

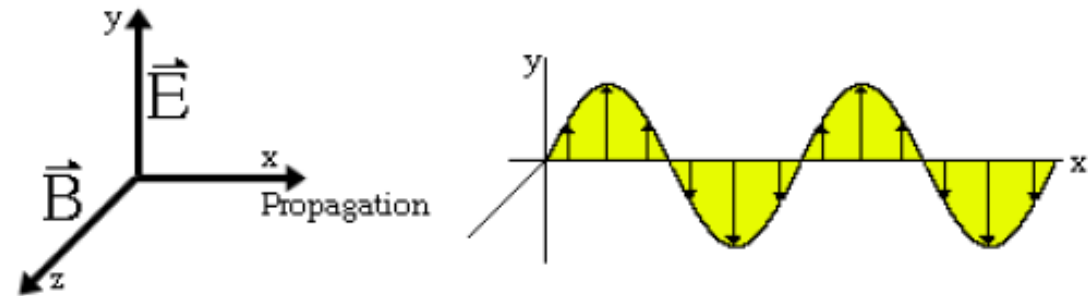
La polarisation de la lumière (PC*)



I – Polarisation des ondes EM (Rappels du cours sur les ondes EM dans le vide) :

1 – Représentation vectorielle réelle d'une onde plane progressive monochromatique :

Une onde électromagnétique peut être représentée comme la superposition d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$.



$\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont :

- perpendiculaires à la direction de propagation;
 $\vec{E}$, $\vec{B}$ sont donc perpendiculaire à $\vec{k}$ ($\vec{k}$ est le vecteur d'onde, il symbolise la direction de propagation de l'onde)
- perpendiculaires entre eux;

On considère une onde EM plane progressive monochromatique de pulsation ω se propageant dans le vide.

On choisit l'axe (Oz) comme l'axe de propagation, soit $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}_z$.

Alors, en notation réelle :

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz)$$

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kz - \varphi)$$

Le champ magnétique s'en déduit (à partir de $\vec{B} = \frac{\vec{u}_z \wedge \vec{E}}{c}$) :

$$B_x = -\frac{E_{0y}}{c} \cos(\omega t - kz)$$

$$B_y = \frac{E_{0x}}{c} \cos(\omega t - kz - \varphi)$$

2 – Polarisation d'une onde plane progressive monochromatique

Pour définir la polarisation d'une onde plane EM progressive harmonique, on se place toujours dans un plan de cote z_0 donnée, que l'on prendra nulle par exemple.

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t)$$

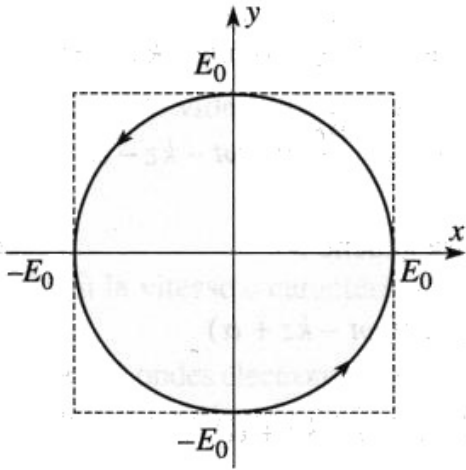
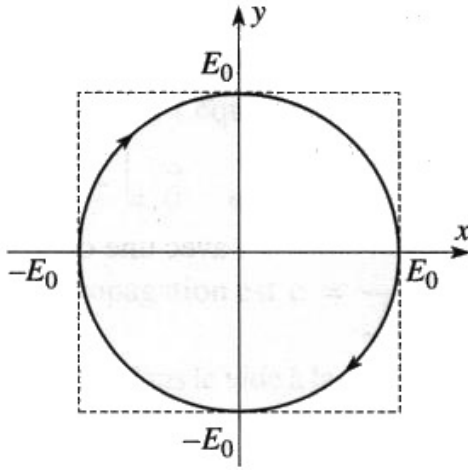
$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - \varphi)$$

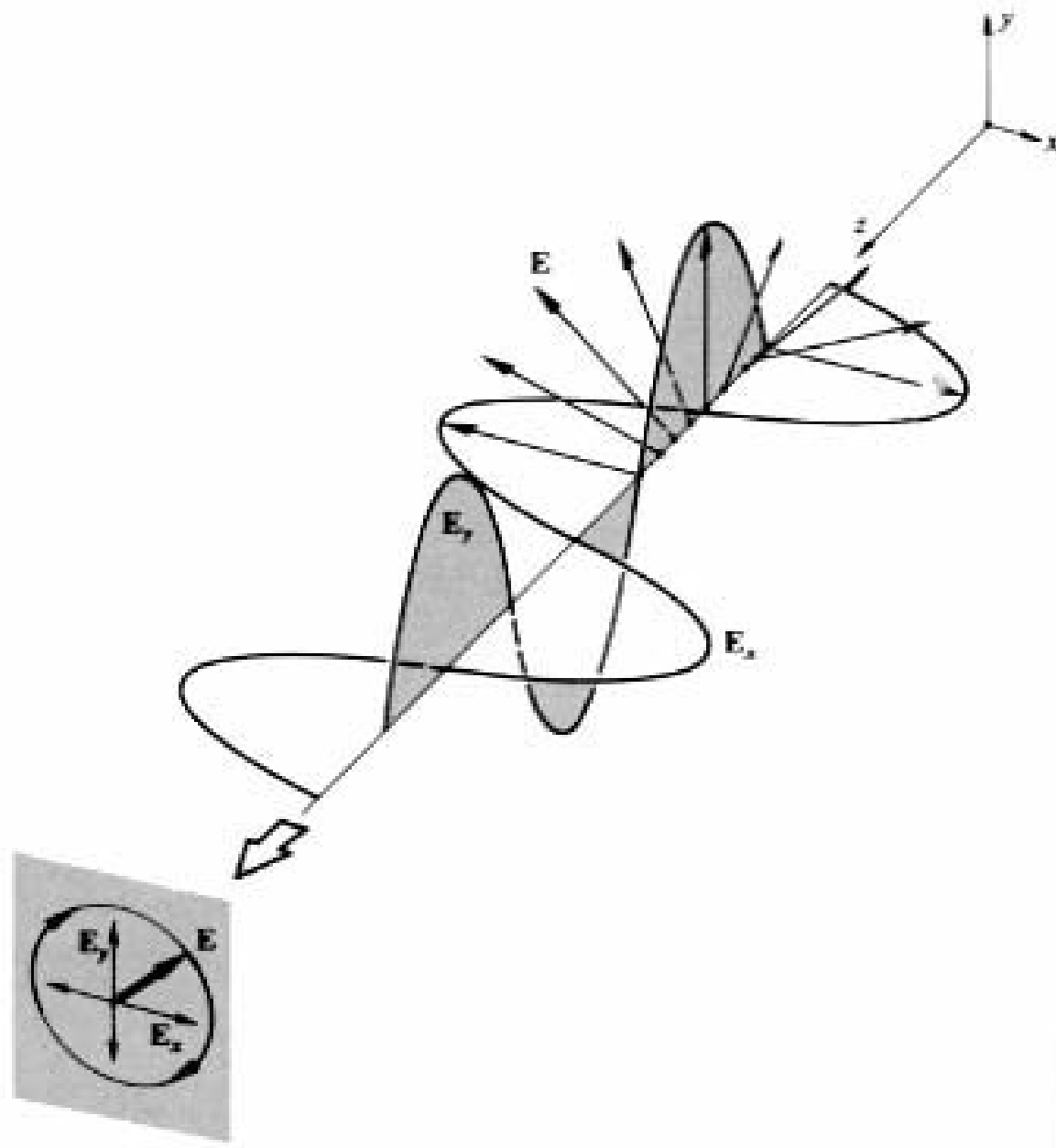
- Polarisation rectiligne :

La polarisation rectiligne correspond au cas où le champ électrique garde une direction constante au cours du temps, que l'on peut choisir parallèle à l'axe (Ox) :

$$\vec{E} = E_0 \cos \omega t \vec{u}_x$$

- Polarisation circulaire :

polarisations circulaires	
circulaire gauche $\varphi = \frac{\pi}{2}$	circulaire droite $\varphi = -\frac{\pi}{2}$
	
notation réelle $\begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t) \\ E_y = E_0 \sin(\omega t) \end{cases}$	notation réelle $\begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t) \\ E_y = -E_0 \sin(\omega t) \end{cases}$
notation complexe $\begin{cases} \underline{E}_x = E_0 e^{j\omega t} \\ \underline{E}_y = -j\underline{E}_x = -jE_0 e^{j\omega t} \end{cases}$	notation complexe $\begin{cases} \underline{E}_x = E_0 e^{j\omega t} \\ \underline{E}_y = j\underline{E}_x = jE_0 e^{j\omega t} \end{cases}$



Application : décomposition d'une onde à polarisation rectiligne comme la superposition de deux ondes circulaires :

Le champ électrique d'une onde se propageant dans la direction (Oz) est donné par :

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_0 \cos \alpha \cos(\omega t - kz) \\ E_y = E_0 \sin \alpha \cos(\omega t - kz) \\ E_z = 0 \end{cases} .$$

- 1) Quelle est la polarisation de cette onde ? Faire un schéma.*
- 2) Décomposer cette onde en deux ondes à polarisations circulaires de sens opposés.*

- Polarisation elliptique :

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t)$$

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - \varphi)$$

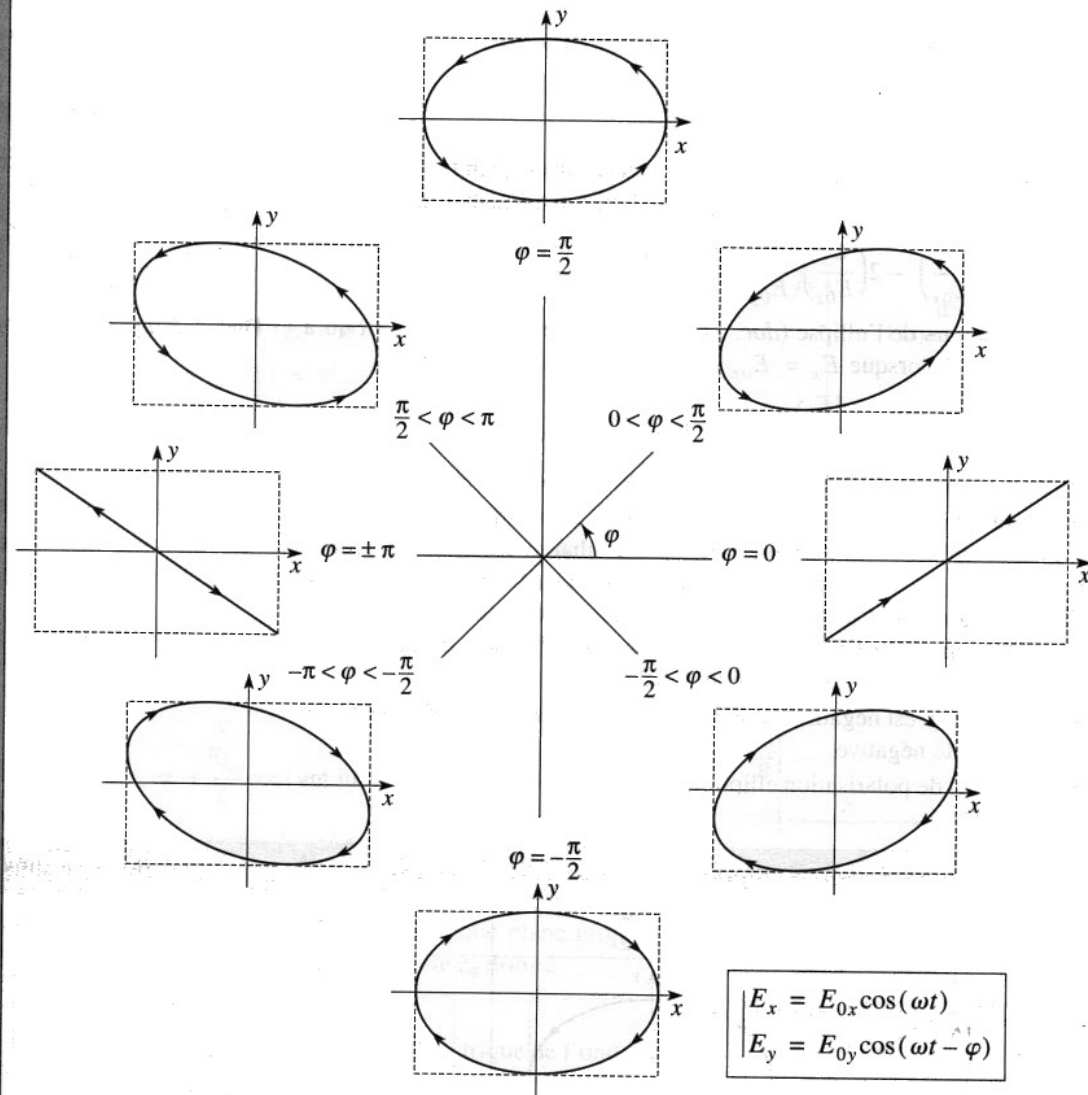
$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varphi + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = \sin^2\varphi$$

polarisations elliptiques et rectilignes

elliptiques
gauches

rectilignes

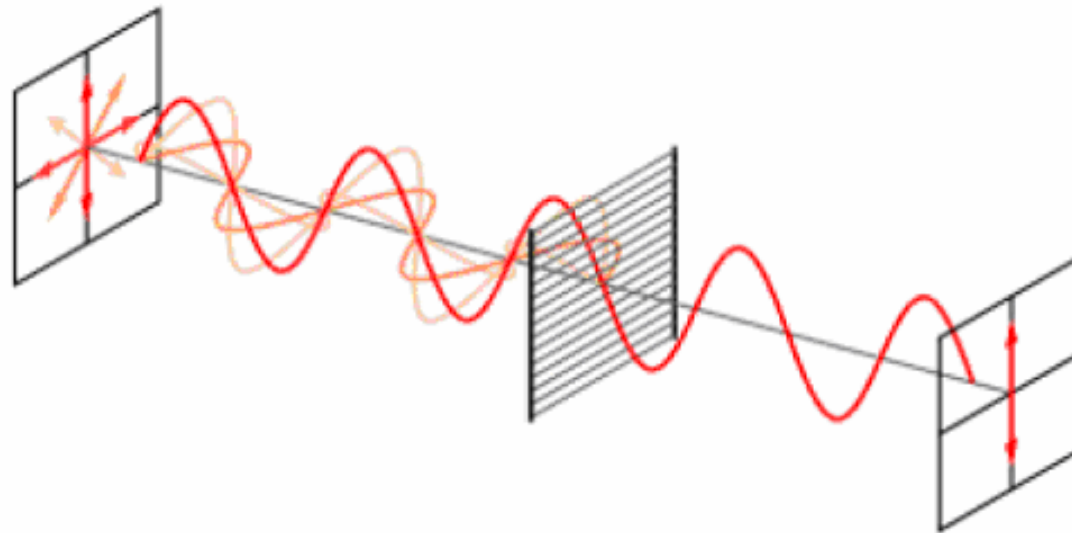
elliptiques
droites



II – Production et analyse d'une polarisation rectiligne :

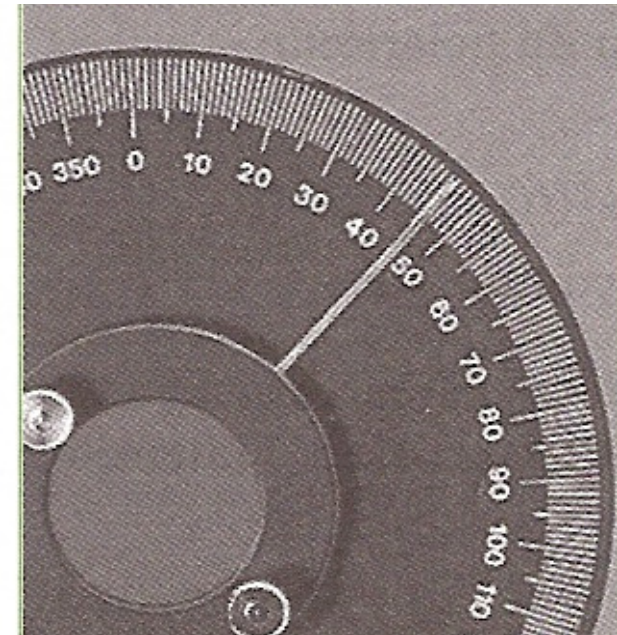
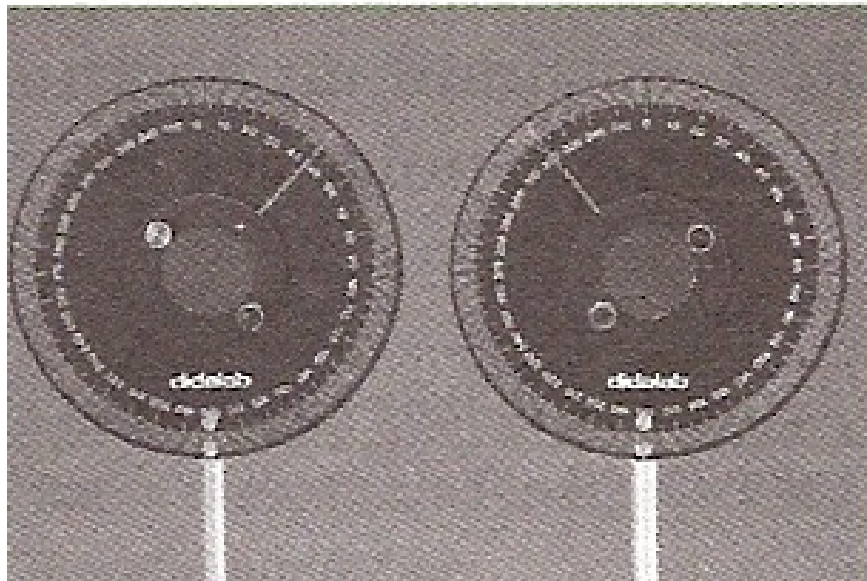
1 – Production et analyse par dichroïsme :

Le dichroïsme est la propriété d'absorption sélective de la lumière selon la direction du champ électrique incident : seuls certains matériaux anisotropes la possèdent.



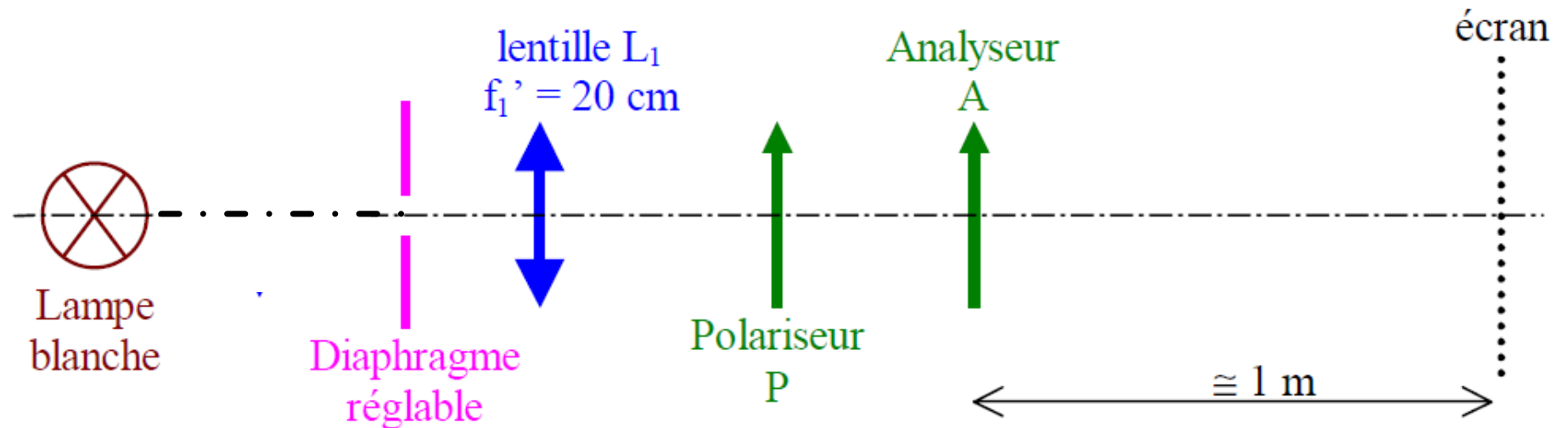
- Un polariseur rectiligne P est un dispositif qui ne transmet que la composante de E parallèle à un axe privilégié appelé axe du polariseur.
- Les plus courants sont les *polaroids*. Ils contiennent de longues chaînes polymères (hydrocarbures) parallèles sur lesquelles on fixe des atomes présentant un imposant nuage électronique, en l'occurrence de l'iode. Cela assure une certaine conduction électrique parallèlement aux chaînes.

- Or nous avons vu que les ondes lumineuses ne se propagent pas dans les milieux conducteurs. Le *polaroid* est en quelque sorte un milieu conducteur anisotrope, conducteur dans une direction et isolant dans la direction perpendiculaire.
- Le champ électrique ne pourra donc pas se propager dans la direction conductrice des chaînes hydrocarbonées, mais par contre se propagera dans la direction isolante qui est perpendiculaire.
- A la sortie de ce milieu, l'onde lumineuse sera polarisée rectilignement.



- *Association polariseur – analyseur :*

Réaliser le montage suivant :



Avant de placer le couple polariseur – analyseur, on fera l'image du diaphragme à travers la lentille sur un écran placé à environ 1 m de la lentille.

Remarquer qualitativement les variations de la luminosité de l'image sur l'écran quand on fait tourner l'analyseur.

Rechercher les directions correspondant à des annulations (polariseur et analyseur croisés).

Mettre en évidence que seules les directions (et non les sens) interviennent.

- ***Introduction d'un autre polariseur entre polariseur et analyseur croisés :***

Ce troisième polariseur est a priori de direction quelconque : décrire ce que l'on observe sur l'écran.

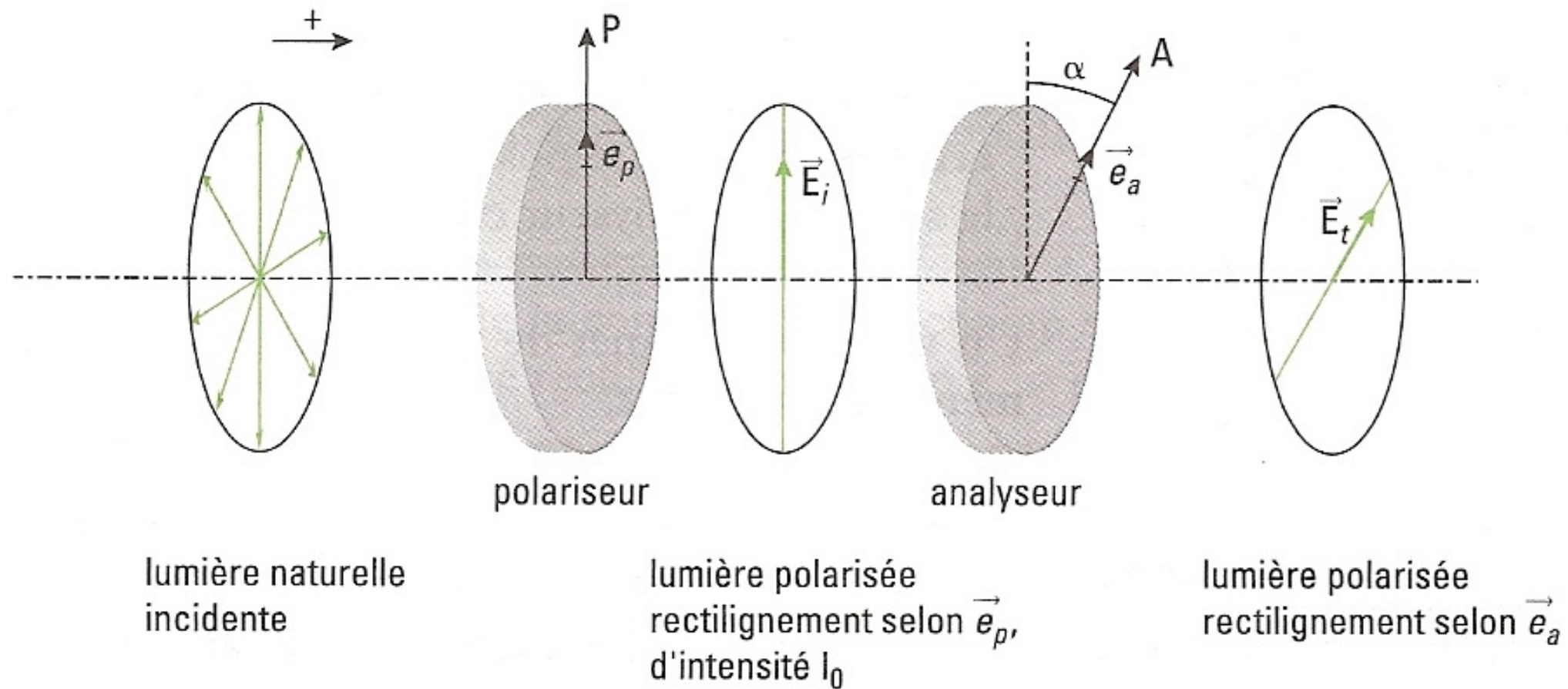
Faire tourner ce polariseur intermédiaire en conservant polariseur et analyseur croisés : décrire et justifier les observations réalisées.

- **Etude qualitative des sources de lumière courante :**

Observer à travers un polaroïd des sources de lumière naturelle (lampe à incandescence, lampe spectrale, tube fluorescent, Soleil, ...) et vérifier que la lumière émise n'est pas polarisée.

En faisant une projection sur un écran, étudier la lumière émise par le laser (ou par une diode laser) : est – elle polarisée rectilignement ?

3 – La loi de Malus :



Montage polariseur-analyseur illustrant la loi de Malus.

On dispose l'un derrière l'autre deux polariseurs dont les direction de polarisation font entre elles un angle α .

On obtient à la sortie une onde lumineuse polarisée rectilignement (dans la direction imposée par le second polariseur) et dont l'intensité I_2 s'exprime en fonction de l'intensité I_1 en sortie du premier polariseur par la relation (loi de Malus) :

$$I_2 = TI_1 \cos^2 \alpha$$

* T est le facteur de transmissions en énergie du second polariseur (pour $T = 1$, le polariseur est idéal, c'est-à-dire sans absorption).

* On retrouve que, pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$, il y a extinction du faisceau lumineux : les deux polariseurs sont croisés.

Application :

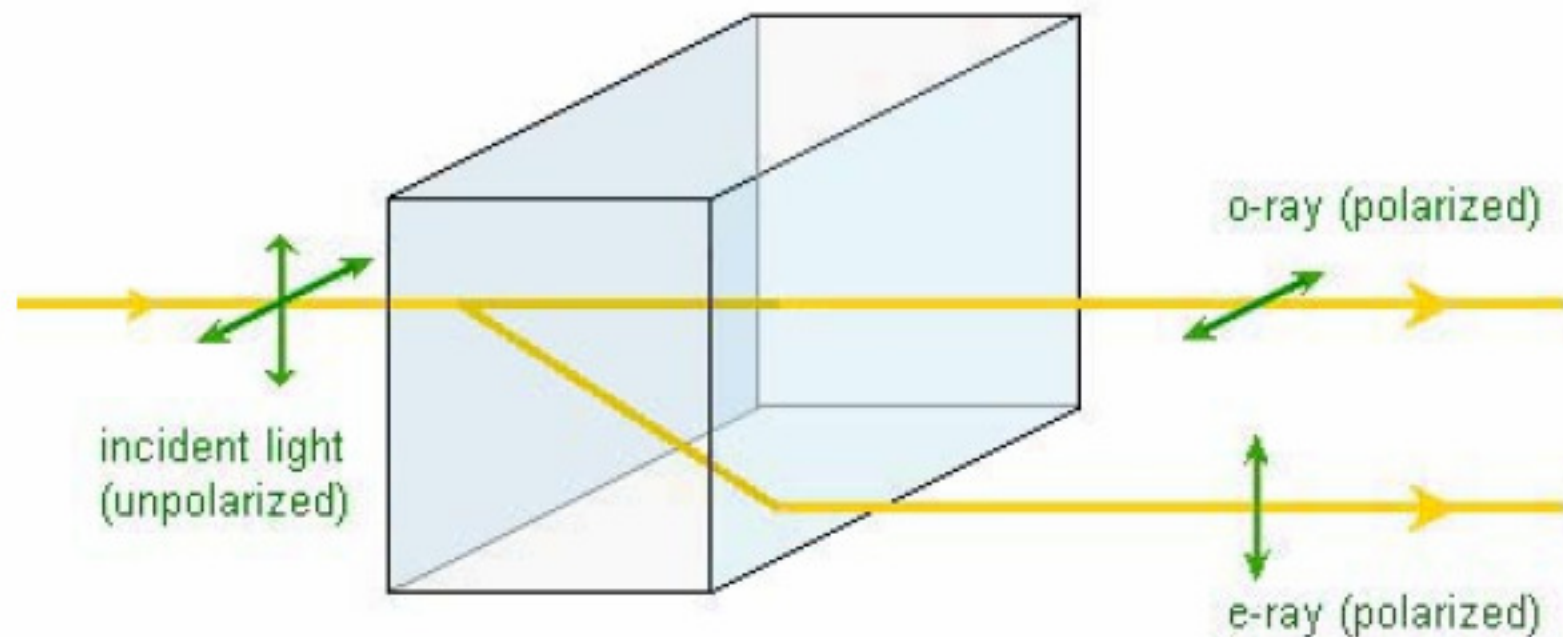
1. Quelle doit être l'orientation relative de deux polariseurs pour qu'une lumière naturelle soit transmise avec une intensité réduite de la moitié ?
2. On a deux polariseurs linéaires croisés dont les axes sont vertical et horizontal. On insère un troisième polariseur dont l'axe fait 45° avec la verticale. Déterminer l'intensité émergente, avant et après l'introduction du troisième polariseur.

III - La biréfringence :

- La biréfringence est la propriété physique d'un matériau dans lequel la lumière se propage de façon anisotrope.
- Dans un milieu biréfringent, l'indice de réfraction n'est pas unique, il dépend des directions de propagation et de polarisation du rayon lumineux.
- Un effet spectaculaire de la biréfringence est la double réfraction par laquelle un rayon lumineux pénétrant dans le cristal est divisé en deux.
- C'est pourquoi, sur la photographie ci-bas, l'inscription apparaît en double après avoir traversé le cristal de calcite.



- Certains polariseurs exploitent la biréfringence de certains matériaux comme le quartz, la calcite et le spath d'Islande.
- Ces cristaux ont la particularité de diviser un faisceau non polarisé en deux faisceaux polarisés différemment: il existe **deux angles de réfraction**, d'où le terme de biréfringence.
- On parle alors d'un **rayon ordinaire** noté **o** et d'un **rayon extraordinaire** noté **e** (en général, ces deux rayons ne sont pas polarisés rectilignement).



- **Description des milieux biréfringents :**

- On considère la propagation d'un rayon lumineux polarisé rectilignement dans un milieu biréfringent. De manière générale, la vitesse de cette onde, ou en d'autres termes l'indice de réfraction, dépend de la direction de polarisation du rayon. C'est le propre d'un milieu biréfringent.
- Il existe cependant au moins une direction privilégiée pour laquelle l'indice est indépendant de la direction de polarisation. Une telle direction est appelée **axe optique** du milieu.
- Les milieux uniaxes ont deux indices de réfraction principaux : on les appelle indices ordinaire et extraordinaire. Ils sont en général notés respectivement n_o et n_e .
- La différence $\Delta n = n_e - n_o$ est alors appelée **biréfringence** (ou biréfringence absolue) du milieu. Pour la plupart des milieux, elle vaut en valeur absolue **quelques pourcents**.

- De très nombreux cristaux naturels sont uniaxes, comme le quartz, la glace d'eau ou la calcite.
- Les cristaux uniaxes appartiennent aux systèmes cristallins trigonal, tétragonal ou hexagonal.

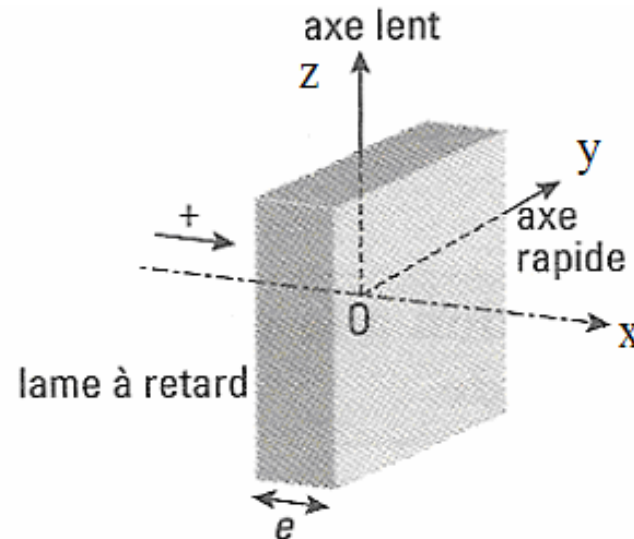
Uniaxial materials, at 590 nm

Material ▲	n_o ☒	n_e ☒	Δn ☒
beryl $\text{Be}_3\text{Al}_2(\text{SiO}_3)_6$	1.602	1.557	-0.045
calcite CaCO_3	1.658	1.486	-0.172
calomel Hg_2Cl_2	1.973	2.656	+0.683
ice H_2O	1.309	1.313	+0.014
lithium niobate LiNbO_3	2.272	2.187	-0.085
magnesium fluoride MgF_2	1.380	1.385	+0.006
peridot $(\text{Mg}, \text{Fe})_2\text{SiO}_4$	1.690	1.654	-0.036
quartz SiO_2	1.544	1.553	+0.009
ruby Al_2O_3	1.770	1.762	-0.008
rutile TiO_2	2.616	2.903	+0.287
sapphire Al_2O_3	1.768	1.760	-0.008
sodium nitrate NaNO_3	1.587	1.336	-0.251
tourmaline (complex silicate)	1.669	1.638	-0.031
zircon, high ZrSiO_4	1.960	2.015	+0.055
zircon, low ZrSiO_4	1.920	1.967	+0.047

IV – Utilisation de lames à retard de phase :

1) Définitions :

- Une lame à retard est un outil optique capable de **modifier la polarisation de la lumière la traversant.**



- C'est un **cristal uniaxial biréfringent** taillé en forme de lame à faces parallèles, l'**axe optique** étant parallèle à la face d'entrée.
- Or la polarisation de la lumière peut être décomposée en deux composantes: chaque composante ne se propage pas à la même vitesse selon qu'elle est parallèle ou perpendiculaire à l'**axe optique** (voir schéma ci-contre).
- Ceci permet de définir deux axes particuliers de la lame: l'**axe lent** et l'**axe rapide** (celui-ci est aussi la direction de l'axe optique du matériaux).

- Une lame à retard permet donc de retarder une de ces deux composantes par rapport à l'autre, c'est-à-dire de provoquer un **déphasage**.
- Ce retard dépend
 - des **deux indices** de réfractions qui caractérisent le matériau utilisé
 - de l'épaisseur de la lame,
 - de la longueur d'onde de l'onde lumineuse considérée.

Si l'axe Oy est l'axe rapide, alors $v_y > v_z$ et $n_y < n_z$, ce qui se traduit par un retard de phase temporel pour la direction de polarisation selon Oz par rapport à celle de l'axe rapide qui vaut (e est l'épaisseur de la lame) :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_z - n_y) e$$

Remarque : les indices dépendent de la longueur d'onde du rayonnement utilisé. Il faut donc utiliser un rayonnement monochromatique adapté à la lame étudiée.

Si le champ électrique de l'onde incidente sur la face d'entrée de la lame à retard est de la forme (polarisation elliptique quelconque) :

$$\vec{E}_i = \begin{pmatrix} E_y = E_{0,y} \cos(\omega t - kx) \\ E_z = E_{0,z} \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \end{pmatrix}$$

Après la traversée de la lame, le champ est devenu :

$$\vec{E}_t = \begin{pmatrix} E_y = E_{0,y} \cos(\omega t - kx + \varphi_y) \\ E_z = E_{0,z} \cos(\omega t - kx + \varphi_0 + \varphi_z) \end{pmatrix}$$

Soit :

$$\vec{E}_t = \begin{pmatrix} E_y = E_{0,y} \cos(\omega t - kx + \varphi_y) \\ E_z = E_{0,z} \cos(\omega t - kx + \varphi_y + (\varphi_0 + \Delta\varphi)) \end{pmatrix}$$

Ainsi, le retard de phase entre les deux coordonnées du champ est devenu :

$$\varphi_0 + \Delta\varphi = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_z - n_y) e$$

Il y aura donc en général modification de l'état de polarisation de l'onde au cours de la traversée de la lame.

2) Types de lames à retard :

- Il existe plusieurs types de ces lames, caractérisées par le déphasage qu'elles produisent entre les deux composantes de la polarisation :
- Une **lame demi-onde**, également notée lame $\lambda/2$, crée un déphasage valant 180° , c'est-à-dire un retard d'une moitié de longueur d'onde. L'onde sortant d'une telle lame présente une polarisation symétrique de l'onde entrante par rapport à l'axe optique.
- Une **lame quart d'onde**, également notée lame $\lambda/4$, crée un déphasage de 90° , c'est-à-dire un retard d'un quart de longueur d'onde. Elle permet de passer d'une polarisation rectiligne à une polarisation elliptique ou circulaire, et vice-versa.

3 – Etude d'une lame demi – onde (lame $\lambda / 2$) :

Une lame à retard est dite demi – onde quand elle introduit un déphasage de π entre les composantes de polarisation selon les lignes neutres (donc une différence de chemin optique de $\lambda / 2$).

Par conséquent :

$$\vec{E}_t = \begin{pmatrix} E_y = E_{0,y} \cos(\omega t - kx + \varphi_y) \\ E_z = -E_{0,z} \cos(\omega t - kx + \varphi_y + \varphi_0) \end{pmatrix}$$

Le champ électrique à la sortie de la lame est le symétrique du champ incident par rapport à l'axe rapide. La polarisation reste elliptique mais le sens de rotation a changé.

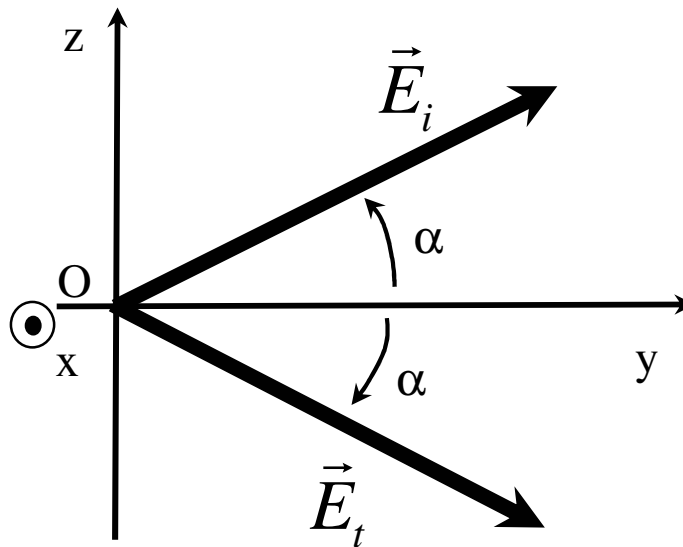
Dans le cas particulier d'une polarisation incidente rectiligne (le champ électrique incident fait un angle α avec l'axe rapide) :

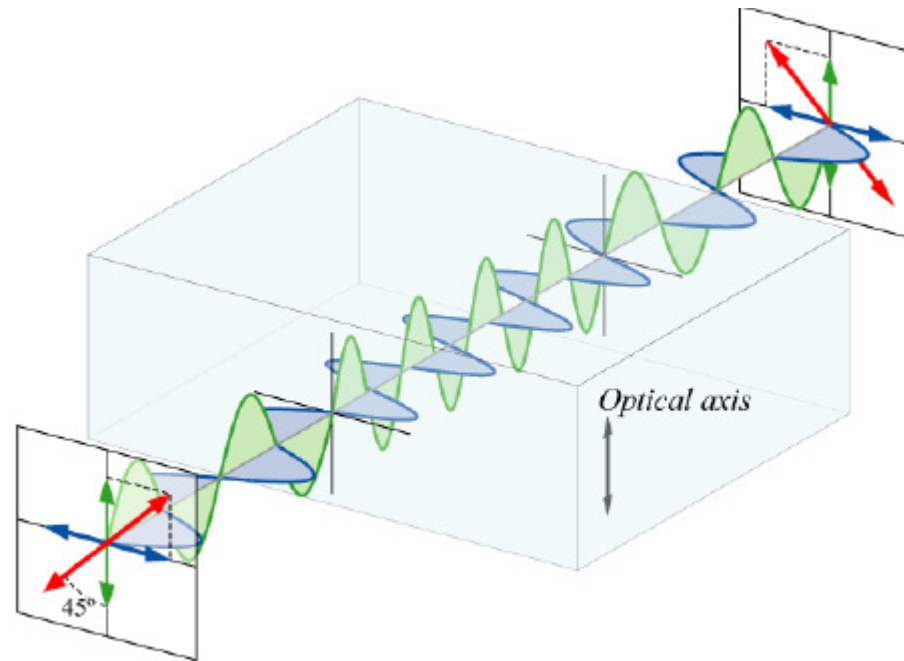
$$\vec{E}_i = \begin{pmatrix} E_y = E_0 \cos \alpha \cos(\omega t - kx) \\ E_z = E_0 \sin \alpha \cos(\omega t - kx) \end{pmatrix}$$

Le champ en sortie de lame est :

$$\vec{E}_i = \begin{pmatrix} E_y = E_0 \cos \alpha \cos(\omega t - kx + \varphi_y) \\ E_z = -E_0 \sin \alpha \cos(\omega t - kx + \varphi_y) \end{pmatrix}$$

Là encore, c'est un champ à polarisation rectiligne dont la direction est symétrique de la direction incidente par rapport à l'axe rapide.

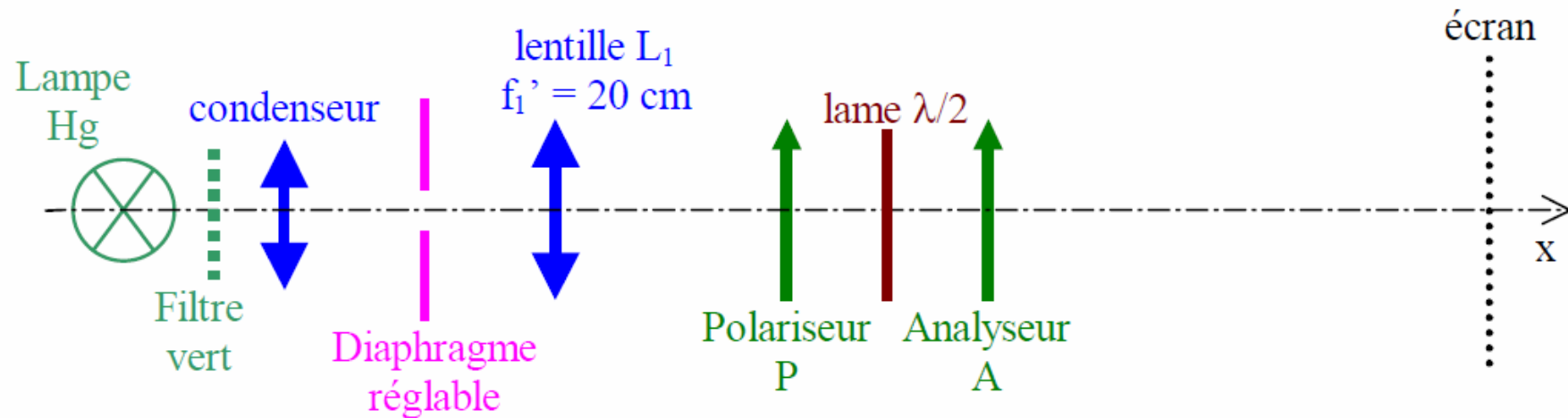




- La lumière entrant dans la lame (ici ayant une polarisation rectiligne selon la direction rouge) peut être décomposée en deux polarisations perpendiculaires (en bleu et vert). A l'intérieur de la lame, la polarisation verte prend un retard par rapport à la bleue.
- Une lame demi-onde transforme une polarisation rectiligne en une autre polarisation rectiligne, symétrique par rapport à son axe optique.
- En conséquence, si l'orientation de la lame demi-onde par rapport à celle d'une polarisation rectiligne est de α , la polarisation transmise par la lame est de 2α .
- Par exemple, si l'axe optique (rapide) de la lame fait 45° par rapport la direction de polarisation entrante, la direction sortante aura tourné de 90° .

Expérience :

Introduire la lame $\lambda/2$ entre polariseur et analyseur croisés (PAC) selon le montage classique (prendre ici une lampe à vapeur de mercure) :



Rappel : on fera l'image du diaphragme sur l'écran

Orienter la lame $\lambda/2$ pour obtenir de nouveau l'extinction sur l'écran : les lignes neutres de la lame coïncident alors avec les directions du polariseur P et de l'analyseur A.

Tourner le polariseur de 20° par exemple dans un sens puis tourner l'analyseur progressivement dans le sens opposé. Mesurer l'angle de rotation de l'analyseur lorsqu'une nouvelle extinction est obtenue.

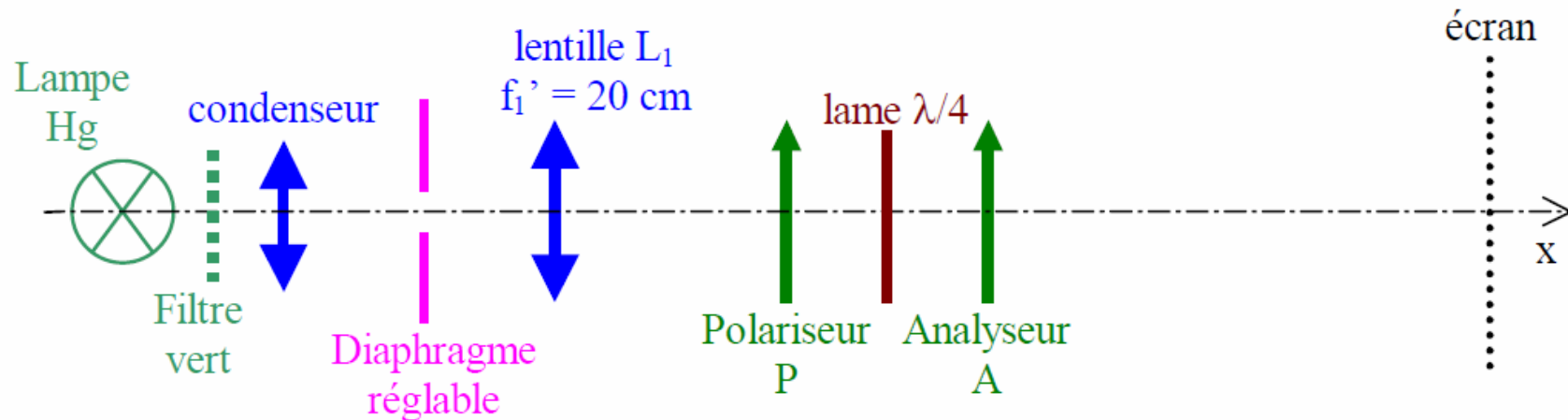
Conclure et proposer une explication (s'aider d'un schéma).

2 – Etude d'une lame quart d'onde (lame $\lambda / 4$) :

Une lame à retard est dite quart d'onde lorsqu'elle introduit un déphasage de $\pi / 2$ entre les composantes de polarisation selon les lignes neutres.

* Création d'une polarisation elliptique :

Introduire une lame $\lambda / 4$ entre PAC selon le montage classique :



Rappel : on fera l'image du diaphragme sur l'écran

Orienter la lame $\lambda / 4$ pour obtenir de nouveau l'extinction de l'image sur l'écran.

A partir de cette position, tourner la lame $\lambda / 4$ d'un angle de 20° par exemple dans un sens quelconque.

Observer l'éclairement sur l'écran lorsque l'on tourne l'analyseur A et interpréter.

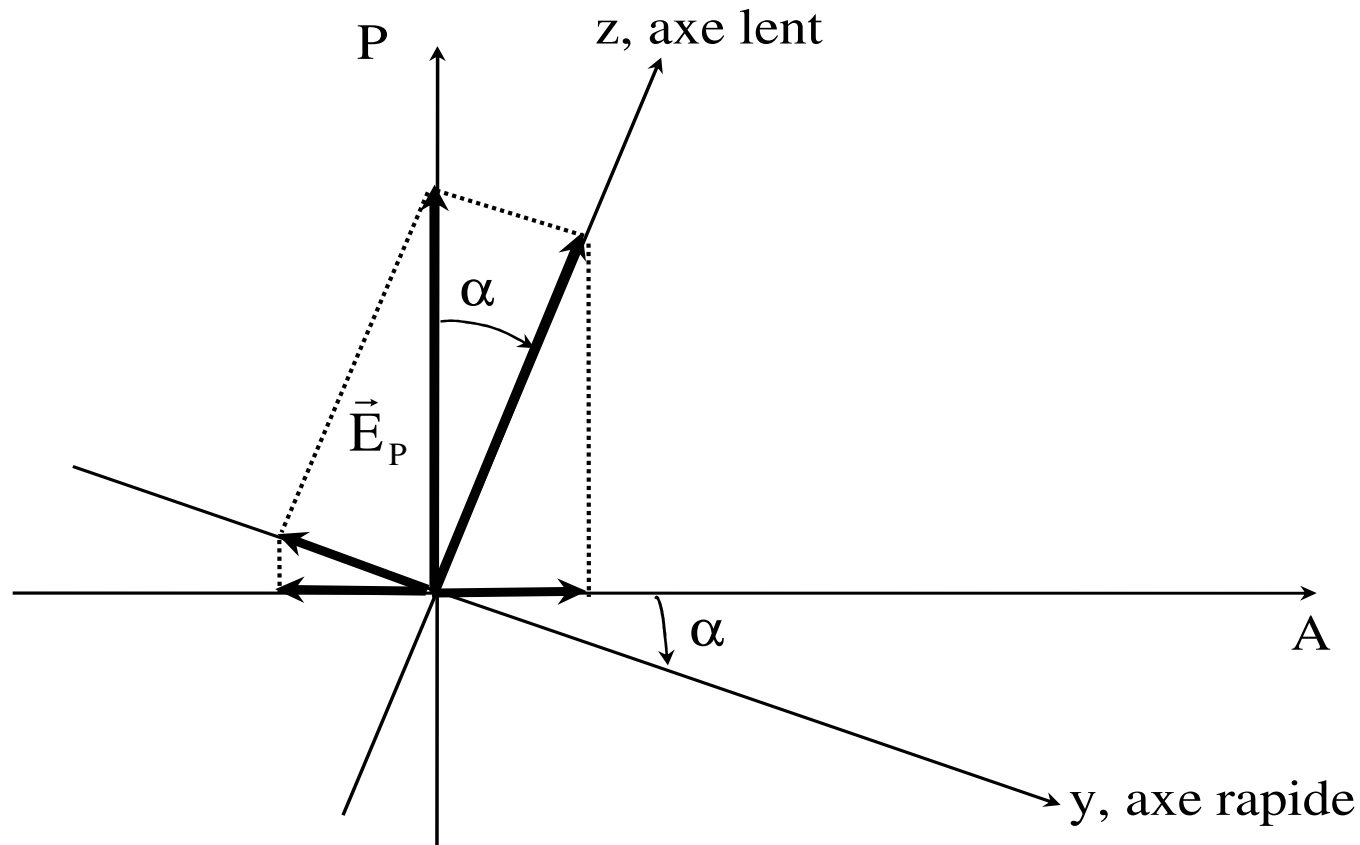
Conclure qu'une lame $\lambda / 4$ transforme une vibration rectiligne en une vibration elliptique, dont les axes sont ceux de la lame.

*** Création d'une polarisation circulaire :**

A partir de l'extinction précédente, entre PAC, tourner cette fois la lame $\lambda / 4$ d'un angle de 45° dans un sens quelconque.

Observer l'éclairement sur l'écran quand on tourne l'analyseur et interpréter.

Conclure que si la vibration rectiligne est à 45° des axes de la lame $\lambda / 4$, la vibration émergente est circulaire.

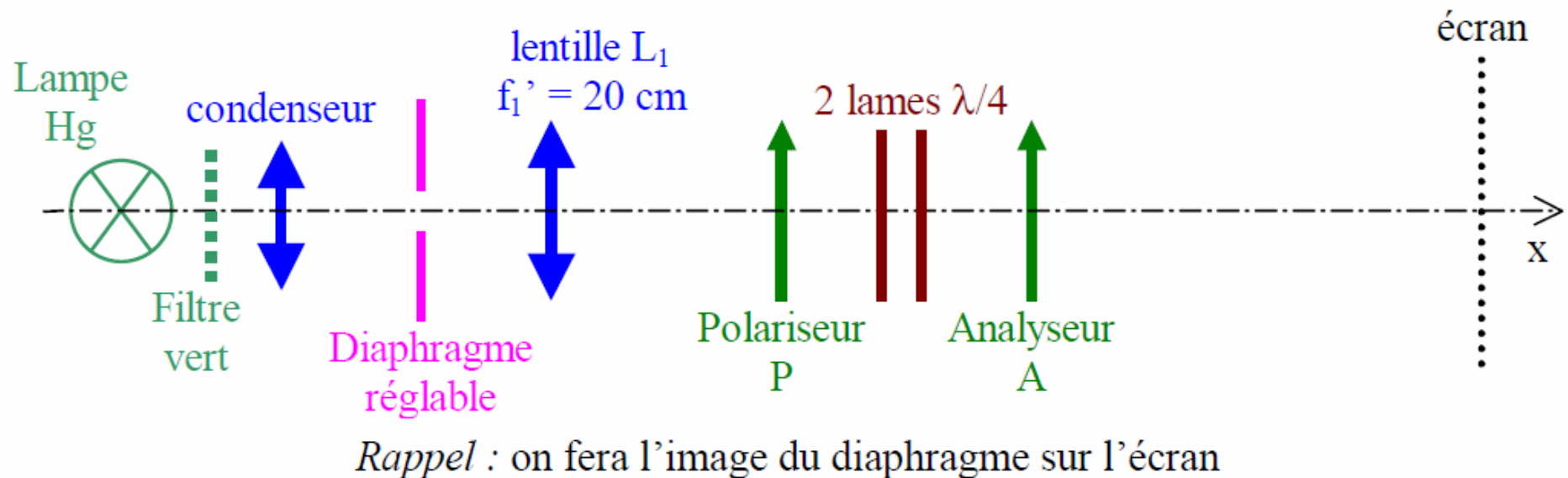


$$\begin{aligned}
 \vec{E}_P &\xrightarrow{\text{proj sur y et z}} \begin{pmatrix} -E_0 \sin \alpha \cos(\omega t - kx) \\ E_0 \cos \alpha \cos(\omega t - kx) \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{après la lame}} \begin{pmatrix} -E_0 \sin \alpha \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \\ -E_0 \cos \alpha \sin(\omega t - kx + \varphi_0) \end{pmatrix} \\
 &\xrightarrow{\text{après l'analyseur}} -E_0 \sin \alpha \cos \alpha \cos(\omega t - kx + \varphi_0) - E_0 \cos \alpha \sin \alpha \sin(\omega t - kx + \varphi_0)
 \end{aligned}$$

*** Comparaison de la nature des lignes neutres entre deux lames $\lambda / 4$:**

On dispose d'une lame $\lambda / 4$ de référence dont on connaît la nature des lignes neutres (axe lent ou axe rapide) et on veut préciser la nature des lignes neutres d'une autre lame $\lambda / 4$.

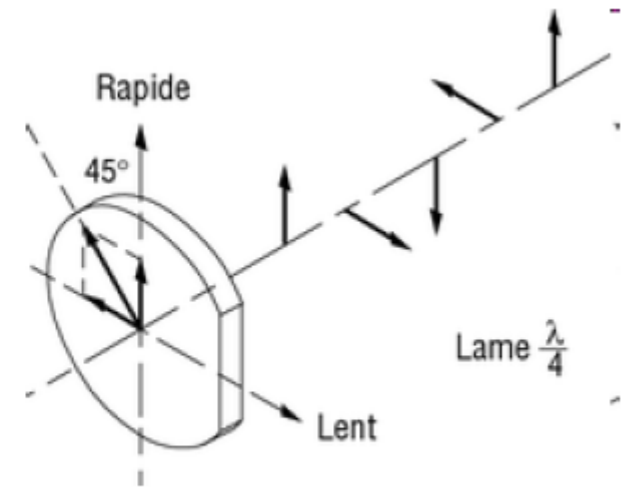
Introduire les deux lames $\lambda / 4$ entre PAC en faisant coïncider les lignes neutres des deux lames quelles que soient leurs natures.



Pour déterminer la correspondance (rapide sur rapide) ou non (rapide sur lent), on part du réglage à l'extinction totale et on fait tourner le polariseur de 20° dans un sens, puis on cherche dans quel sens il faut faire tourner l'analyseur A du même angle pour obtenir de nouveau l'extinction totale.

En considérant les deux équivalences possibles de l'association des deux lames $\lambda / 4$, montrer que la connaissance de la coïncidence ou de l'anti-coïncidence des sens de rotation permet de résoudre le problème posé.

- Une lame quart d'onde, également notée lame $\lambda/4$, crée un déphasage de 90° , c'est-à-dire un retard d'un quart de longueur d'onde.
- Les lames quart d'onde transforment une polarisation rectiligne en une polarisation circulaire et vice versa. Pour obtenir une polarisation circulaire, la lame doit être orientée de sorte que les composantes rapide et lente de l'onde polarisée linéairement soient égales.
- Le plan de polarisation de l'onde incidente doit donc faire un angle de 45° avec l'axe rapide (et avec l'axe lent), comme sur la figure.
- On peut s'assurer de la bonne circularité de la polarisation en faisant tourner un 2^{ème} polariseur servant d'analyseur: l'intensité de la lumière transmise ne doit pas varier. Si elle varie légèrement, cela signifie que la lumière est **polarisée elliptiquement**, et que la lame n'est pas exactement une quart d'onde pour la longueur d'onde utilisée.



Exercice d'application (Centrale PC, 2012) :

III.B – Étude d'un polarimètre

III.B.1) Paramètres de Stokes

Pour une onde électromagnétique plane progressive harmonique se propageant selon l'axe Oz dans le sens des z croissants, on donne en notation complexe

$$\underline{\vec{E}} = \begin{pmatrix} \underline{A} \\ \underline{B} \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(\omega t - kz)}$$

On définit de même quatre paramètres, appelés paramètres de Stokes par les relations : $I = \underline{A}\underline{A}^* + \underline{B}\underline{B}^*$, $Q = \underline{A}\underline{A}^* - \underline{B}\underline{B}^*$, $U = \underline{A}\underline{B}^* + \underline{A}^*\underline{B}$, $V = i(\underline{A}^*\underline{B} - \underline{A}\underline{B}^*)$.

a) On considère une onde polarisée rectilignement caractérisée par son amplitude E_0 et par l'angle α entre l'axe Ox et la direction du champ électrique. Déterminer l'expression des paramètres de Stokes relatifs à cette onde.

b) Même question pour une onde d'amplitude E_0 de polarisation circulaire droite.

c) On donne enfin une onde dont les paramètres de Stokes sont les suivants : $I = E_0^2$, $Q = 0$, $U = 0$, $V = E_0^2$. Déterminer les amplitudes complexes $\underline{A}$ et $\underline{B}$ de cette onde et déterminer sa polarisation.

On admettra par la suite que la donnée des quatre paramètres I , Q , U , V permet systématiquement de faire cette détermination.

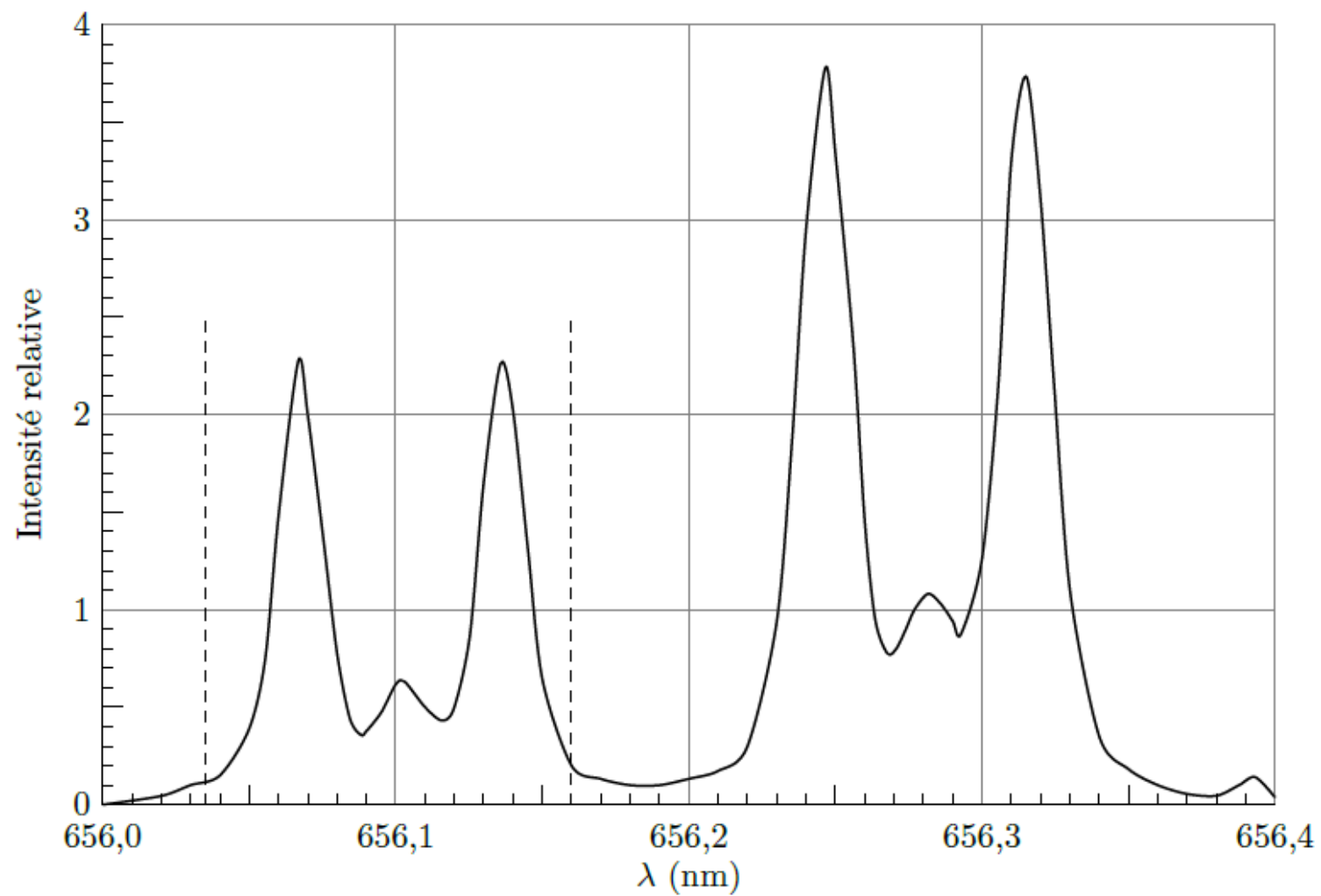


Figure 2 Spectre Zeeman d'un mélange hydrogène deutérium d'après
C.C. CHU et J.D. HEY Contrib. Plasma Phys. 40(2000) 5-6, 597-606

III.B.2) Dispositif à lames à retard

On considère un dispositif constitué de deux lames à retard L_1 , L_2 et d'un polariseur P tous orthogonaux à l'axe Oz . On étudie l'action de ce dispositif sur une onde électromagnétique plane progressive harmonique se propageant selon l'axe Oz dans le sens des z croissants, dont la notation complexe est toujours

$$\underline{\vec{E}} = \begin{pmatrix} \frac{A}{B} \\ \frac{B}{0} \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(\omega t - kz)}$$

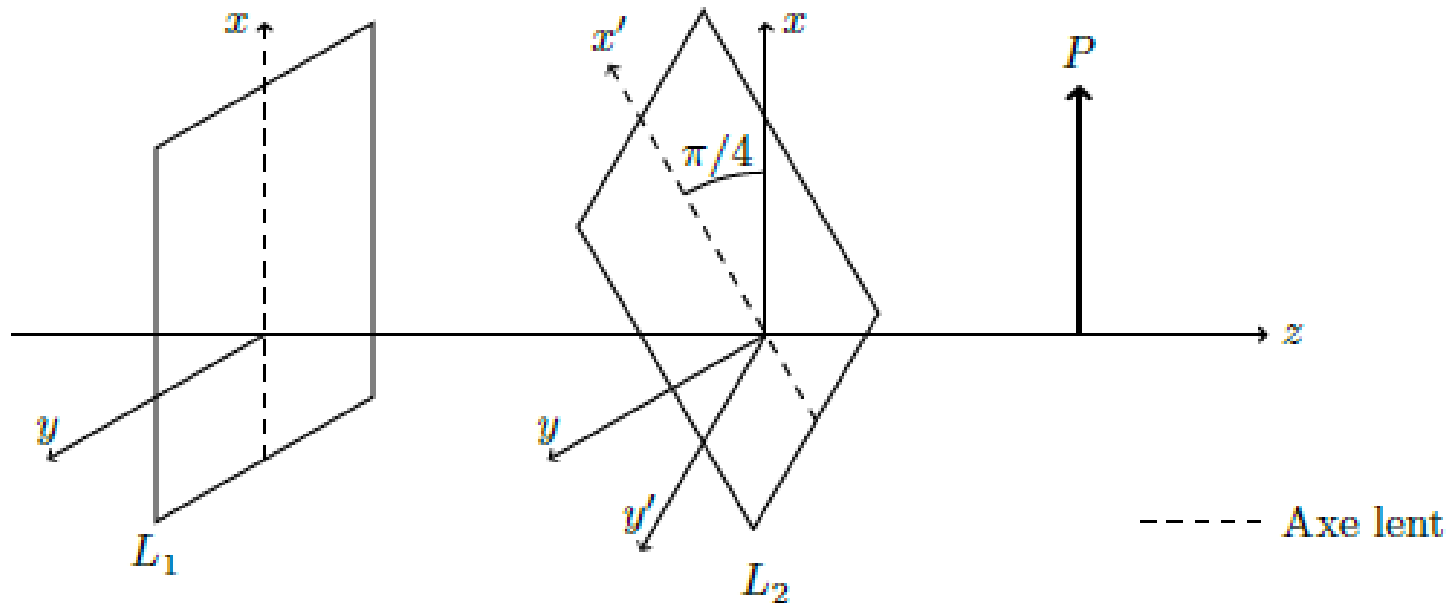


Figure 3

La lame L_1 (respectivement L_2) comporte un axe lent et un axe rapide, la propagation de la composante du champ électrique colinéaire à l'axe lent se faisant avec un retard de phase φ_1 (respectivement φ_2) par rapport à la composante colinéaire à l'axe rapide. Cette propagation s'effectue sans aucune atténuation. L'axe lent de L_1 est selon Ox , celui de L_2 fait un angle $\beta = +\pi/4$ avec l'axe Ox et le polariseur a sa direction de polarisation colinéaire à Ox .

a) Déterminer dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, à un terme multiplicatif près, l'expression des coordonnées de $\underline{\vec{E}}_1$, amplitude complexe du champ en sortie de la lame L_1 .

b) Déterminer de même dans la base $(\vec{e}'_x, \vec{e}'_y, \vec{e}'_z)$ issue d'une rotation $\pi/4$ de la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, à un terme multiplicatif près, l'expression des coordonnées de $\underline{\vec{E}}_2$, amplitude complexe du champ en sortie de la lame L_2 .

c) En déduire que l'intensité lumineuse en sortie de polariseur I_P peut s'écrire :

$$I_P = K' (I + Q \cos \varphi_2 + (U \sin \varphi_1 - V \cos \varphi_1) \sin \varphi_2)$$

où K' est une constante que l'on ne cherchera pas à déterminer et où I , Q , U et V sont les paramètres de Stokes de l'onde incidente.

d) Donner les expressions de I_P pour (φ_1, φ_2) prenant les couples de valeurs suivantes : $(0, 0)$, $(0, \pi)$, $(0, \pi/2)$, $(0, 3\pi/2)$, $(\pi/2, \pi/2)$ et $(\pi/2, 3\pi/2)$.

III.B- Etude d'un polarimètre

III.B-1) Paramètres de Stokes

a) Polarisation rectiligne $\begin{cases} \underline{A} = E_o \cdot \cos \alpha \\ \underline{B} = E_o \cdot \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = E_o^2 \\ Q = E_o^2 \cdot \cos(2\alpha) \\ U = E_o^2 \cdot \sin 2\alpha \\ V = 0 \end{cases}$

b) Polarisation circulaire droite $\begin{cases} \underline{A} = \frac{E_o}{\sqrt{2}} \\ \underline{B} = i \cdot \frac{E_o}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = E_o^2 \\ Q = 0 \\ U = 0 \\ V = -E_o^2 \end{cases}$

c) $Q=0 \Rightarrow |\underline{A}| = |\underline{B}|$; $I = E_o^2 \Rightarrow |\underline{A}| = |\underline{B}| = \frac{E_o}{\sqrt{2}}$;

$U=0 \Rightarrow 2 \cdot \cos(\text{Arg } \underline{A} - \text{Arg } \underline{B}) = 0$;

$V = E_o^2 \Rightarrow E_o^2 = i \cdot 2 \cdot (E_o^2 / 2) \cdot i \cdot \sin(-\text{Arg } \underline{A} + \text{Arg } \underline{B}) \Rightarrow \sin(\text{Arg } \underline{A} - \text{Arg } \underline{B}) = 1 \Rightarrow$

$\boxed{\text{Arg } \underline{A} - \text{Arg } \underline{B} = \pi / 2}$ La polarisation est circulaire gauche.

Si on prend l'origine des phases sur $\underline{A}$ alors $\boxed{\underline{A} = \frac{E_o}{\sqrt{2}} \text{ et } \underline{B} = \frac{-i \cdot E_o}{\sqrt{2}}}$

III.B-2) Dispositif des lames à retard

$$\text{a) } \vec{E} = \begin{vmatrix} \underline{A} \cdot \exp i.(\omega.t - k.z) \\ \underline{B} \cdot \exp i.(\omega.t - k.z) \\ 0 \end{vmatrix} \text{ soit à la sortie de } L_1, \vec{E}_1 = \underline{K}_1 \cdot \begin{vmatrix} \underline{A} \cdot \exp i.(\omega.t - k.z - \varphi_1) \\ \underline{B} \cdot \exp i.(\omega.t - k.z) \\ 0 \end{vmatrix} \text{ dans la base } (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

$$\text{b) } \vec{E}_1 = \underline{K}_1 \cdot \begin{vmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \underline{A} \cdot \exp i.(\omega.t - k.z - \varphi_1) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \underline{B} \cdot \exp i.(\omega.t - k.z) \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \underline{A} \cdot \exp i.(\omega.t - k.z - \varphi_1) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \underline{B} \cdot \exp i.(\omega.t - k.z) \\ 0 \end{vmatrix} \text{ dans la base } (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

$$\text{soit à la sortie de } L_2 \vec{E}_2 = \underline{K}_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \exp i(\omega.t - k.z) \cdot \begin{vmatrix} (\underline{A} \cdot \exp(-i\varphi_1) + \underline{B}) \cdot \exp(-i\varphi_2) = \underline{A}_2 \\ -\underline{A} \cdot \exp(-i\varphi_1) + \underline{B} = \underline{B}_2 \\ 0 \end{vmatrix} \text{ dans la base } (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

c)Après le polariseur P $\vec{E}_p = \underline{K}_p \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \exp i(\omega.t - k.z) \cdot \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \underline{A}_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \underline{B}_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{A}_p$

L'intensité I_p se calcule alors par $I_p = \underline{A}_p \cdot \underline{A}_p^*$, on retrouve bien le résultat proposé après quelques calculs.

d)

(φ_1, φ_2)	$(0,0)$	$(0,\pi)$	$(0,\pi/2)$	$(0,3.\pi/2)$	$(\pi/2,\pi/2)$	$(\pi/2,3.\pi/2)$
I_p	$K' \cdot (I+Q)$	$K' \cdot (I-Q)$	$K' \cdot (I-V)$	$K' \cdot (I+V)$	$K' \cdot (I+U)$	$K' \cdot (I-U)$

Synthèse : Analyse d'une polarisation inconnue

