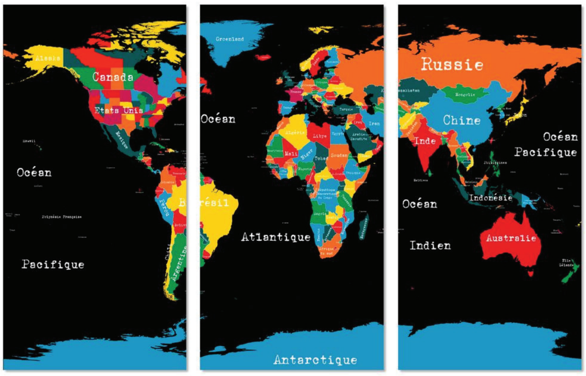
Thermodynamique et écoulement de fluides



O Granier

(PC*, Lycée J Decour, Paris)

(olivier.granier.free.fr)

Le cours

I) 1er et 2nd principes de la thermodynamique :

1) Enoncé du 1er principe :

On considère un système thermodynamique (S) fermé et immobile dans le référentiel du laboratoire (R).

Ce système subit une transformation durant laquelle son énergie interne varie de :

$$\Delta U = U_f - U_i$$

Cette variation est due à deux contributions :

- Aux travaux W des forces (de pression, par exemple) qui s'exercent sur le système (S).
- Aux transferts thermiques (quantités de chaleur) Q reçus par le système (S).

Le premier principe de la thermodynamique est un principe de conservation de l'énergie :

$$\Delta U = U_f - U_i = W + Q$$

Pour une transformation élémentaire (réversible ou quasi statique) :

$$dU = \delta W + \delta Q$$

Si le système (S) est animé d'un mouvement d'ensemble par rapport au référentiel (R) du laboratoire :

$$\Delta\left(U + \frac{1}{2} M_{tot} v(G)^2 + M_{tot} g\, z(g) \right) = W + Q$$

Transformations particulières :

- Transformation purement thermique (W = 0) : $\Delta U = Q$
- Transformation adiabatique (Q = 0) : $\Delta U = W$
- Transformation cyclique (suite de transformations durant lesquelles le système revient à son état initial) : $(\Delta U) = (W + Q)_{cycle} = 0$

2) Enoncé du 2nd principe :

L'entropie est une fonction d'état, additive et extensive.

Expression élémentaire du 2nd principe :

Le système reçoit travail et chaleur. Sa variation d'entropie dS vérifie :

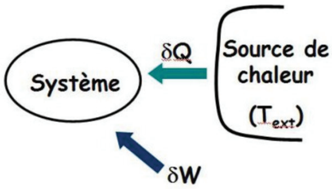
$$dS \geq \frac{\delta Q}{T_{ext}}$$

Ce que l'on écrit sous la forme :

$$dS = \frac{\delta Q}{T_{ext}} + \delta S_{creation} = \delta S_{echange} + \delta S_{creation}$$

Avec :

$$\delta S_{echange} = \frac{\delta Q}{T_{ext}} \quad et \quad \delta S_{creation} \geq 0$$

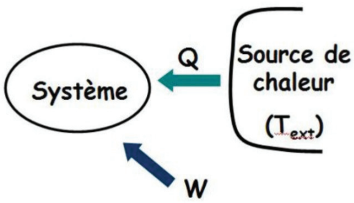


- $\delta S_{echange}$: l'entropie d'échange dépend des échanges de chaleur avec l'extérieur ; son signe est quelconque.
- $\delta S_{creation}$: l'entropie de création (positive ou nulle, uniquement dans le cas d'une transformation réversible) est liée aux transformations internes au système et caractérise le degré d'irréversibilité de la transformation (hétérogénéité de températures, de concentrations, déséquilibre de pression, ...).

Expression du 2nd principe pour une transformation finie :

Le système reçoit travail et chaleur. Sa variation d'entropie ΔS vérifie :

$$\Delta S \geq \int_{EI}^{EF} \frac{\delta Q}{T_{ext}}$$



Ce que l'on écrit sous la forme :

$$\Delta S = \int_{EI}^{EF} \frac{\delta Q}{T_{ext}} + S_{creation} = S_{echange} + S_{creation}$$

Avec :

$$S_{echange} = \int_{EI}^{EF} \frac{\delta Q}{T_{ext}} \quad et \quad S_{creation} \geq 0$$

En pratique, comment réaliser un bilan entropique ?

- Calcul de ΔS :

Se calcule en imaginant une transformation réversible amenant du même EI au même EF ou directement si l'on connaît la fonction entropie (GP, par exemple).

- Calcul de $S_{échange}$:

$$S_{echange} = \int_{EI}^{EF} \frac{\delta Q}{T_{ext}}$$

se calcule sur le chemin réellement suivi.

- Calcul de $S_{creation}$:

se calcule ensuite avec :

$$S_{creation} = \Delta S - S_{echange} \geq 0$$

Si la transformation est réversible :

$$\Delta S = S_{echange} = \int_{EI}^{EF} \frac{\delta Q}{T_{ext}} \quad et \quad S_{creation} = 0$$

Un exemple de bilan entropique :

On place un métal chaud à la température T1 (masse m, capacité calorifique massique c_m) dans l'eau d'une piscine à la température $T_0 < T_1$. Faire un bilan entropique.

On calcule la variation d'entropie de l'eau (phase incompressible) :

$$\Delta S_{metal} = mc_m \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right)$$

L'entropie d'échange se calcule sur le chemin réellement suivi :

$$S_{echange} = \int_{EI}^{EF} \frac{\delta Q}{T_{ext}} = \frac{mc_m(T_0 - T_1)}{T_0}$$

On en déduit l'entropie de création :

$$S_{creation} = mc_m \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right) - \frac{mc_m(T_0 - T_1)}{T_0}$$

Soit encore :

$$S_{creation} = mc_m \left[\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)\right] > 0$$

Interprétation statistique de l'entropie :

L'entropie du bureau d'un étudiant se rapproche-t-elle plutôt de celle du bureau de gauche ou de celle du bureau de droite ?

Si on appelle Ω le nombre d'états microscopiques accessibles par le système macroscopique, alors l'entropie peut s'écrire sous la forme :

$$S = k_B ln\Omega$$

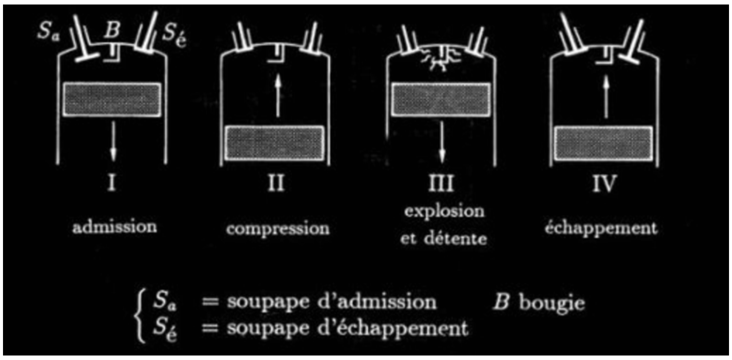
où k_B est la constante de Boltzmann.

Finalement, un système sera d'autant plus désordonné que son entropie sera grande. En particulier, lors d'un changement d'état liquide - gaz par exemple, l'entropie du corps va augmenter puisque l'état gazeux est moins ordonné que l'état liquide.

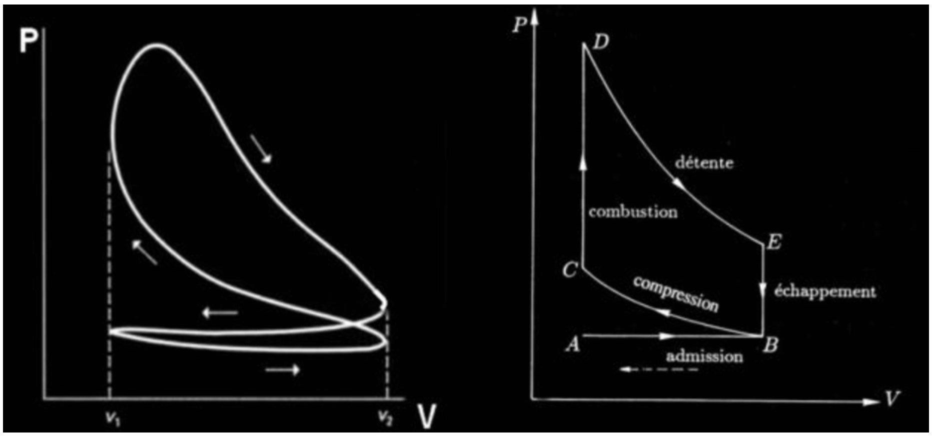
II) Machines thermiques dithermes, exemple du moteur de Carnot :

1) Cycle moteur de Beau de Rochas :

La figure suivante donne les 4 temps d'un moteur à explosion :



Les diagrammes expérimental (à gauche) et théorique (à droite) sont proposés sur la figure suivante.



Hypothèses simplificatrices :

Durant le cycle, les propriétés du fluide changent. On n'en tient pas compte et on considère le gaz comme un GP. C'est toujours le même gaz qui subit le cycle. Les transformations sont réversibles :

- BC : compression adiabatique
- CD : isochore (étincelle de la bougie)
- DE : détente adiabatique
- EB : refroidissement isochore

Rendement du cycle :

Le cycle est moteur (W < 0) : le fluide reçoit de la chaleur lors de la transformation CD et donne de la chaleur au milieu extérieur lors de la transformation EB. W désigne ici la somme des travaux reçus par le gaz lors du cycle (c'est-à-dire lors des 4 transformations).

Le rendement ρ du cycle (du moteur) est défini par :

$$\rho = \frac{\text{travail reçu par l'exterieur}}{\text{energie calorifique fournie}}$$

Soit, ici :

$$\rho = \frac{(-W)}{Q_{CD}} = -\frac{W}{Q_{CD}}$$

D'après le 1er principe :

$$\Delta U = W + Q_{CD} + Q_{EB} = 0$$

Soit :

$$W = -Q_{CD} - Q_{EB}$$

L'expression du rendement devient :

$$\rho = \frac{Q_{CD} + Q_{EB}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{EB}}{Q_{CD}}$$

Or (transformations isochores) :

$$Q_{CD} = \Delta U_{CD} = nC_{V,mol}(T_D - T_C)$$
$$Q_{EB} = \Delta U_{EB} = nC_{V,mol}(T_B - T_E)$$

D'où :

$$\rho = 1 + \frac{T_B - T_E}{T_D - T_C}$$

Pour les deux isentropiques (adiabatiques réversibles), on peut écrire :

$$\begin{cases} T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \\ T_D V_D^{\gamma-1} = T_E V_E^{\gamma-1} \end{cases}$$

En notant que $V_A = V_B$ et $V_D = V_C$, il vient :

$$\begin{cases} T_C = \left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} T_B \\ T_D = \left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} T_E \end{cases}$$

On en déduit l'expression du rendement :

$$\rho = 1 + \frac{T_B - T_E}{\left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} T_E - \left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} T_B}$$

Soit, finalement :

$$\rho = 1 - \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma - 1}$$

On note $\alpha = V_B / V_A$ le taux de compression : $\rho = 1 - \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\gamma - 1}$

Pour α compris entre 8 et 10 et avec $\gamma = 7/5$, $\rho \approx 0,56$.

2) Le cycle moteur de Carnot (cycle ditherme) :

Principe général d'une machine thermique :

La figure suivante donne le principe d'une machine de Carnot (machine ditherme).

Un fluide subit des cycles de transformations au cours desquels il échange du travail et de la chaleur avec l'extérieur.

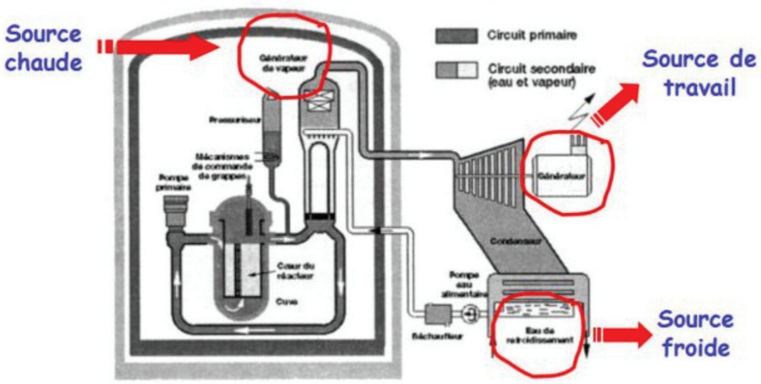
Si le fluide fournit « effectivement » du travail à l'extérieur, la machine est un moteur.

Si le fluide reçoit du travail et prend de la chaleur à la source froide, la machine thermique est un réfrigérateur (ou un climatiseur).

Si le fluide reçoit du travail et fournit de la chaleur à la source chaude, la machine thermique est une pompe à chaleur.

Si le fluide échange de la chaleur avec deux sources de chaleur, la machine est ditherme.

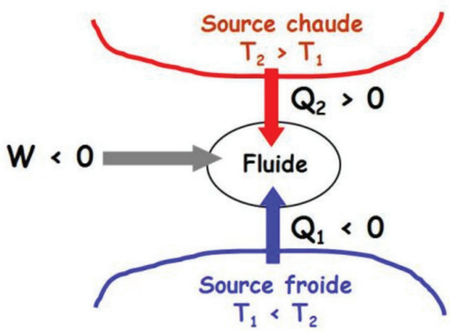
SCHEMA DE PRINCIPE REACTEUR A EAU PRESSURISEE



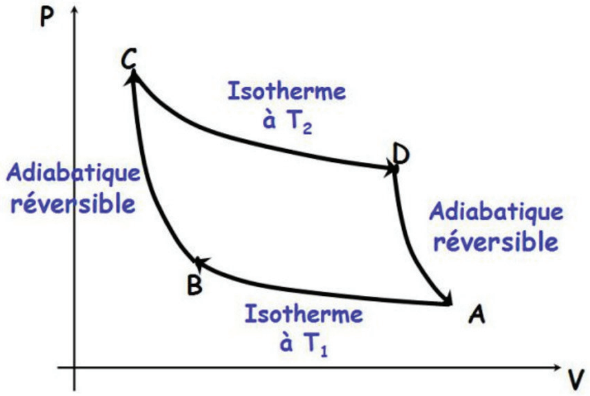
Le cycle du moteur réversible de Carnot (cycle moteur ditherme) :

Le schéma de principe est donné sur la figure suivante. Le fluide reçoit de la chaleur de la source chaude, fournit du travail au milieu extérieur et rejette une partie de l'énergie calorifique reçue à la source froide (impossibilité du moteur monotherme).

Le schéma de principe est le suivant :



Le cycle est constitué de deux adiabatiques réversibles (pas d'échanges de chaleurs) et de deux isothermes (au contact des deux sources de chaleur). Il est tracé dans le plan de Clapeyron sur la figure suivante.



Calcul du rendement :

Le rendement est défini par :

$$\rho = \frac{travail\ reçu\ par\ l'exterieur}{energie\ calorifique\ fournie} = -\frac{W}{Q_2}$$

Où W représente le travail total reçu par le fluide lors du cycle. D'après le 1er principe :

$$W + Q_1 + Q_2 = 0 \qquad soit \qquad W = -Q_1 - Q_2$$

D'où :

$$\rho = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2}$$

Un bilan entropique pour le fluide lors d'un cycle s'écrit :

$$\Delta S_{cycle} = S_{echange} + S_{creation}\ Avec : \begin{cases} \Delta S_{cycle} = 0 & (\text{le long d'un cycle}) \\ S_{echange} = \dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} & \\ S_{creation} = 0 & (\text{transformation reversible}) \end{cases}$$

D'où :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \qquad (\text{égalité de Clausius})$$

On en déduit que :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{T_1}{T_2}\ Et : \rho = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Ce rendement est toujours inférieur à 1 ; par exemple, avec :

$$T_1 = 0^\circ C\ ;\ T_2 = 100^\circ C\ ;\ \rho = 0{,}268 = 26{,}8\%\,!$$

On remarque que ce rendement ne dépend pas de la nature du fluide qui subit le cycle (GP, gaz réel, eau, ...), mais uniquement des températures des sources chaude et froide.

Moteur de Carnot irréversible :

Le cycle de Carnot est désormais irréversible (par exemple, les transferts de chaleur ne se font plus de manière réversible au contact des deux sources de chaleur).On va montrer que le rendement de ce cycle irréversible est inférieur à celui du cycle réversible, fonctionnant entre les deux mêmes sources.

Un bilan entropique pour le fluide lors d'un cycle s'écrit :

$$\Delta S_{cycle} = S_{echange} + S_{creation}$$

Avec :

$$\begin{cases} \Delta S_{cycle} = 0 \quad (\,le\, long\; d'un\, cycle\,) \\ S_{echange} = \dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} \\ S_{creation} > 0 \quad (\,transformation\, irreversible\,) \end{cases}$$

D'où :

$$S_{echange} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = -S_{creation} < 0$$

Soit l'inégalité de Clausius :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0$$

Le rendement est toujours défini par :

$$\rho = -\frac{W}{Q_2} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2}$$

Mais l'inégalité de Clausius donne :

$$\frac{Q_1}{T_1} < -\frac{Q_2}{T_2} \quad soit \quad \frac{Q_1}{Q_2} < -\frac{T_1}{T_1} \quad (\,avec\, Q_2 > 0\,)$$

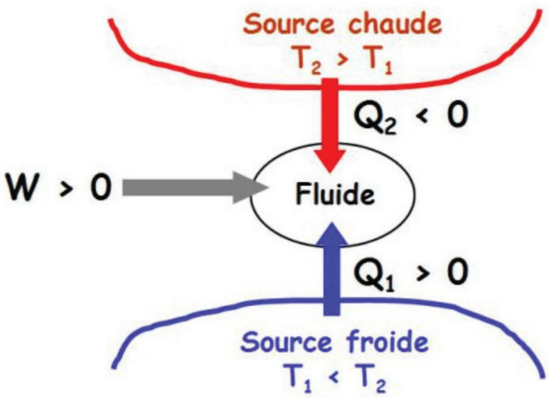
D'où : (théorème de Carnot)

$$\rho = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} < \rho_{rev} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

3) Réfrigérateur et pompe à chaleur selon Carnot :

Le cycle de Carnot est désormais parcouru dans l'autre sens (sens contraire des aiguilles d'une montre) :

Si on s'intéresse à la source chaude, cette machine frigorifique est une pompe à chaleur. Si on s'intéresse à la source froide, cette machine frigorifique est un réfrigérateur (ou un climatiseur).



Efficacité d'une machine thermique : (cas réversible)

Réfrigérateur	**Pompe à chaleur**
Énergie fournie : W > 0 But : Q_1 « grande » Efficacité : $e = \frac{energie\ recuperee}{energie\ fournie} = \frac{Q_1}{W}$ 1er principe : $W + Q_1 + Q_2 = 0$ D'où : $e = -\frac{Q_1}{Q_1 + Q_2}$ Égalité de Clausius (toujours valable) : $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad ; \quad Q_2 = -\frac{T_2}{T_1} Q_1$ D'où : $e = -\frac{1}{1 - T_2/T_1} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$	Énergie fournie : W > 0 But : - Q_2 « grande » Efficacité : $e = \frac{energie\ recuperee}{energie\ fournie} = -\frac{Q_2}{W}$ 1er principe : $W + Q_1 + Q_2 = 0$ D'où : $e = \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2}$ Égalité de Clausius (toujours valable) : $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad ; \quad Q_2 = -\frac{T_2}{T_1} Q_1$ D'où : $e = \frac{-T_2/T_1}{1 - T_2/T_1} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$

Applications numériques :

Pour un réfrigérateur :

$$T_1 = 300\ K \ \ ; \ T_2 = 260\ K \ \ ; \ e = 6{,}5$$

Pour une pompe à chaleur :

$$T_1 = 393\ K \ \ ; \ T_2 = 280\ K \ \ ; \ e = 22{,}5$$

Ce résultat montre qu'un kWh dépensé pour faire fonctionner la pompe à chaleur fournit autant de chaleur que la dissipation par effet Joule de 22,5 kWh de travail électrique dans un radiateur électrique !

Dans le cas d'un fonctionnement irréversible :

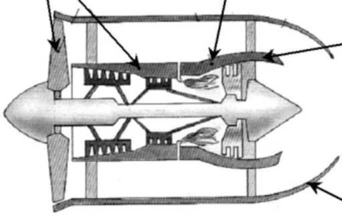
$$e_{refrigerateur} < \frac{T_1}{T_2 - T_1} \quad ; \quad e_{pompe\ a\ chaleur} < \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

III) Machines thermiques à écoulement, 1^er^ principe industriel :

1) Exemple d'un moteur à réaction :

Dans un moteur à réaction, un gaz (assimilé à l'air supposé parfait) parcourt un cycle que l'on considérera tout d'abord comme étant réversible. Il pénètre dans le réacteur à la pression P_1 et à la température T_1 (état (1)). Il est ensuite comprimé adiabatiquement jusqu'à la pression P_2 et la température vaut alors T_2 (état (2)). Il rentre alors dans une chambre de combustion où sa température passe de T_2 à T_3, la pression restant égale à P_2 (la sortie de la chambre de combustion est représentée par l'état (3)). Le gaz subit ensuite une détente adiabatique dans une turbine jusqu'à P_4 et T_4 (état (4)). Cette détente est telle que la puissance fournie à la turbine compense exactement celle que consomme le compresseur entre les états (1) et (2). Enfin, le gaz se détend dans une tuyère adiabatique sans parties mobiles jusqu'à P_1 et T_5 (état (5)). Le gaz est rejeté avec la vitesse c (ce qui assure la propulsion) dans l'atmosphère extérieure où il se refroidit à la pression constante P_1 de T_5 à T_1. On considère que la vitesse du gaz est partout négligeable sauf à la sortie de la tuyère.

Données numériques : $T_1 = 290\,K$, $P_1 = 1\,bar$, $P_2 / P_1 = 5$. La température du gaz à l'entrée de la turbine est $T_3 = 1300\,K$. L'air est considéré comme étant un gaz diatomique de masse molaire $M = 29\,g.mol^{-1}$. La constante R des gaz parfaits vaut $R = 8{,}31\,J.K^{-1}.mol^{-1}$.



Les applications numériques demandées sont relatives à l'unité de masse (ici, 1 kg) et les grandeurs extensives correspondantes seront notées par des lettres minuscules (s_m pour l'entropie, h_m pour l'enthalpie, e_{cm} pour l'énergie cinétique macroscopique,…).

Bilan d'énergie dans le compresseur :

La détente étant supposée réversible et adiabatique dans le compresseur, l'application de la loi de Laplace permet de déterminer la température finale T_2 :

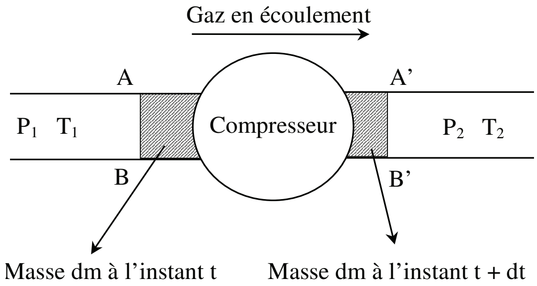
$$P_1^{1-\gamma} T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} T_2^{\gamma} \quad \text{soit} \quad T_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1$$

Pour l'air, gaz diatomique, $\gamma = 7/5$ et par conséquent, $T_2 = 459{,}3\,K$.

L'unité de masse d'air qui rentre dans le compresseur ne reçoit, de la part de celui-ci, qu'un travail mécanique noté w_m (avec $w_m > 0$). On considère à l'instant t le système fermé constitué du gaz compris dans le compresseur et de la masse dm de gaz (dans l'état P_1 et T_1) qui va rentrer, pendant l'intervalle de temps dt, dans le compresseur. A l'instant t + dt, ce système est constitué de la même quantité de gaz comprise dans le compresseur et de la même masse dm de gaz qui est sortie, étant désormais dans les conditions P_2 et T_2. Le 1^er^ principe appliqué à ce système (en négligeant l'énergie cinétique macroscopique) s'écrit :

$$\left(U_{\text{gaz dans le compresseur}} + (dm)\,u_{m,2}\right) - \left(U_{\text{gaz dans le compresseur}} + (dm)\,u_{m,1}\right)$$
$$= P_1(dm\,v_{m,1}) - P_2(dm\,v_{m,2}) + (dm)\,w_m$$

Avec :



• $U_{\text{gaz dans le compresseur}}$, l'énergie interne du gaz constamment contenu dans le compresseur ; elle est constante en régime stationnaire.

• $u_{m,1}$ et $u_{m,2}$ désignent les énergies internes massiques et $v_{m,1}$ et $v_{m,2}$ les volumes massiques de l'air dans les états (1) et (2) respectivement.

• la quantité $P_1(dm\,v_{m,1}) - P_2(dm\,v_{m,2})$ représente le travail des forces de pressions extérieures au système, à l'entrée et à la sortie de la machine (encore appelé travail de transvasement).

• Enfin, le transfert thermique reçu par le système est nul puisque, d'une part, le compresseur est calorifugé et, d'autre part, il n'y a pas de transfert de chaleur par conduction entre la masse qui rentre ou qui sort de la machine et son environnement immédiat puisque les températures sont identiques (et égales à T_1 ou T_2).

En remarquant que $h_m = u_m + Pv_m$ représente l'enthalpie massique, on aboutit finalement au bilan énergétique suivant :

$$h_{m,2} - h_{m,1} = w_m$$

Sachant que l'enthalpie massique d'un gaz parfait est de la forme $h_m = c_{P,m}T$ (avec $c_{P,m} = 7r/2$, où $r = R/M$), on en déduit l'expression du travail massique reçu par l'air :

$$w_m = \frac{7}{2}r(T_2 - T_1) = \frac{7}{2}r\left(\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1\right)T_1$$

Numériquement, on trouve $w_m = 169{,}8\ \text{kJ.kg}^{-1}$.

Bilan d'énergie dans la chambre à combustion :

Un bilan énergétique similaire à celui réalisé pour le compresseur conduit à :

$$q_m = h_{m,3} - h_{m,2} = \frac{7}{2}r\left(T_3 - T_2\right)$$

où q_m représente le seul terme énergétique reçu, sous forme de transfert thermique massique, par l'air dans la chambre de combustion. Numériquement, on obtient $q_m = 843{,}2\ \text{kJ.kg}^{-1}$.

Bilan d'énergie dans la tuyère :

Le bilan énergétique dans la tuyère s'écrit maintenant, puisque l'énergie cinétique macroscopique en sortie $e_{cm,5}$ n'est plus négligeable (et avec des notations semblables à celles de la question (2)) :

$$\left(U_{\text{gaz dans la tuyère}} + (dm)\,u_{m,5} + (dm)\,e_{cm,5}\right) - \left(U_{\text{gaz dans la tuyère}} + (dm)\,u_{m,4}\right)$$
$$= P_4(dm\,v_{m,4}) - P_1(dm\,v_{m,5})$$

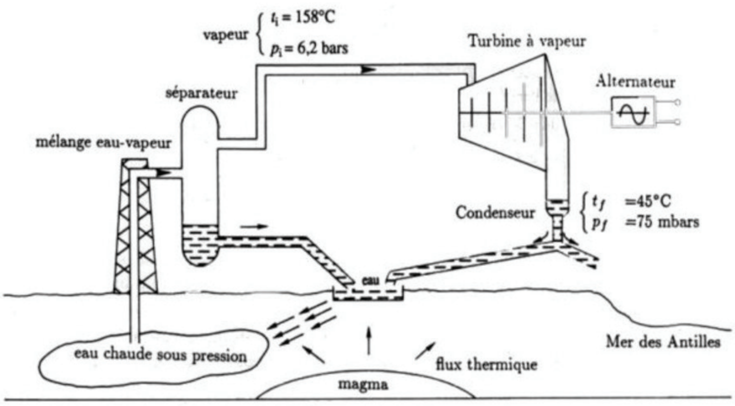
Soit, finalement :

$$\left(h_{m,5} - h_{m,4}\right) + e_{cm,5} = 0 \qquad \text{d'où} \qquad e_{cm,5} = -\left(h_{m,5} - h_{m,4}\right) = -\frac{7}{2}r\left(T_5 - T_4\right)$$

Numériquement, $e_{cm,5} = 311\,kJ.kg^{-1}$. La vitesse à la sortie de la tuyère valant alors $c = \sqrt{2\,e_{cm,5}} = 789\,m.s^{-1}$.

2) Enoncé du 1er principe industriel :

- $h_m, e_{c,macro}$ et $e_{p,ext}$ désignent l'enthalpie massique, l'énergie cinétique macroscopique et l'énergie potentielle massique de pesanteur du fluide en écoulement.
- w_m représente le travail massique reçu par le fluide dans la machine (en dehors des forces de pression à l'entrée et à la sortie de la machine). Il est encore appelé "travail utile massique".
- q_m est le transfert thermique massique reçu par le fluide lors de son passage dans la machine.



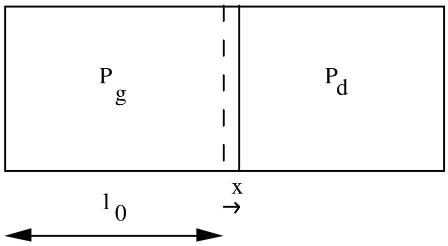
Le premier principe industriel s'écrit, pour un fluide en écoulement :

$$\Delta h_m + \Delta e_{c,macro} + \Delta e_{p,ext} = w_m + q_{th}$$

Des applications classiques

- **Utilisation de la loi de Laplace :**

Un cylindre adiabatique, horizontal, séparé en deux compartiments par un piston adiabatique, de masse m, mobile sans frottement, contient à l'état initial une mole de gaz parfait (P_0, V_0, T_0) de chaque côté.



A l'instant t = 0, l'opérateur écarte le piston de sa position d'équilibre de x_0 faible devant la longueur l_0 ($V_0 = l_0$ s).

1- Etudier les petites oscillations du système.

2- Justifier les hypothèses d'adiabaticité et de réversibilité.

1) On suppose que les transformations sont isentropiques. Alors, pour le gaz de gauche :

$$P_g(V_0+sx)^\gamma = P_0V_0^\gamma \quad soit \quad P_g \approx (1-\frac{\gamma x}{\ell_0})P_0$$

De même, pour le gaz de droite : $P_d \approx (1+\frac{\gamma x}{\ell_0})P_0$

Le théorème du centre d'inertie pour le piston donne : $m\ddot{x} = P_g s - P_d s \quad soit \quad \ddot{x} = -\frac{2P_0\gamma s}{m\ell_0}x = -\omega_0^2 x$

2) Pour l'hypothèse d'adiabaticité, on peut évaluer le temps long associé aux échanges de chaleur par diffusion thermique. Pour l'hypothèse de réversibilité, il faut négliger les frottements dus à la viscosité de l'air et au piston. Cette hypothèse est plus discutable car les frottements conduisent inévitablement à l'arrêt du piston.

- **Un peu de théorie cinétique des gaz parfaits :**

a) Effusion : un récipient de volume V_0 = 1 L, maintenu à température constante égale à 0°C, contient de l'hélium sous la pression P_0 = 1 mm Hg. A l'extérieur du récipient règne le vide. On note n = N / V_0 le nombre de particules par unité de volume. Le récipient est percé d'un petit trou d'aire s = 1 μm ^{2}.

Calculer le temps au bout duquel la pression a diminué de moitié. On confondra vitesse moyenne (en module) et vitesse quadratique moyenne. On supposera de plus que les particules ne peuvent aller que dans trois directions possibles.

b) Le récipient précédent ne communique plus avec le vide mais avec un récipient de même volume V_0, initialement vide et maintenu à la température constante de 0°C. Déterminer les densités particulaires n_1 et n_2 dans les deux récipients en fonction du temps. Les tracer en fonction du temps et déterminer leurs valeurs lorsque l'équilibre est atteint.

a) Un bilan de matière effectué entre t et t + dt donne : $dN(t) = -\frac{1}{6}n^* uSdt = -\frac{1}{6}\frac{N(t)}{V_0}uSdt$

Soit : $\frac{dN(t)}{N(t)} = -\frac{uS}{6V_0}dt = -\frac{1}{\tau}dt \qquad (\tau = \frac{6V_0}{uS})$

L'intégration donne : $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$

Sachant que $P(t) = n^* kT_0 = \frac{N(t)}{V_0}kT_0$*, il vient, avec* $P_0 = \frac{N_0}{V_0}kT_0$ *:* $P(t) = P_0 e^{-t/\tau}$

La pression a chuté de moitié à l'instant t_f telle que : $t_f = \tau \ln(2)$.

b) Un bilan de matière donne cette fois (les particules peuvent passer du récipient 1 au récipient 2 et vice – versa) :

$$dN_1 = -\frac{1}{6}\frac{N_1}{V_0}uSdt + \frac{1}{6}\frac{N_2}{V_0}uSdt \qquad et \qquad dN_2 = -dN_1$$

On a donc $N_1 + N_2 = N_0$*, d'où :* $\frac{dN_1}{dt} = -\frac{1}{6}\frac{uS}{V_0}(2N_1 - N_0) \quad soit \quad N_1(t) = \frac{N_0}{2}\left(1 + e^{-\frac{3V_0}{uS}t}\right)$

On en déduit : $N_2(t) = \frac{N_0}{2}\left(1 - e^{-\frac{3V_0}{uS}t}\right)$*, au bout d'un temps infini,* $N_1 = N_2 = \frac{N_0}{2}$.

- **Cycle de Carnot avec des « pseudo – sources » :**

On dispose de deux bassins d'eau de masses m_1 et m_1 / 5. On désire transformer le 1er en piscine chauffée et le 2nd en patinoire à l'aide d'une pompe à chaleur fonctionnant de manière réversile. La capacité thermique massique c_m de l'eau est donnée.

a) Initialement, $T_1 = T_2 = T_{ext} = 278\ K$. T_2 baisse de 5°C. Déterminer la température finale T_1 ainsi que le travail W à fournir (Indication : envisager une faible variation des températures sur un cycle).

b) Dans une 2nd étape, l'eau du second bassin passe à l'état de glace. La chaleur latente massique de l'eau est L_f . Déterminer les nouvelles valeurs finales de T'_1 et W'.

c) Dans une troisième étape, la température de la glace est abaissée de 5°C . Déterminer les nouvelles valeurs finales de T''_1 et W''.

a) Sur un cycle élémentaire : $\delta Q_1 + \delta Q_2 + \delta W = 0\ et\ \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} = 0$.

Or, $\delta Q_1 = -m_1 c_m dT_1$ *et* $\delta Q_2 = -\dfrac{m_1}{5} c_m dT_2$ *:*

$$\frac{dT_1}{T_1} + \frac{1}{5}\frac{dT_2}{T_2} = 0 \quad soit \quad T_1 T_2^{1/5} = cste = T_{ext}^{6/5} \quad et \quad T_1 = \left(\frac{T_{ext}}{T_2}\right)^{6/5} T_2 = 284\ K$$

Le travail à fournir est : $W = -Q_1 - Q_2 = m_1 c_m (T_1 - T_{ext}) + \dfrac{m_1}{5} c_m (T_2 - T_{ext})$.

b) On a alors : $m_1 c_m \ln\left(\dfrac{T'_1}{T_1}\right) - \dfrac{m_1}{5} L_f \dfrac{1}{T_f} = 0 \quad soit \quad T'_1 = T_1 e^{\frac{L_f}{5 c_m T_f}}$. *Le travail est :*

$$W' = -Q_1 - Q_2 = m_1 c_m (T'_1 - T_1) - \frac{m_1}{5} L_f$$

c) Idem (a).

- **Calorimétrie avec débit :**

Un serpentin est immergé dans un calorimètre ;on fait passer dans le serpentin un courant d'eau. A l'entrée, l'eau est à la température de 15°C, à la sortie elle est à la température du calorimètre qui, grâce à un chauffage électrique, est maintenue à 40°C.

a) Calculer la quantité d'énergie que doit fournir la résistance chauffante si le débit d'eau dans le serpentin est de 60 g.min^{-1}.

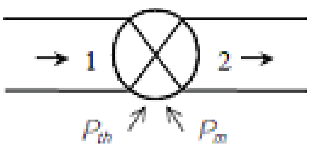
b) La résistance est de 10 Ω ; calculer l'intensité du courant.

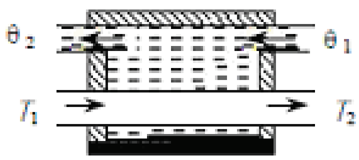
c) On fait passer un autre liquide dans le serpentin et pour avoir les mêmes conditions (températures et intensité), on doit assurer un débit de 180 g.min^{-1}. Calculer la chaleur massique du liquide.

- **Utilisation du 1er principe industriel, échangeur thermique :**

a) Soit une machine thermique ouverte dans laquelle circule un fluide en régime stationnaire avec un débit D_m. Les puissances thermique P_{th} et mécanique P_m y sont constantes. Montrer que :

$$D_m (h_2 - h_1) = P_m + P_{th}$$





b) Soit un échangeur de chaleur isobare et adiabatique. Le gaz, supposé parfait de coefficient $\gamma = 7/5$ et de masse molaire $M = 29\ g.mol^{-1}$ est refroidi de T_1 = 520 K à T_2 = 300 K. Le fluide réfrigérant est de l'eau de capacité thermique massique $c_m = 4{,}18\ J.g^{-1}.K^{-1}$, entrant à θ_1 = 12°C et sortant à θ_2. Le régime est stationnaire de débit $D = 4\ kg.s^{-1}$ pour le gaz et $d = 0{,}1\ kg.s^{-1}$ pour l'eau. Calculer θ_2.

c) Montrer que le taux de création d'entropie est : $\frac{\delta S_c}{dt} = d(S_2 - S_1)_{eau} + D(S_2 - S_1)_{gaz}$.

d) Calculer $(S_2 - S_1)_{eau}$ *et* $(S_2 - S_1)_{gaz}$. Quel est le signe de $\frac{\delta S_c}{dt}$?

a) Voir rappels de cours.

b) Le bilan précédent donne ici :

$$D\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{R}{M}(T_2 - T_1) = P_{th} = -dc_m(\theta_2 - \theta_1) \quad soit \quad \theta_2 = \theta_1 + \frac{D}{d}\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{R}{Mc_m}(T_1 - T_2).$$

c) L'entropie d'échange (le système est ici l'eau et le gaz) est nulle (l'ensemble est calorifugé) :

$$\delta S_c = \delta S_{eau} + \delta S_{gaz} \quad d'où \quad \frac{\delta S_c}{dt} = d(S_2 - S_1)_{eau} + D(S_2 - S_1)_{gaz}$$

d) On a : $\frac{\delta S_c}{dt} = dc_m \ln\left(\frac{\theta_2}{\theta_1}\right) + D\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{R}{M}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) > 0$ *(θ_1 et θ_2 en K).*

Des résolutions de problèmes ...

- **Comment trouver l'état final ?**

Un récipient parfaitement calorifugé contient une masse M d'eau liquide à la température θ_1. On place, dans ce récipient, un bloc de glace de masse m, à la température θ_0.

Comment caractériser l'état final ?

- **Fusion d'un glaçon sur le comptoir d'un café :**

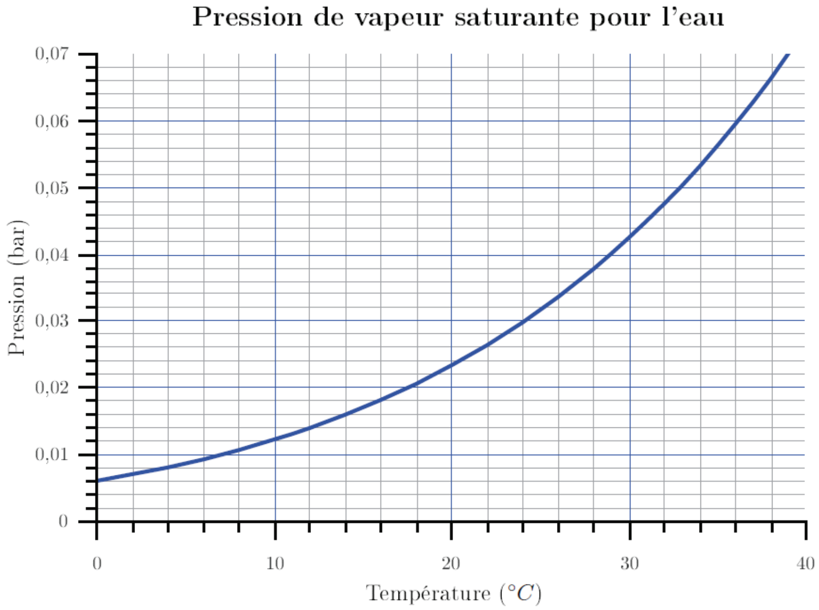
Un cube de glace à la température T = 0°C, glisse sur le comptoir d'un bar avec une vitesse initiale v_0 et une masse m_0.

Déterminer la quantité de glace fondue quand le glaçon s'arrête.

- **Verre d'eau dans un réfrigérateur :**

Un utilisateur place un verre d'eau dans un réfrigérateur. Il constate au bout de quelques jours que le niveau de l'eau dans le verre a baissé.

Dans le cadre d'une utilisation normale du réfrigérateur, au bout de combien de temps le verre sera-t-il vide ?



- **Le jetlev :**

Un jetlev est un dispositif fixé au dos d'un pilote lui permettant de s'élever au-dessus d'un lac. Une poussée suffisante est permise grâce à l'expulsion d'eau à grande vitesse par deux tuyères orientées vers le bas et alimentées grâce à un tuyau flexible d'une dizaine de mètres de long.

Afin de limiter le poids de l'engin, la pompe et le carburant sont disposés dans un bateau auxiliaire.

Quelle puissance doit fournir la pompe permettant au pilote de rester à une hauteur de quelques mètres au dessus de la surface de l'eau ?

- **Remorquer un iceberg pour avoir de l'eau douce :**

(Référence : www.3ds.com/fr/icedream/)

Le projet icedream est l'idée de l'ingénieur français Georges Mougin qui développe et affine son concept révolutionnaire depuis plus de 40 ans : remorquer des icebergs et les exploiter pour produire de l'eau douce !

Les fondamentaux du projet pilote sont donc les suivants : un iceberg d'environ 10 millions de tonnes, un remorqueur qui met 140 jours à relier Terre-Neuve et les Iles Canaries.

Données :

Puissance thermique P_{th} échangée par un système à la température T en contact sur une surface S avec un fluide à la température T_{fluide} dans le modèle conducto-convectif de Newton :

$$P_{th} = h\ (T_{fluide} - T)\ S$$

avec

- le coefficient de transfert thermique de l'air :

$$h \approx 5\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$$

- le coefficient de transfert thermique de l'eau :

$$h \approx 10^2\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$$

Enthalpie de fusion de la glace : $L_{fus} = 333\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$

photomontage (Uwe Kils).

Estimer la proportion de l'iceberg qui fond par jour.