EPREUVE COMMUNE DE TIPE 2007 - Partie D

TITRE :

Temps classique - Temps relativiste

Temps de préparation : 2h15
Temps de présentation devant le jury : 10 minutes
Entretien avec le jury : 10 minutes

GUIDE POUR LE CANDIDAT :

Le dossier ci-joint comporte 11 pages de texte (y compris celle-ci) dont deux figures.
Document principal : **Temps classique - Temps relativiste**.

Travail suggéré au candidat :

Faire une synthèse des informations données dans ce texte en mettant en relief les différences esstentielles entre l'approche du temps en physique classique et en physique relativiste. Il est important que les diverses applications mentionnées dans le texte soit comprises et discutées. S'il en connait, l'étudiant pourra citer des applications de la relativité dans les domaines de la physique spatiale, de la physique atomique, de la physique nucléaire et de la physique des particules.

CONSEILS GENERAUX POUR LA PREPARATION DE L'EPREUVE :

⋆ Lisez le dossier en entier dans un temps raisonnable.
⋆ Réservez du temps pour préparer l'exposé devant le jury.

- Vous pouvez écrire sur le présent dossier, le surligner, le découper ... mais tout sera à remettre au jury en fin d'oral.
- En fin de préparation, rassemblez et ordonnez soigneusement TOUS les documents (transparents, etc.) dont vous comptez vous servir pendant l'oral, ainsi que le dossier, les transparents et les brouillons utilisés pendant la préparation. En entrant dans la salle d'oral, vous devez être prêts à débuter votre exposé.
- A la fin de l'oral, vous devez remettre au jury le présent dossier, les transparents et les brouillons utilisés pour cette partie de l'oral, ainsi que TOUS les transparents et autres documents présentés pendant votre prestation.

Temps classique - Temps relativiste

1 Introduction

La définition du temps est un problème très complexe. Cependant, notre propre et permanente évolution rend son utilisation naturelle et occulte souvent la nécessaire problématique de sa définition rigoureuse. Diverses perceptions de la notion de temps peuvent être discutées : philosophique, psychologique, scientifique, etc ... Dans ce dossier, nous allons nous limiter à celle du physicien dans sa description des lois de la nature.

L'étude de l'évolution des idées en physique montre que la notion de temps a considérablement évolué au cours des siècles. En physique classique[1], le temps est représenté par une variable scalaire. Il s'écoule uniformément et peut se mesurer à l'aide de chronomètres ou d'horloges. Le temps classique présente un caractère absolu. Ceci signifie qu'il ne dépend pas du référentiel dans lequel on le mesure. Il est intéressant de noter que cette définition correspond à notre perception quotidienne et donc naturelle de la notion de temps. Par exemple, nous attribuons tous la même longueur à un intervalle de temps. Ceci permet d'établir un concensus sur les dates des événements qui marquent notre existence et sur la durée des processus en évolution. De même, la notion de simultanéité ne pose à priori conceptuellement aucun problème. Deux événements sont dit simultanés s'ils se produisent en même temps. Deux personnes voyant la même chose au même moment donnent la même heure lue sur leur montre préalablement *mise à l'heure* et ceci qu'ils soient en mouvement ou non. Remettre en cause ces faits semble donc, à priori, fantaisiste. Néanmoins, au début du vingtième siècle, un ensemble de travaux théoriques et expérimentaux va conduire à une profonde remise en question de ces idées. En effet, les physiciens de cette époque s'aperçoivent d'incohérences entre les postulats de la mécanique newtonienne et la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell. De même, les résultats interférométriques de Michelson et Morley montrent que les lois de composition classique des vitesses ne fonctionnent pas pour la vitesse de la lumière. La résolution de ces problèmes conduit à la théorie de la relativité dont les postulats sont définitivement établis par A. Einstein à partir de 1905. Le concept du temps vu par le physicien se voit alors véritablement révolutionné. Le temps relativiste perd le caractère absolu du temps classique et de nombreuses idées préalablement établies telles que l'invariance d'un intervalle de temps ou la notion de simultanéité doivent alors être repensées.

Une multitude d'expériences confirment actuellement la théorie de la relativité. En particulier, il apparait qu'elle est la seule à décrire correctement la cinématique des systèmes physiques dont la vitesse est proche de celle de la lumière. Pour cette raison, la physique des particules contemporaine l'utilise systématiquement pour décrire les trajectoires et les bilans d'énergie dans les accélérateurs dédiés à leur étude.

[1]Le terme *physique classique* désigne traditionnellement l'ensemble des théories qui rendent compte des phénomènes où les effets relativistes et quantiques sont négligeables. On y inclut la mécanique newtonienne et la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell.

Dans ce dossier, nous allons nous intéresser au passage *temps classique - temps relativiste.* Nous allons regarder les principales conséquences comme typiquement la relativité d'une mesure d'un intervalle temporel. La notion de simultanéite y est également discutée. Nous finirons par des exemples précis qui illustrent le dossier et qui montrent que la théorie de la relativité est confirmée de manière expérimentale.

2 La physique classique en difficulté

Vers la fin du dix neuvième siècle, la physique est dominée par deux théories majeures : la mécanique newtonienne et la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell. Personne ne songe alors à les remettre en question, tant la majorité des résultats expérimentaux disponibles à cette époque sont en accord avec elles. Néanmoins la question de leur compatibilité se pose et se pose de façon cruciale. En effet, il apparait que toutes les équations de Maxwell ne respectent pas le principe de relativité de Galilée qui postule que : *L'ensemble des lois de la physique sont invariantes vis à vis d'un changement de référentiel galiléen.* Ceci signifie que deux physiciens dans deux référentiels galiléens R et $R^{'}$ écrivent formellement les mêmes équations pour décrire un même système physique et que l'on peut passer d'une écriture à l'autre en utilisant notamment les relations entre les variables cinématiques des deux référentiels[2]. Cette incohérence entre les deux théories ne peut bien sûr être ignorée. Elle implique que l'une des deux ou les deux doivent être modifiées.

L'autre problème est lié à la vitesse de la lumière. Vers les années 1880, les résultats des expériences de Michelson puis de Michelson et Morley montrent que la vitesse de la lumière n'obeit pas aux lois de composition des vitesses de la mécanique newtonienne. D'autre part, si on admet que les équations de Maxwell caractérisent correctement la théorie fondamentale de l'électromagnétisme, la relation $\epsilon_0\mu_0 c^2 = 1$ montre que la vitesse de la lumière dans le vide est une constante. Or, ce point est en accord les résultats expérimentaux de Michelson et Morley. Les piliers du bel édifice classique commencent alors à se fissurer dangereusement.

3 La théorie de la relativité restreinte

Dans ce texte nous allons nous intéresser aux postulats de la relativité dite restreinte par opposition à la relativité dite générale. La première concerne l'écriture des lois de la physique dans les référentiels galiléens. Plus spécifiquement et pour simplifier le formalisme, nous nous plaçons toujours dans la situation de la Figure 1 où deux référentiels galiléens R et $R^{'}$ sont en mouvement relatif de translation rectiligne uniforme sur leur axe commun $0x$ et $0^{'}x^{'}$. La vitesse de $R^{'}$ par rapport à R se note $\vec{v_e}$. La relativité générale est la généralisation de ces postulats à tous les référentiels, galiléens et non galiléens.

3.1 Les postulats de la relativité restreinte

C'est à Albert Einstein que l'on doit l'énoncé cohérent des deux postulats de la relativité restreinte en 1905, interprétant ainsi de manière satisfaisante l'expérience de Michelson et Morley.

[2]Voir Annexe A, pour les détails concernant les équations de Maxwell et le principe de relativité de Galilée

Postulat 1 : Toutes les lois de la physique sont invariantes par changement de référentiel galiléen.

Postulat 2 : La vitesse de la lumière dans le vide est indépendante du mouvement de la source.

Le postulat 1 n'est ni plus ni moins que le principe de relativité de Galilée. Le second donne implicitement la faveur à la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell. Pour satisfaire à ces deux postulats, il est nécessaire de modifier la cinématique classique afin de trouver des relations permettant aux équations de Maxwell de satisfaire le principe de Galilée. Or, il apparait qu'il n'existe pas de transformation entre deux référentiels galiléens satisfaisant à cette condition et n'impliquant pas la transformation de la coordonnée temps. Le temps absolu se voit condamné. Il devient nécessaire d'introduire une coordonnée temporelle t dans R et une coordonnée temporelle $t^{'}$ dans $R^{'}$ différente pour un même événement.[3] Par ailleurs, la vitesse de la lumière apparait en relativité comme une vitesse limite. Aucun signal physique ne peut être transmis plus rapidement. La possibilité d'une transmission instantanée d'un signal, condition nécessaire à l'existence d'un temps absolu est maintenant exclue et ceci contrairement à la mécanique classique.

3.2 Synchronisation des horloges dans un référentiel galiléen R

Le temps absolu n'existant plus, il faut commencer par réapprendre à le mesurer dans un référentiel R donné. Pour cela, nous devons commencer par synchroniser les horloges du référentiel R. Le protocole, proposé par H. Poincaré, est le suivant : on place une horloge (H_0) à l'origine du référentiel et une horloge (H_M) en un point M quelconque. A l'instant t_0, un signal électromagnétique est émis de O. (H_M) le reçoit au temps t_M. A l'instant $t_0 + T$, un second signal est émis de O. M doit le recevoir au temps $t_M + T$. Ceci prouve que les horloges fonctionnent de la même façon. Il faut maintenant controler l'origine du temps. On place un miroir en M. A l'instant t_0 de H_0, un signal est émis vers M et le réfléchit vers O qui le reçoit au temps $t_0 + T_c$. L'origine des temps des deux horloges est la même si M l'a reçu au temps $t_0 + T_c/2$. Il y a donc un temps unique qui peut être associé à tous les points de R.

3.3 Transformation de Lorentz

La transformation qui permet de passer entre les systèmes de coordonnées de R et de $R^{'}$ s'appelle la transformation de Lorentz-Poincaré. Elle a été initialement proposée par Lorentz vers 1885 sous une forme partielle afin d'interpréter les résultats de l'expérience de Michelson et Morley. Sa forme finale fut proposée par H. Poincaré vers 1905 comme la transformation permettant aux équations de Maxwell de respecter le principe de Galilée. Pour simplifier, nous nous plaçons sous les hypothèses de la figure 1, en ajoutant l'hypothèse qu'à l'instant $t = t^{'} = 0$, les origines O et $O^{'}$ coïncident. Dans ce cas, on parle de *transformation spéciale*

[3] En relativité, on appelle *événement* dans un référentiel R donné, un phénomème physique qui a lieu en un point M donné à un instant t donné. Comme la notion de temps absolu disparait, le nombre de coordonnées pour le repérer passe à quatre : les trois coordonnées du vecteur position $\vec{OM} = \vec{r}$ et celle du temps t. Dans le référentiel $R^{'}$ donné, le même événement est représenté par les 3 composantes du vecteur position $\vec{O^{'}M} = \vec{r^{'}}$ et celle du temps $t^{'}$.

de Lorentz.

Voici son expression mathématique :

$$
\begin{aligned}
x^{'} &= \gamma_e(x-\beta_e ct)\\
y^{'} &= y\\
z^{'} &= z\\
ct^{'} &= \gamma_e(ct-\beta_e x)
\end{aligned}
$$

avec

$$
\begin{aligned}
\gamma_e &= \frac{1}{\sqrt{1-v_e^2/c^2}}\\
\beta_e &= v_e/c
\end{aligned}
$$

Quelques remarques concernant cette transformation :

- La vitesse de la lumière apparait bien comme une vitesse limite. Le facteur γ_e n'est réel que si $v_e \leq c$.

- Elle laisse invariante la forme $c^2t^2 - x^2$, ce qui signifie que $c^2t^{'2} - x^{'2} = c^2t^2 - x^2$. L'équation du rayon lumineux émis à l'instant $t = 0$ de l'origine est invariante dans les deux référentiels galiléens R et $R^{'}$. Plus généralement, si on considère deux événements E_1 et E_2, elle laisse invariante la quantité :

$$
\begin{aligned}
s_{12} &= (c^2(t_2-t_1)^2-(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2-(z_2-z_1)^2)^{1/2}\\
&= (c^2(t_2^{'}-t_1^{'})^2-(x_2^{'}-x_1^{'})^2-(y_2^{'}-y_1^{'})^2-(z_2^{'}-z_1^{'})^2)^{1/2}
\end{aligned}
$$

  On voit ainsi clairement, que la notion d'intervalle de temps n'est plus invariante. Il y a maintenant un mélange de la partie purement spatiale avec la partie temporelle. Notons cependant que l'existence d'un tel invariant peut être perçue comme rassurante car elle montre que tout n'est pas aussi "relatif" que l'on peut croire dans ce nouveau cadre formel.

- La transformation de Lorentz permet aux équations de Maxwell de vérifier le postulat 1. La démonstration explicite de ce point sort du cadre de ce texte.

- La transformation de Galilée s'obtient comme la limite $\beta_e \ll 1$. C'est tant mieux, car il est clair qu'il serait facheux de ne pas retrouver la mécanique newtonienne dans les conditions physiques où il est évident qu'elle fournit une description satisfaisante des phénomènes.

3.4 Cinématique relativiste

La transformation précédente nous donne simplement la transformation du vecteur position et de sa coordonnée temporelle de l'événement se déroulant au point M dans les deux référentiels galiléens R et $R^{'}$ (voir Figure 1). Il est clair que le travail ne s'arrête pas là et qu'il faut reconstruire ensuite toute une mécanique compatible avec le nouveau cadre formel relativiste. Nous allons simplement étudier ici la définition de la vitesse du point M. Deux physiciens dans R et dans $R^{'}$ étudient le mouvement du point M. Le physicien dans R définit la vitesse de façon habituelle et écrit $\vec{v} = \frac{d\vec{0M}}{dt}$. De même, le physicien dans $R^{'}$ écrit $\vec{v^{'}} = \frac{d\vec{0^{'}M^{'}}}{dt^{'}}$. C'est à dire la même expression avec ses coordonnées spatiales et temporelles. A partir de la transformation de Lorentz, on peut établir les formules de passage entre $\vec{v}$ et $\vec{v^{'}}$:

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{v^{'}_x + v_e}{1 + v_e v'_x/c^2} \\ v_y &= \frac{v^{'}_y}{\gamma_e(1 + v_e v'_x/c^2)} \\ v_z &= \frac{v^{'}_z}{\gamma_e(1 + v_e v'_x/c^2)} \end{aligned}$$

On peut reprendre ce type de raisonnement pour l'accélération de M et poursuire sur la formulation relativiste de la dynamique. Mais ceci sort du cadre de ce texte.

4 Mesure d'un intervalle de temps

4.1 Intervalle de temps propre - dilatation du temps

Considérons une particule en mouvement par rapport à R et $R^{'}$. Ce mouvement peut être décrit par l'ensemble des événements : la particule est spatialement au point M à l'instant t. D'après ce que nous avons vu précédemment, la transformation de Lorentz laisse invariant l'intervalle d'espace-temps élémentaire : $ds = (c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2)^{1/2}$ dans tous les référentiels galiléens.

Le rapport $d\tau = ds/c$, homogène à un temps, est donc également un invariant. On désigne cet intervalle de temps par *l'intervalle de temps propre élémentaire*. Il est facile de voir que l'on peut écrire :

$$d\tau = dt\sqrt{1 - v^2/c^2} = dt/\gamma$$

où v désigne le module du vecteur vitesse $\vec{v}$ du point M à l'instant t dans R.

Nous désignons maintenant par R_P, le référentiel où le point M est au repos $\vec{v_P} = 0$ et nous l'appelons *le référentiel propre*. Dans ce cas, M reste au même endroit et il n'y a pas de partie spatiale dans ds. Nous avons alors :

$$d\tau = dt_P = dt\sqrt{1 - v^2/c^2} = dt/\gamma$$

Nous voyons que : $dt_P \leq dt$. Dans tous les référentiels, l'intervalle de temps est plus long que celui mesuré dans le référentiel propre. On appelle ceci la dilatation du temps. Ce résultat ouvre la voix à de nombreuses applications que le physicien classique ne pouvait imaginer sans risquer le ridicule. Typiquement, imaginons un voyage dans une fusée à une vitesse $\vec{v_f}$ contante. Pour les passagers, la fusée est le référentiel propre. Par rapport au référentiel attaché à la terre, le temps ne s'écoule pas de la même façon et la durée du parcours n'est pas la même dans les deux référentiels. En effet :

$$\Delta t_P = \Delta t_{fusee} = \Delta_{terre}\sqrt{1 - v_f^2/c^2}$$

L'effet est d'autant plus significatif la vitesse de la fusée s'approche de celle de la lumière. Le seul soucis reste à concevoir des moyens de propulsion capables d'une telle vitesse ! ... et ceci est loin d'être résolu.

4.2 La simultanéité en relativité

En relativité, deux événements sont dit simultanés dans un référentiel R donné, si des horloges synchronisées placées aux points où ils se produisent donnent la même indication.

Soient deux événements E_1 et E_2 simultanés dans R, par définition : $t_1 = t_2$. La question est maintenant de savoir s'ils restent simultanés dans $R^{'}$. Calculons la durée qui sépare E_1 et E_2 dans $R^{'}$. En nous servant de la transformation de Lorentz-Poincaré, nous avons :

$$\begin{aligned} c(t_2^{'} - t_1^{'}) &= \gamma_e(ct_2 - \beta_e x_2) - \gamma_e(ct_1 - \beta_e x_1) \\ &= -\gamma_e\beta_e(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

Ainsi deux événements simultanés dans R ne le sont pas nécessairement dans $R^{'}$. Ils le sont s'ils sont localisés spatialement au même point. La simultanéité dépend donc du référentiel de façon général. Il est intéressant de remarquer que l'on retrouve la conception classique dans la limite où c est infiniment grand.

5 Mesure d'un intervalle de longueur

Les coordonnées d'espace et de temps étant liées dans le formalisme relativiste, nous pouvons regarder comment on mesure un intervalle purement spatial. Pour cela, nous allons mesurer la longueur d'une règle fixe dans le référentiel $R^{'}$. On suppose qu'elle est placée le long de l'axe $Ox^{'}$. Ces extrémités s'appellent $x_A^{'}$ et $x_B^{'}$. Sa longueur dans $R^{'}$ est donc $L_{AB}^{'} = x_B^{'} - x_A^{'}$. Dans ces conditions, $R^{'}$ est appelé le référentiel propre de la règle. Il est important de remarquer que la question d'une quelconque simultanéité temporelle entre les événements A et B n'est pas pertinente dans le référentiel propre puisque les points y sont fixes. A un instant t_1, un physicien dans R désire mesurer la régle. Il utilise la transformation de Lorentz et écrit :

$$\begin{aligned} x_A^{'} &= \gamma_e(x_A - \beta_e ct_1) \\ x_B^{'} &= \gamma_e(x_B - \beta_e ct_1) \end{aligned}$$

Il en déduit :

$$
\begin{aligned}
x'_B - x'_A &= \gamma_e(x_B - x_A) \\
L'_{AB} &= \gamma_e L_{AB}
\end{aligned}
$$

La longueur mesurée dans un référentiel où la règle est en mouvement est donc plus petite que celle mesurée dans le référentiel où elle est au repos. On appelle ceci la contraction des longueurs.

6 Applications

6.1 Le temps de vie des muons

Un muon est une particule élémentaire formée dans la haute atmosphère en un point O pris comme origine d'un référentiel galiléen R lié à la terre. Il décrit l'axe Ox, orienté vers le centre de la Terre, avec une vitesse constante orientée vers le centre de la terre $v_m = 0.99\ c$ où c désigne la vitesse de la lumière.

Après avoir parcouru la distance $d = 5$ km, il se désintègre en un point D de l'axe Ox. Nous désirons calculer le temps de vie de ce muon dans le référentiel R et dans son référentiel propre que nous notons ici R'.

La vitesse étant proche de celle de la lumière, l'utilisation du formalisme relativiste s'impose. Les coordonnées quadridimensionnelles de l'événement D s'écrivent dans le référentiel R : $[OD] = [ct_D, x_D = d, y_D = 0, z_D = 0]$ et dans le référentiel propre : $[O'D] = [ct'_D, x'_D = 0, y'_D = 0, z'_D = 0]$

Nous avons $t_D = d/v_m$ dans R et $t'_D = t_D/\gamma_m$. Les applications numériques donnent $t_D \approx 1.7 \times 10^{-5}$ s et $t'_D \approx 2.4 \times 10^{-6}$ s. Ces deux temps sont très différents. L'expérience confirme ces résultats.

6.2 Expérience interférentielle de Fizeau (1851)

On considère le dispositif expérimental de Fizeau schématisé à la Figure 2. $L1$ et $L2$ sont deux lentilles convergentes minces de même axe optique SO. On place une source ponctuelle en S. $S1$ et $S2$ sont deux fentes d'Young infiniment fines. $T1$ et $T2$ sont deux tubes de même longueur l (typiquement, $l \approx 2$ m) et d'axes parallèles à l'axe optique de $L1$ et $L2$ contenant un même liquide d'indice n ($n \approx 1.5$).

Lorsque le liquide est au repos dans $T1$ et $T2$, on observe une frange centrale brillante au foyer 0 de $L2$. Le liquide dans $T1$ et $T2$ est alors mis en mouvement aux vitesses $\vec{u}$ et $-\vec{u}$ respectivement. On observe une modification de la figure d'interférence.

Soit v_1 et v_2, la vitesse de la lumière dans les tube $T1$ et $T2$ respectivement. L'allure de la figure d'interférence en 0 peut se déduire des deux quantités que sont la différence des durées des parcours des deux ondes qui interfèrent en 0, Δt, et de la différence de chemin optique entre les deux ondes en 0, δ. Elles sont respectivement égale à :

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{l}{v_2} - \frac{l}{v_1} \\ \delta &= c\Delta t\end{aligned}$$

Le calcul de v_1 et v_2 est différent en physique classique et en physique relativiste. Dans le premier cas, on obtient :

$$\begin{aligned}v_1 &= c/n + u \\ v_2 &= c/n - u\end{aligned}$$

et dans le deuxième

$$\begin{aligned}v_1 &= \frac{c/n + u}{1 + cu/nc^2} \\ v_2 &= \frac{c/n - u}{1 - cu/nc^2}\end{aligned}$$

les résultats expérimentaux montrent clairement que la transformation classique ne fonctionne pas. Ils sont en revanche en accord avec l'expression relativiste.

7 Conclusion

La relativité change en profondeur notre perception intuitive de l'espace et du temps qui correspond en général au schéma classique. La nouvelle physique mise en place avec la théorie relativiste et la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell échoue cependant à expliquer d'autres résultats expérientaux déjà disponibles en ce début du vingtième siècle tels que typiquement l'émission de spectres discrêts en énergie par les atomes. Une autre révolution conceptuelle majeure se produit alors à cette même époque. Elle porte le nom de *mécanique quantique* et s'avère au moins tout aussi peu intuitive que la relativité.

8 Annexe A - Equations de Maxwell et transformation de Galilée

Toutes les équations de Maxwell ne sont pas invariantes par transformation de Galilée entre deux référentiels galiléens. Nous allons le voir sur l'exemple suivant. Imaginons deux référentiels galiléens R et $R^{'}$ en translation l'un par rapport à l'autre. Par commodité, nous admettons que $R^{'}$ se déplace sur l'axe $0x$ de R à la vitesse $\vec{v_e}$ (voir figure 1). Les formules de transformations dites de Galilée entre les coordonnées des deux vecteurs positions $\vec{OM}$ et $O^{'}\vec{M}'$ se calculent immédiatement :

$$
\begin{aligned}
x^{'} &= x - v_e t \\
y^{'} &= y \\
z^{'} &= z \\
ct^{'} &= ct
\end{aligned}
$$

Par ailleurs, intéressons nous à la transformation galiléenne du champ électromagnétique formée par le couple $(\vec{E}, \vec{B})$ dans R et $(\vec{E'}, \vec{B'})$ dans $R^{'}$. Pour cela, exprimons l'expression de la force de Lorentz qui s'exerce sur une charge q animée d'une vitesse $\vec{v}$ dans R et $\vec{v'}$ dans $R^{'}$, on obtient dans R : $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$ et dans $R^{'}$: $\vec{F'} = q\vec{E'} + q\vec{v'} \times \vec{B'}$. La charge et la force étant invariantes par changement de référentiel galiléen, l'égalité $\vec{F} = \vec{F'}$ conduit aux égalités :

$$
\begin{aligned}
\vec{E} &= \vec{E'} - \vec{v_e} \times \vec{B'} \\
\vec{B} &= \vec{B'}
\end{aligned}
$$

Supposons que le champ électromagnétique soit un champ libre dans le vide. Les équations de Maxwell dans R s'écrivent :

$$
\begin{aligned}
\mathbf{rot}\vec{\mathrm{E}} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
\mathbf{div}\vec{\mathrm{B}} &= 0 \\
\mathbf{rot}\vec{\mathrm{B}} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\
\mathbf{div}\vec{\mathrm{E}} &= 0
\end{aligned}
$$

Dans $R^{'}$, elles s'écrivent de manière identique avec un indice par $^{'}$ pour chaque variable :

$$
\begin{aligned}
\mathbf{rot}^{'}\vec{\mathrm{E}'} &= -\frac{\partial \vec{B'}}{\partial t'} \\
\mathbf{div}^{'}\vec{\mathrm{B}'} &= 0 \\
\mathbf{rot}^{'}\vec{\mathrm{B}'} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E'}}{\partial t'} \\
\mathbf{div}^{'}\vec{\mathrm{E}'} &= 0
\end{aligned}
$$

Le principe de Galilé impose que l'on peut passer des expressions de R et de $R^{'}$ en utilisant les transformations de Galilée. Cependant, il apparait que ce n'est pas le cas pour toute ces équations. En particulier, on peut établir que (à admettre) :

$$
\mathbf{div}\vec{\mathrm{E}} = \mathbf{div}^{'}\vec{\mathrm{E}'} + \mathrm{v_e}\left(\frac{\partial \mathrm{B}^{'}_{\mathrm{x}'}}{\partial \mathrm{y}^{'}} - \frac{\partial \mathrm{B}^{'}_{\mathrm{y}'}}{\partial \mathrm{z}^{'}}\right)
$$

Les équations de Maxwell ne respectent donc pas le principe de Galilée avec la transformation classique des coordonnées.

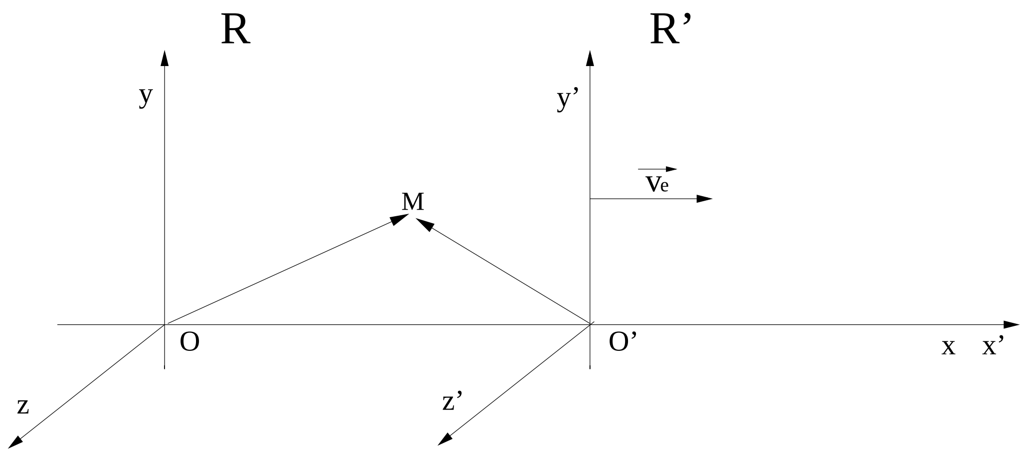

Figure 1. Représentation schématique des deux référentiels galiléens R et $R^{'}$ en translation rectiligne uniforme de vecteur vitesse $\vec{v_e}$ dirigé selon l'axe Ox. Cette figure peut bien entendu être sujet à controverses dans le cadre relativiste d'un espace-temps quadridimentionnel. Elle est néanmoins utile pour comprendre que l'on étudie un même événement qui a lieu en un point M décrit par quatre coordonnées dans deux référentiels galiléens différents.

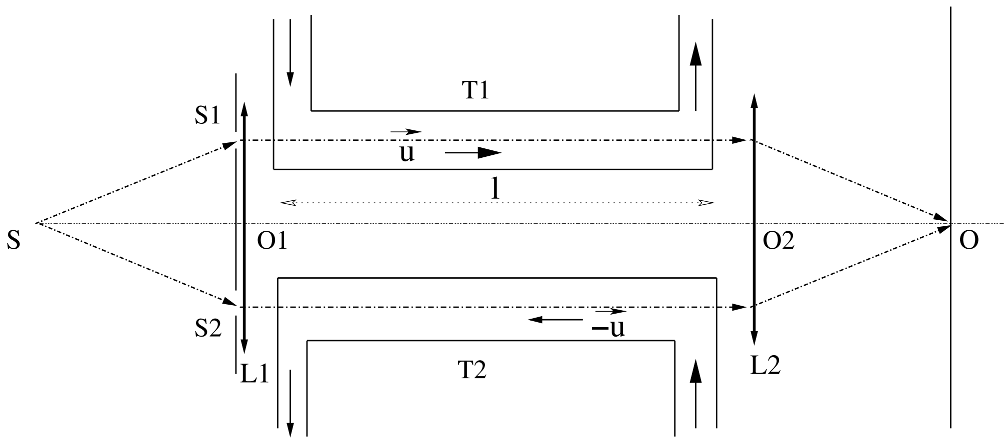

Figure 2. Représentation schématique de l'expérience de Fizeau.