne varie pas avec la hauteur :  $T(y) = \text{const.}$ ,  $dT/dy = 0$  et la trajectoire de la lumière devient une ligne droite. On peut aussi traiter analytiquement le profil pour lequel la température diminue uniformément au-dessus du sol :  $dT = -a dy$  et l'équation (2) devient  $\frac{d^2y}{dx^2} = a \frac{\varepsilon_0}{T_0}$ . En plaçant l'origine du système de coordonnées à l'endroit le plus bas de la trajectoire  $y = \frac{a\varepsilon_0}{2T_0} x^2$  : la trajectoire de la lumière est parabolique (voir histoire 68).

L'équation de la trajectoire lumineuse (2) montre que pour un gradient de température négatif (la température diminue avec la hauteur) indépendamment de la forme analytique précise de  $T(y)$  la trajectoire est courbée vers le haut, pour un gradient thermique positif elle est courbée vers le bas. Le côté concave de la trajectoire est toujours tourné vers le milieu plus froid.

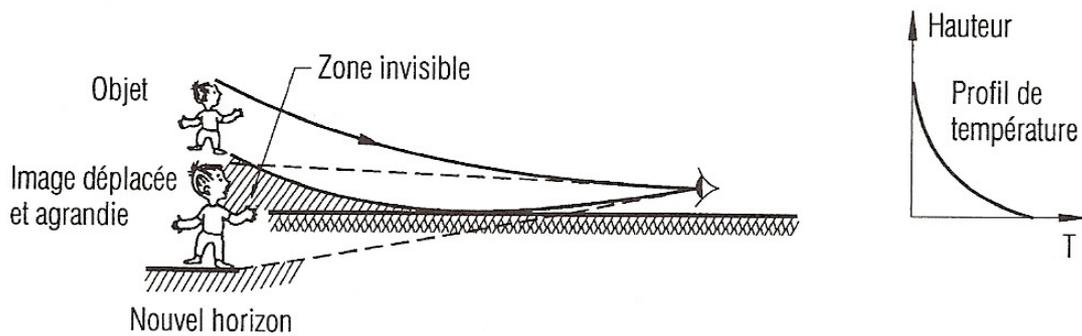
Quand le gradient thermique est constant, l'image se déplace vers le haut ou vers le bas mais ne subit ni agrandissement ni rétrécissement. Quand le gradient thermique n'est pas constant, le faisceau lumineux qui traverse la couche atmosphérique où la variation thermique est rapide (grand gradient thermique), est déplacé davantage que celui qui traverse le milieu plus uniforme. L'image est donc agrandie ou rétrécie dans le sens vertical comme à travers une lentille cylindrique dont l'axe est horizontal.

La situation la plus fréquente que nous avons schématisée pour expliquer la « chaussée inondée » est un gradient de température négatif dont le module augmente très fortement à la proximité du sol (fig. 79.3). La base de l'objet est vue à travers la partie de l'atmosphère où la variation de la température est la plus rapide : elle est donc déplacée davantage que le sommet, et l'image sera agrandie dans le sens vertical. Comme la trajectoire est courbée vers le haut, l'image semble s'être déplacée vers le bas (fig. 79.3). Ce profil de température peut être créé de deux façons :

1. par un échauffement fort du sol pendant la journée ;
2. au-dessus d'un lac entouré de montagnes. La nuit, le lac se refroidit peu par rapport aux rives, en raison de sa grande capacité thermique et de son enclavement. Par contre, au-dessus d'une certaine hauteur, les mouvements d'air égalisent la température. Vers la fin de la nuit, l'air au-dessus du lac est nettement plus chaud que plus haut. La citation de l'Évangile s'explique par un mirage inférieur. Le lac de Galilée est très enclavé. Jésus, qui se déplace sur la rive, est vu de l'autre côté d'une baie. La rive disparaît sous l'horizon des observateurs et le pied de Jésus apparaît directement sur l'eau ; son image est agrandie, ce qui donne l'impression aux apôtres qu'il était près d'eux marchant sur l'eau. Une telle image a été en effet photographiée sur une plage américaine.

Quand le gradient de température est très grand près de la surface, deux trajectoires entre l'objet et l'image sont possibles, et l'observateur peut voir deux images : l'une à l'endroit, déplacée en bas et agrandie — éventuellement tronquée à la base — l'autre à l'envers, agrandie et inversée dans sa direction verticale. L'image non-inversée peut même complètement disparaître sous l'horizon, et à sa place une surface d'eau s'étendant jusqu'à l'infini (comme sur la chaussée) apparaîtra (fig. 79.4). C'est le cas typique du voyageur du Sahara qui voit de l'eau au loin et un oasis à l'envers en dessous. Bien évidemment, ces mirages reculent au fur et à mesure que l'on avance, d'où le nom de mirage.

La journée, au-dessus des surfaces froides des lacs, la situation est inverse de la précédente. Nous rencontrons la température la plus basse au-dessus de la surface



**Fig. 79.3.** Mirage inférieur pour un gradient de température négatif avec variation forte près de la surface. La zone en dessous de la base de l'objet est invisible. La base semble être sur la ligne de l'horizon. Si la base de l'objet est plus bas, elle se trouve dans la zone invisible, et l'objet paraît tronqué en bas.

de l'eau (le gradient thermique est donc positif), et la plus rapide variation au même endroit. Le gradient thermique déplace l'image en haut (fig. 79.5); la base de l'objet vue à travers le gradient plus grand est déplacée davantage et l'image est réduite en hauteur.

Les mirages décrits jusqu'ici ont présenté l'image déformée et déplacée de véritables objets. Même la chaussée inondée ou l'eau dans le désert font partie des « vraies » images car, ce que l'observateur prend pour de l'eau est l'image du ciel.

La Fata Morgana (nom italien de la fée Morgane) est une image sans objet correspondant. La fée Morgane, appelée aussi Dame des Lacs, a entraîné des hommes avec des mirages dans des châteaux qu'elle a suscité dans l'air. C'est un cas spécial de l'image supérieure au-dessus d'un plan d'eau. Un point à la surface de l'eau apparaît d'autant plus déplacé vers le haut qu'il est plus éloigné de l'observateur : la surface horizontale du lac est courbée en haut et devient un mur vertical lumineux. La variation de la température avec la hauteur a un point d'inflexion (fig. 79.6). Le déplacement de l'image vers le haut est donc plus important à la base et au-dessus du point d'inflexion qu'à la hauteur de ce point, ce qui donne un rétrécissement de l'image centré autour de cette hauteur. Les points de l'image sont concentrés à la hauteur du point d'inflexion, ce qui donne le toit d'un château.

La densité de l'air n'est pas uniforme dans le plan horizontal et la luminosité du « mur » paraît variable, ce qui fait apparaître colonnes, fenêtres, ponts, etc., mais à cause du mouvement de l'air ces images changent et disparaissent rapidement.

L'atmosphère n'est pas une bonne lentille optique, les images sont floues et la signification que l'observateur attribue aux images de Fata Morgana n'est pas indépendante de l'imagination de celui-ci.

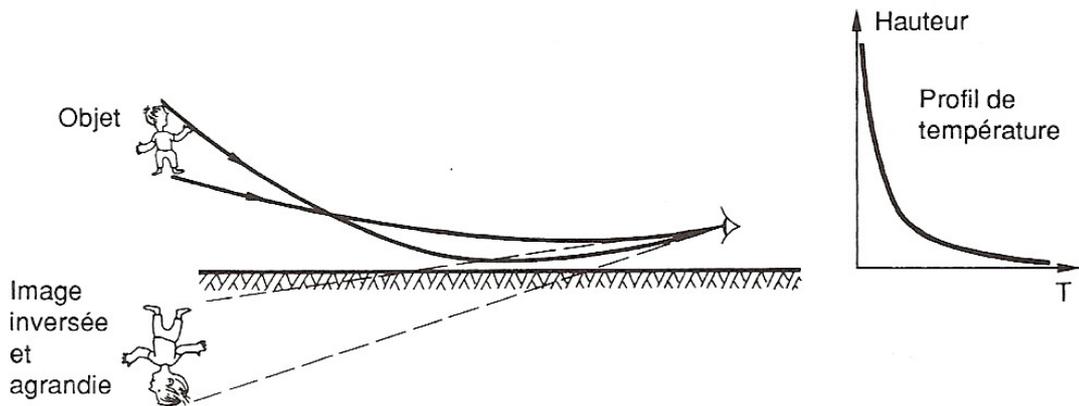


Fig. 79.4. Mirage inférieur inversé. (Pour la clarté du dessin nous n'avons pas représenté l'image non-inversée.)

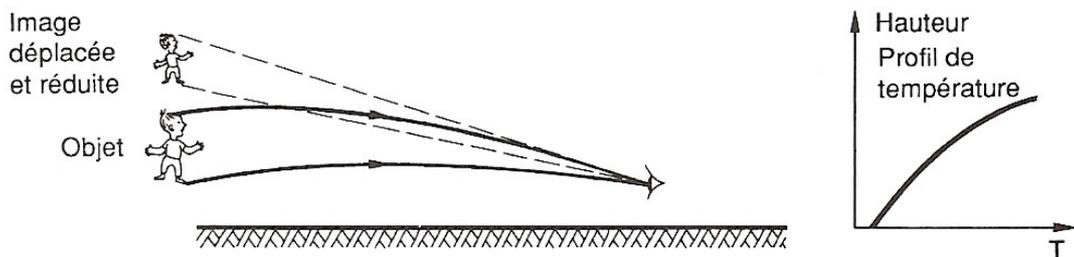


Fig. 79.5. Mirage supérieur pour un gradient de température positif.

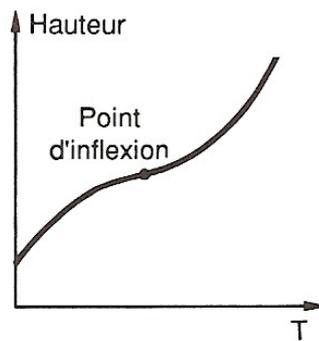


Fig. 79.6. Profil de température propice à l'apparition d'un mirage Fata Morgana.

Différents profils thermiques peuvent susciter des images triples ou d'autres mirages. On peut les créer aussi par ordinateur qui, même en absence d'une solution analytique

de l'équation (2) peut produire pour des profils  $T(y)$  compliqués la solution numérique et son image, et ceci pour la plus grande satisfaction de l'esprit scientifique.