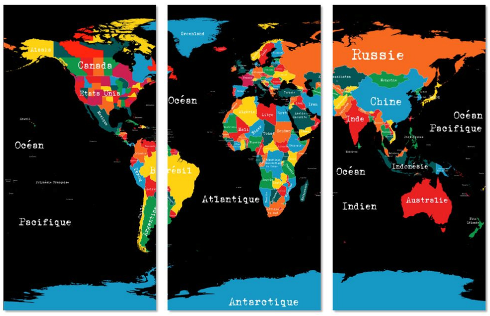
Electricité



O Granier

(PC*, Lycée J Decour, Paris)

(olivier.granier.free.fr)

Le cours

I) Lois essentielles :

1) Lois de Kirchhoff (lois des nœuds et des mailles) :

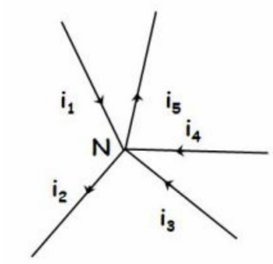
Ces lois s'écrivent sous la forme (voir figure) :

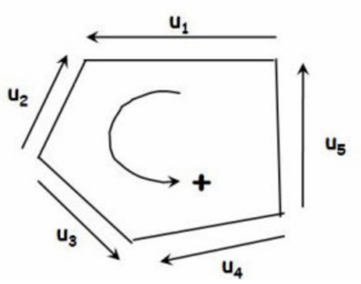
- Loi des nœuds :

$$i_1 + i_3 + i_4 = i_2 + i_5$$

- Loi des mailles :

$$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + u_5 = 0$$





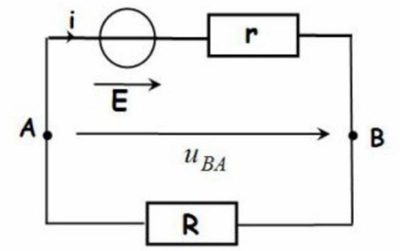
2) Loi de Pouillet :

La loi des mailles donne :

$$u_{BA} = E - ri = Ri$$

On en déduit l'intensité dans le circuit (c'est la loi de Pouillet) :

$$i = \frac{E}{r + R}$$

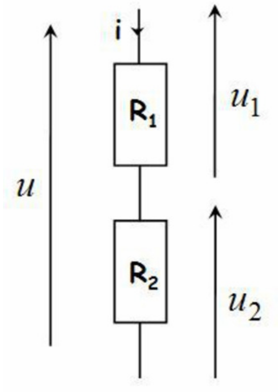


3) Diviseur de tension :

Le diviseur de tension est défini sur la figure suivante.

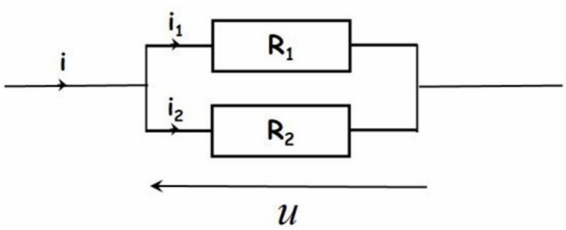
Les tensions u_1 et u_2 s'expriment en fonction de la tension u appliquée à l'ensemble des deux résistances placées en série :

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u \quad et \quad u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$



4) Diviseur de courant :

Le diviseur de courant est défini sur la figure suivante :



Les courants i_1 et i_2 s'expriment en fonction du courant i qui arrive dans les deux résistances placées en parallèle :

$$\begin{cases} i_1 = \dfrac{G_1}{G_1 + G_2} i \\ i_2 = \dfrac{G_2}{G_1 + G_2} i \end{cases}$$

Ou encore :

$$\begin{cases} i_1 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} i \\ i_2 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} i \end{cases}$$

Les conductances G_i sont données par :

$$G_i = \frac{1}{R_i}$$

II) Puissance en électrocinétique :

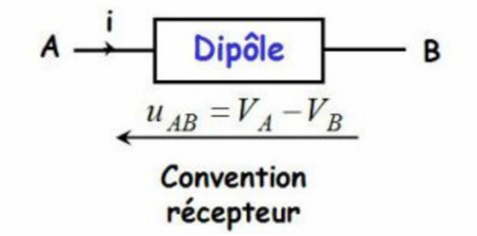
1) Définition de la puissance en convention récepteur :

La puissance électrique reçue par le dipôle est (en convention récepteur) :

$$p = u_{AB} i$$

L'énergie δW reçue pendant l'intervalle de temps dt est alors telle que :

$$p = \frac{\delta W}{dt} \quad soit \quad \delta W = pdt = u_{AB} i\, dt$$



2) Conducteur ohmique et effet Joule :

Pour un conducteur ohmique :

$$p = u_{AB} i = Ri^2$$

La puissance électrique reçue par le conducteur est ensuite dissipée sous forme de chaleur vers l'extérieur (principe des radiateurs électriques).

3) Puissance moyenne en régime sinusoïdal forcé :

La tension aux bornes du dipôle peut s'écrire :

$$u_{AB} = U_{max} cos(\omega t) = U_{eff}\sqrt{2} cos(\omega t)$$

Et l'intensité :

$$i = I_{max} cos(\omega t + \varphi) = I_{eff}\sqrt{2} cos(\omega t + \varphi)$$

où φ est le déphasage de l'intensité par rapport à la tension.

La puissance instantanée reçue par le dipôle AB est (en convention récepteur) :

$$p(t) = ui = U_{max} I_{max} \cos \omega t \cos(\omega t + \varphi) = p(t) = 2U_{eff} I_{eff} \cos \omega t \cos(\omega t + \varphi)$$

Soit $(\, avec \cos a \cos b = \frac{1}{2}\left(cos(a+b) + cos(a-b) \right))$:

$$p(t) = U_{eff} I_{eff} \left[cos(2\omega t + \phi) + cos(\varphi) \right]$$

Ainsi p(t) est une fonction sinusoïdale de pulsation 2ω et donc de période T/2.

On calcule la puissance moyenne :

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t) dt$$

Soit :

$$P = \frac{1}{T} U_{eff} I_{eff} \left(\int_0^T cos(2\omega t + \varphi) dt + \int_0^T cos(\varphi) dt \right)$$

D'où :

$$P = U_{eff} I_{eff} \cos(\varphi)$$

Le terme $cos\varphi$ est appelé "facteur de puissance" : il dépend de l'impédance du dipôle AB.

Cas particuliers de dipôles :

- Pour une résistance : $P = U_{eff} I_{eff} = RI_{eff}^2 \quad (cos\,\varphi = 1)$
- Pour une bobine parfaite : $P = 0 \quad (cos\,\varphi = 0\ car\ \varphi = -\pi / 2)$
- Pour un condensateur : $P = 0 \quad (cos\,\varphi = 0\ car\ \varphi = \pi / 2)$
- Pour un circuit série (RLC) :

$$cos\,\varphi = \frac{R}{Z} \quad et \quad U_{eff} = ZI_{eff} \quad donc \quad P = (ZI_{eff})I_{eff}(\frac{R}{Z})$$

Donc : $$P = RI_{eff}^2$$

On vérifie bien que la puissance est entièrement dissipée dans la résistance.

- Pour un dipôle d'impédance complexe $\underline{z} = R + jS$:

$$\underline{u} = (R + jS)\underline{i} \quad soit \quad U_{eff} = (R + jS)I_{eff}e^{j\varphi} \quad ainsi \quad P = RI_{eff}^2$$

Seule la partie réelle de l'impédance (nécessairement positive) intervient.

- Pour un dipôle d'admittance complexe $\underline{y} = G + jB$:

$$\underline{i} = (G + jA)\underline{u} \quad soit \quad I_{eff}e^{j\phi} = (G + jA)U_{eff} \quad ainsi \quad P = GU_{eff}^2$$

Seule la partie réelle de l'admittance (nécessairement positive) intervient.

4) Importance du facteur de puissance :

Le facteur de puissance est le terme $cos\varphi$. A ddp imposée, l'intensité efficace I_{eff} nécessaire pour obtenir une puissance donnée dans un dipôle, soit :

$$I_{eff} = \frac{P}{U_{eff}\,cos\,\varphi}$$

sera d'autant plus faible que le facteur de puissance sera proche de 1.

Or diminuer l'intensité, c'est diminuer les pertes par effet Joule dans les fils d'arrivée du courant, des générateurs aux circuits utilisateurs ; d'où l'importance pour EDF à n'alimenter que des circuits de facteur de puissance élevé (généralement, $cos\varphi > 0,9$).

III) Analyse de Fourier et électronique :

1) Décomposition en séries de Fourier :

Un signal périodique s(t) de période T peut (sous certaines conditions qui sont supposées être vérifiées en physique), se décomposer en une somme de fonctions sinusoïdales (décomposition en séries de Fourier) :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \qquad (n \text{ entier et } \omega = \frac{2\pi}{T})$$

Les coefficients a_0, a_n et b_n sont constants et donnés par les intégrales :

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)dt \quad ; \quad a_n = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\cos(n\omega t)dt \quad ; \quad b_n = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\sin(n\omega t)dt$$

On remarque que le coefficient a_0 représente la valeur moyenne de s(t).

Le terme correspondant à n=1 (soit une pulsation égale à celle du signal s(t)) :

$$a_1 \cos\omega t + b_1 \sin\omega t$$

est appelé le fondamental.

Le terme général $a_n\cos(n\omega t) + b_n\sin(n\omega t)$ est l'harmonique de rang n.

Signal s(t) pair et signal impair :

Si s(t) est impair (s(-t)=-s(t)) :

Le développement en séries de Fourier du signal s(t) ne comprend alors que des termes en sinus (les coefficients a_n sont nuls) :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

Si s(t) est pair (s(-t)=s(t)) :

Le développement en séries de Fourier du signal s(t) ne comprend alors que des termes en cosinus (les coefficients b_n sont nuls) :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t)$$

2) Spectre en fréquences :

Le terme général $a_n\cos(n\omega t) + b_n\sin(n\omega t)$ peut être mis sous la forme :

$$a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\left[\frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}\cos(n\omega t) + \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}\sin(n\omega t)\right]$$

Si l'on pose :

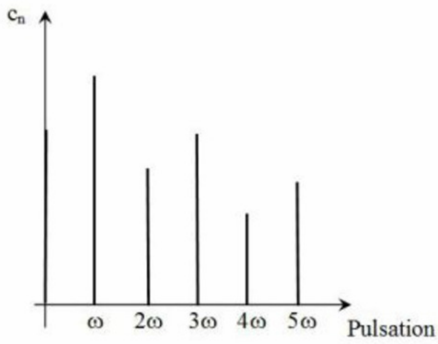
$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad ; \quad \tan\varphi_n = \frac{b_n}{a_n} \quad ; \quad \cos\varphi_n = \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}$$

Alors :

$$a_n\cos(n\omega t) + b_n\sin(n\omega t) = c_n\cos(n\omega t - \varphi_n)$$

Et le signal périodique s(t) devient :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega t - \varphi_n)$$



Le spectre en fréquences (ou encore représentation spectrale) du signal s(t) est obtenu en portant en ordonnée l'amplitude des harmoniques (c'est-à-dire les coefficients a_n, b_n ou c_n) et en abscisse les pulsations correspondantes.

3) Quelques signaux particuliers :

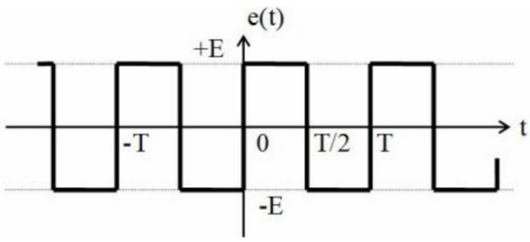
Signal carré :

La tension créneaux (ou tension carrée) e(t) de la figure suivante peut se décomposer en séries de Fourier sous la forme :

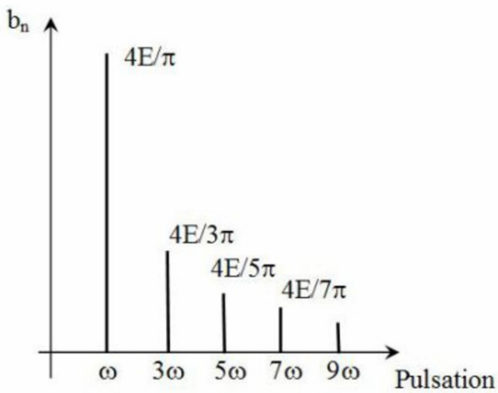
$$e(t) = \frac{4E}{\pi}\left[\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \ldots\right]$$

C'est une fonction impaire. Par conséquent, le développement en séries de Fourier ne comprend pas de termes en cosinus.

On remarque que les harmoniques sont de rang impair (de la forme n = 2p + 1) et que les coefficients b_n diminuent comme 1/n.



La figure suivante donne le spectre en fréquences de ce signal carré.



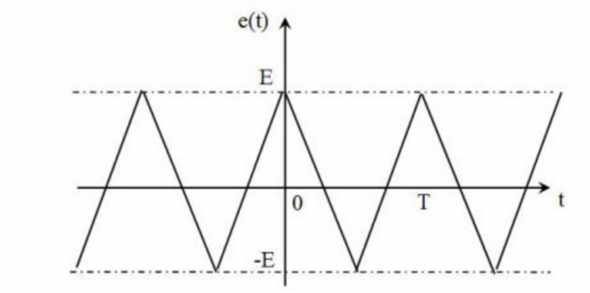
Signal triangulaire :

La tension triangulaire e(t) de la figure suivante peut s'écrire :

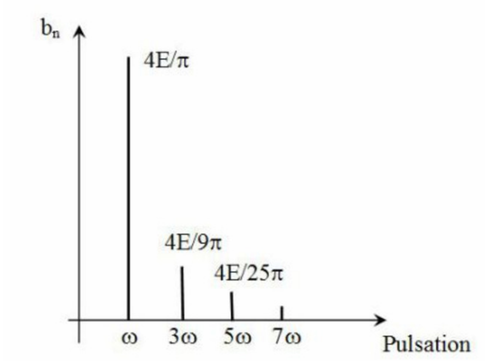
$$e(t)=\frac{8E}{\pi^2}\left[\cos\omega t+\frac{1}{3^2}\cos 3\omega t+\frac{1}{5^2}\cos 5\omega t+\dots\right]$$

C'est une fonction paire. Par conséquent, le développement en séries de Fourier ne comprend pas de termes en sinus.

On remarque que les harmoniques sont de rang impair (de la forme n = 2p + 1) et que les coefficients a_n diminuent comme 1/n^2.



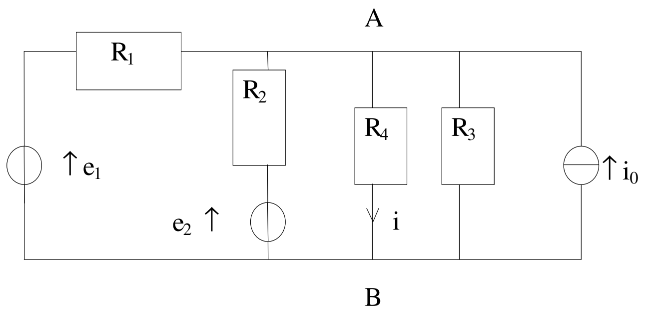
La figure suivante donne le spectre en fréquences de ce signal triangulaire :



Des applications classiques

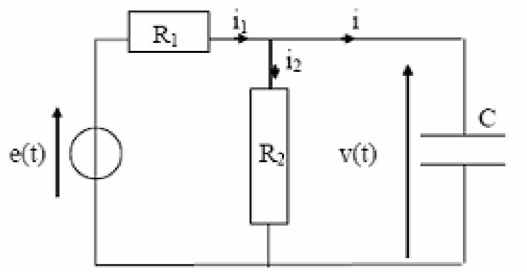
Utilisation des lois essentielles : générateur de tension et générateur de courant

On étudie le réseau ci-dessous. Calculer l'intensité i du courant dans la branche AB.



Etude d'un régime transitoire : charge d'un condensateur à l'aide d'une source de tension

Pour t < 0, le circuit est au repos et e(t) est un échelon d'amplitude E.



a) On s'intéresse à l'état du circuit juste après l'application de la tension E ; déterminer $i_1(0^+)$, $i_2(0^+)$, $i(0^+)$ et $v(0^+)$.

b) On s'intéresse au régime permanent ; déterminer $i_1(\infty), i_2(\infty), i(\infty)$ *et* $v(\infty)$.

c) Etablir l'équation différentielle vérifiée par v(t).

d) Déterminer l'expression de v(t) et représenter graphiquement v(t).

e) On appelle temps de réponse à 5%, $tr_{5\%}$, le temps que met le condensateur pour atteindre 95% de sa charge finale. Calculer $tr_{5\%}$.

f) Faire un bilan énergétique.

a) On sait que la tension et la charge d'un condensateur sont des fonctions continues. Par conséquent :

$$v(0^+) = v\left(0^-\right) = 0 \quad ; \quad i_2(0^+) = \frac{v(0^+)}{R_2} = 0$$

La loi des mailles et la loi des nœuds donnent ensuite : $i_1(0^+) = i(0^+) = \dfrac{E}{R_1}$

b) En régime permanent, i = 0, alors : $i_1(\infty) = i_2(\infty) = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$ *et* $v(\infty) = R_2 i_2(\infty) = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} E$

c-d) En transformant le générateur de tension par un générateur de courant et en regroupant ensuite les résistances en parallèle, on se ramène, grâce à une nouvelle transformation en modèle de Thévenin, à un circuit série alimenté par un générateur de fem $E_{éq} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} E$ *en série avec une résistance* $R_{éq} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

La tension aux bornes du condensateur est alors : $v(t) = E_{éq}(1 - e^{-t/R_{éq}C})$

e) Pour calculer $tr_{5\%}$*, on écrit que :* $q(tr_{5\%}) = Cv(tr_{5\%}) = CE_{éq}(1 - e^{-tr_{5\%}/R_{éq}C}) = 0{,}95 CE_{éq}$

Soit : $e^{-tr_{5\%}/R_{éq}C} = 0{,}05 \quad d'où \quad tr_{5\%} = R_{éq} C \ln(20)$

f) Le bilan énergétique s'écrit : $\int_0^\infty E i_1(t)dt = \dfrac{1}{2} C v(t)^2 + \int_0^\infty R_1 i_1^2(t)dt + \int_0^\infty R_2 i_2^2(t)dt$

Comment protéger un appareil ? L'étincelle de rupture

Cet exercice étudie le comportement d'un appareil industriel (M) alimenté par une source de tension continue. Le comportement électrique vis-à-vis des circuits extérieurs du moteur est équivalent à celui d'une inductance pure (L = 45 mH) en série avec une résistance R = 9,6 Ω.

a) On considère le circuit représenté figure (a), où E est la fém d'un générateur de tension continue. L'interrupteur (K) étant ouvert depuis longtemps, on le ferme à l'instant t = 0. Etablir l'expression de l'intensité i(t) du courant dans le circuit en fonction du temps. Quelle est l'expression de l'intensité I en régime permanent ? Le régime permanent précédent étant établi, on ouvre (K). On observe à l'ouverture du circuit une étincelle aux bornes de (K). Expliquer ce phénomène.

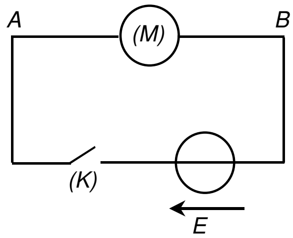


Figure (a)

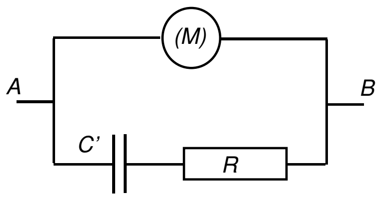


Figure (b)

b) Pour éviter cette étincelle, on monte en parallèle avec l'appareil (M), entre ses bornes A et B, un condensateur de capacité $C' = L/R^2$ en série avec une résistance de même valeur R. Cette mise en parallèle constitue un nouveau dipôle AB (figure (b)). Le dipôle AB étant alimenté depuis longtemps par la fém continue E, expliquer pourquoi, à l'ouverture du circuit, on n'observe plus d'étincelle aux bornes de l'interrupteur (K). Que deviennent les intensités i fournie par le générateur, i_M dans le moteur et $i_{C'}$ dans la branche C'R à cet instant ? Quelles sont la nature et la durée du régime transitoire observé ?

a) Soit i(t) l'intensité du courant (dirigé de A vers B). La loi des mailles permet d'écrire $E = Ri + L di/dt$*, d'où :*

$$di/dt + (1/\tau)i = E/L \qquad \textit{(avec } \tau = L/R\textit{)}$$

La puissance reçue par l'enroulement inductif du moteur, de la forme :

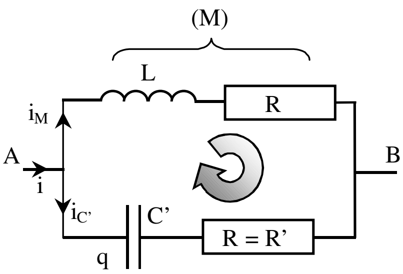
$$P = i.L(di/dt) = d(Li^2/2)/dt$$

est nécessairement finie ; par conséquent, l'intensité du courant qui traverse le moteur doit rester continue. Comme le courant i est nul à l'instant t = 0, la solution de l'équation différentielle vérifiée par i est alors :

$$i = (E/R)(1-\exp(-t/\tau))$$

Lorsque $t >> \tau$, $\exp(-t/\tau) << 1$ *: le régime permanent continu est atteint et l'intensité du courant vaut alors* $I = E/R$, *la bobine jouant le rôle d'un simple fil de résistance nulle.*

L'intensité du courant dans le moteur doit rester continue. Ainsi, lorsque l'on ouvre l'interrupteur, une étincelle due à l'ionisation locale de l'air apparaît permettant au courant de circuler malgré tout dans le circuit et à l'intensité d'être ainsi continue et de décroître vers zéro.



b) Soient i l'intensité fournie par le générateur, i_M *celle circulant dans le moteur et* $i_{C'}$ *celle dans la branche C'R' (*$i = i_M + i_{C'}$*). Avant l'ouverture de l'interrupteur (à l'instant* $t = 0^-$ *),* $i^- = i_M^- = E/R$ *et* $i_{C'}^- = 0$ *. Juste après l'ouverture de l'interrupteur (à l'instant* $t = 0^+$ *), la continuité de l'intensité dans le moteur est assurée par la branche C'R' :* $i_M^+ = -i_{C'}^+ = E/R$ *alors que l'intensité débitée par le générateur devient nulle. On peut remarquer que l'intensité dans la branche contenant le condensateur C' n'est pas continue, puisqu'elle passe de la valeur 0 à la valeur* $-E/R$ *; par contre, la charge q portée par l'une des armatures (celle de gauche, par exemple) du condensateur est nécessairement continue puisque la puissance reçue par le condensateur,* $P = i_{C'}.(q/C') = d(q^2/2C')/dt$, *doit rester finie.*

L'équation différentielle vérifiée par la charge du condensateur s'obtient en écrivant la loi des mailles (voir figure précédente) :

$$-L\frac{di_M}{dt} - Ri_M + R'i_{C'} + \frac{q}{C'} = 0$$

Avec $i_M = -i_{C'}$, $i_{C'} = dq/dt$ *et* $R = R'$, *on obtient finalement :*

$$L\ddot{q} + 2R\dot{q} + q/C' = 0$$

Si l'on pose $\omega_0^2 = 1/LC'$ *et* $2\sigma\omega_0 = 2R/L$, *soit* $\sigma = R/L\omega_0 = R\sqrt{C'/L}$ *(coefficient d'amortissement du circuit), avec ici* $\sigma = 1$ *car* $C' = L/R^2$, *l'équation devient* $\ddot{q} + 2\omega_0\dot{q} + \omega_0^2 q = 0$. *La solution de cette équation différentielle est de la forme* $q = (\lambda + \mu t)e^{rt}$ *où* λ *et* μ *sont des constantes dépendant des conditions initiales et r la racine double de l'équation caractéristique associée* $r^2 + 2\omega_0 r + \omega_0^2 = 0$, *soit* $r = -\omega_0$. *Le régime observé est donc le régime apériodique critique dont la durée sera (en considérant que* $e^{-5} \approx 0$ *) de l'ordre de* $5/\omega_0$, *soit, numériquement, de* ≈ 23 ms.

Une application de la puissance moyenne : relèvement d'un facteur de puissance

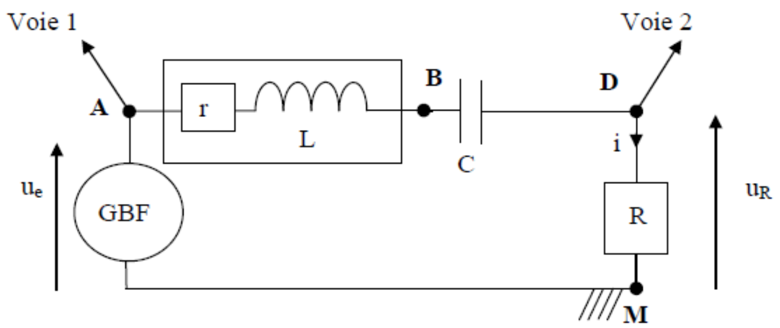
Une installation électrique est alimentée sous une tension efficace U_e = 200 V. Elle consomme une puissance P = 12 kW. La fréquence est f = 50 Hz et l'intensité efficace 80 A.

a) Sachant que cette installation est du type inductif, calculer la résistance R et l'inductance propre L qui, placées en série et avec la même alimentation, seraient équivalentes à l'installation.

b) Calculer la capacité C à placer en parallèle sur l'installation pour relever le facteur de puissance à la valeur 0,9.

Filtrage linéaire : étude d'une fonction de transfert

On se propose d'étudier le circuit RLC suivant alimenté par un GBF délivrant une tension sinusoïdale $u_e(t)$. A l'aide d'un oscilloscope, on visualise l'évolution de $u_e(t)$ et $u_R(t)$ sur les voies 1 et 2. On donne : $R = 40\Omega$ et $C = 10\mu F$.



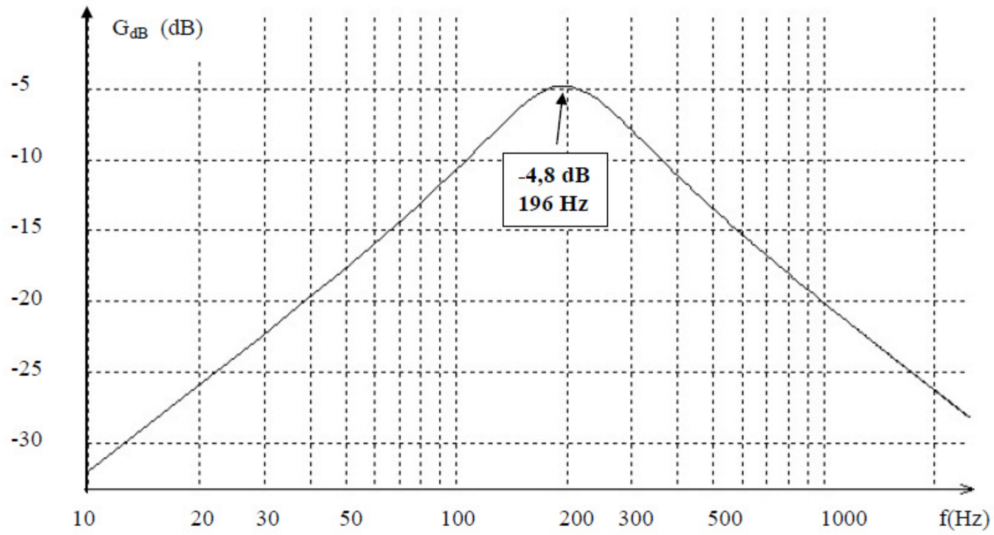
1. Rappeler la définition de la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre ainsi formé avec u_e pour tension d'entrée et u_R pour tension de sortie.

2. Proposer un schéma équivalent en basses puis en hautes fréquences et en déduire la nature probable du filtre.

3. Exprimer $\underline{H}$ en fonction de R, r, L, C et ω.

4. Mettre cette fonction de transfert sous la forme : $\underline{H} = \dfrac{H_{max}}{1 + jQ(\dfrac{\omega}{\omega_o} - \dfrac{\omega_o}{\omega})}$. On exprimera H_{max}, le paramètre ω_0 ainsi que le facteur de qualité Q de ce circuit en fonction de R, r, L et C.

5. La figure ci-après représente une partie du diagramme de Bode du filtre précédent. Rappeler la définition du diagramme de Bode.



6. Déterminer, à partir de ce graphe et des données initiales, les valeurs de r et L.

1. La fonction de transfert d'un filtre est définie comme le rapport de la tension de sortie sur la tension d'entrée soit : $\boxed{\underline{H} = \dfrac{\underline{u_R}}{\underline{u_e}}}$.

2. Pour obtenir les schémas équivalents en basses et hautes fréquences, il faut remplacer la bobine et le condensateur respectivement par un fil et un interrupteur ouvert en BF, et le contraire en HF. Dans tous les cas, l'intensité de la maille est nulle et donc la tension aux bornes de R, tension de sortie est nulle. La nature probable de ce filtre est un passe bande.

3. Pour obtenir l'expression de la fonction de transfert, on peut utiliser un pont diviseur de tension. On obtient :

$$\boxed{\underline{H} = \frac{\underline{u_R}}{\underline{u_e}} = \frac{R}{R + r + j(L\omega - \dfrac{1}{C\omega})} = \frac{\dfrac{R}{R+r}}{1 + j\dfrac{1}{r+R}(L\omega - \dfrac{1}{C\omega})}}.$$

4. Il reste à identifier les deux expressions pour obtenir H_{max}*, le paramètre* ω_0 *ainsi que le facteur de qualité Q.*

Soient : $\boxed{H_{\max} = \dfrac{R}{r+R}}$, $\boxed{\omega_o = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ *et* $\boxed{Q = \dfrac{1}{r+R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$.

5. Un diagramme de Bode est un ensemble de deux graphes, un premier étudiant l'évolution du gain en décibels en fonction de log(ω) et un deuxième étudiant l'évolution du déphasage de la sortie en fonction de l'entrée en fonction aussi de log(ω).

6. Sur ce graphe, on peut voir la valeur maximale du gain en décibel ainsi que la fréquence à laquelle cela se produit. Vu la forme de la fonction de transfert, la valeur maximale est obtenue pour $\omega = \omega_o$.

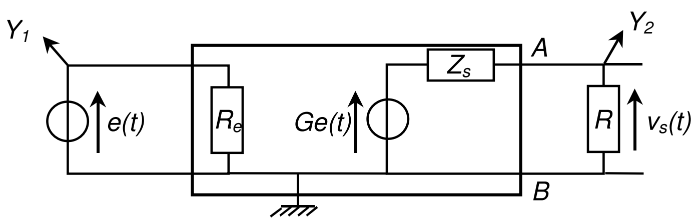
$GdB_{\max} = 20\log(G\max) = 20\log(\dfrac{R}{r+R}) = -4.8$. *On peut donc en déduire*

$$\boxed{r = R(\frac{1 - 10^{-4.8/20}}{10^{-4.8/20}}) = 29.5\Omega}$$

$\omega_o = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f_o$. *On peut donc en déduire :* $\boxed{L = \dfrac{1}{4\pi^2 f_o^2 C} = 66{,}0.10^{-3}\,H}$.

Schéma d'un amplificateur : exemple d'une chaîne Hi-fi :

Un amplificateur de chaîne hi-fi peut être modélisé par le schéma électrique suivant, dans lequel la résistance d'entrée R_e sera considérée comme infinie :



On réalise pour cela les deux essais suivants :

• Essai n°1 : e(t) = E cos (2πft), R = 16 Ω, valeur efficace de e(t), 1 mV. On mesure avec un oscilloscope numérique une valeur efficace en sortie égale à 0,67 V.

• Essai n°2 : e(t) = E cos (2πft), R = 8 Ω, valeur efficace de e(t), 1 mV. On mesure alors une valeur efficace en sortie égale à 0,5 V.

De plus, on constate que, lors de chaque essai, les deux signaux de sortie gardent, quelle que soit la fréquence, la même valeur efficace et sont en phase avec e(t).

a Déterminer le gain à vide G et l'impédance de sortie complexe $\underline{Z}_s$.

b L'amplificateur étant alimenté par une tension e(t) = E cos (2πft), quelle doit être la résistance de charge R pour qu'il fournisse le maximum de puissance moyenne à tension d'entrée d'amplitude E constante ?

1. On pose, en notation complexe et en notant E_e et $V_{s,e}$ les valeurs efficaces des tensions d'entrée et de sortie et φ le déphasage de v_s par rapport à e : $\underline{e}(t) = E_e\sqrt{2}\exp(j2\pi ft)$ *et* $\underline{v}_s(t) = V_{s,e}\sqrt{2}\exp(j(2\pi ft + \varphi))$

La règle du diviseur de tension donne : $\underline{v}_s = \dfrac{R}{R + \underline{Z}_s} G\underline{e}$

En posant $\underline{Z}_s = R_s + jB_s$, *où les parties réelle et imaginaire R_s et B_s dépendent a priori de la fréquence, la valeur efficace de la tension de sortie peut s'écrire :*

$$V_{s,e} = \frac{R}{\sqrt{(R+R_s)^2 + B_s^2}} GE_e \qquad (\textit{avec de plus : } \tan\varphi = -\frac{B_s}{R+R_s})$$

Le déphasage entre v_s et e étant nul quelle que soit la fréquence, on déduit $B_s = 0$ *et :* $V_{s,e} = \dfrac{R}{R+R_s} GE_e$

Comme la valeur efficace $V_{s,e}$ ne dépend pas de la fréquence, l'impédance de sortie de la chaîne hi-fi est donc finalement réelle et équivalente à une seule résistance R_s de valeur constante, indépendante de la fréquence.

Les essais effectués avec deux valeurs de la résistance R conduisent alors au système de deux équations suivant :

$$(16 + R_s)0{,}67 = 16.10^{-3}G \quad \textit{et} \quad (8 + R_s)0{,}5 = 8.10^{-3}G \qquad (\textit{avec } R_s \textit{ en } \Omega)$$

dont la résolution donne : $R_s = 8\,\Omega$ *et* $G = 10^3$.

2. La puissance électrique moyenne reçue par la résistance de charge vaut : $P = \dfrac{1}{R}V_{s,e}^2 = \dfrac{R}{(R+R_s)^2}G^2E_e^2$

Elle sera extrémale, à E_e, G et R_s donnés (caractéristiques de l'amplificateur) lorsque $dP/dR = 0$. *Or :*

$$\frac{dP}{dR} = G^2E_e^2\frac{(R+R_s)^2 - 2R(R+R_s)}{(R+R_s)^4} = G^2E_e^2\frac{R_s - R}{(R+R_s)^3}$$

Par conséquent, $dP/dR = 0$ *pour* $R = R_s$. *La puissance est alors effectivement maximale et vaut* $P_{max} = P(R_s) = G^2E_e^2/4R_s$. *La résistance de charge est dite adaptée à la résistance de sortie de la chaîne hi-fi et l'on parle d'adaptation des résistances.*

Remarque : si l'amplificateur avait eu une impédance complexe de sortie $\underline{Z}_s$, l'impédance adaptée $\underline{Z}$ de la charge placée en sortie aurait alors été telle que $\overline{\underline{Z}} = \underline{Z}_s$ *(c'est-à-dire, mêmes parties réelles mais parties imaginaires opposées).*

Un peu d'analyse de Fourier et de traitement du signal :

Pour analyser les composantes fréquentielles d'un signal sonore, on utilise un microphone qui convertit le signal en une tension $v_e(t)$, puis un filtre passe-bande qui extrait les composantes sinusoïdales de fréquences voisines d'une fréquence f_0 donnée.

On note $v_s(t)$ la tension de sortie du filtre. Le filtre est un circuit linéaire dont la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

On se propose de déterminer H_0, Q et ω_0 à partir des oscillogrammes obtenus en régime périodique pour une tension $v_e(t)$ rectangulaire, pour deux valeurs de fréquences.

On donne la décomposition en séries de Fourier de $v_e(t)$, avec :

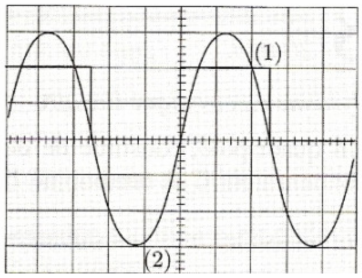
$$v_e(t) = V_0 \;\; (0 < t < T/2) \qquad et \qquad v_e(t) = 0 \;\; (T/2 < t < T)$$

$$v_e(t) = V_0\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2k+1}\sin((2k+1)\omega_1 t)\right] \qquad (Avec : \omega_1 = \frac{2\pi}{T})$$

Première expérience

- voies (1) et (2) en position DC ;
- base de temps : 50 μs par carreau ;
- sensibilité :

  voie (1) 0, 5 V par carreau
  voie (2) 2 V par carreau



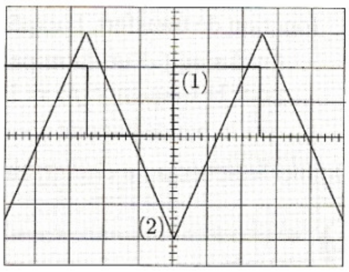
Dans cette 1[ère] expérience :

- La tension $v_s(t)$ est quasi sinusoïdale
- Si on augmente la fréquence de $v_e(t)$ par rapport à la valeur correspondant à cet oscillogramme, on constate que l'amplitude de $v_s(t)$ diminue.
- Si, par rapport à cette même fréquence, on diminue légèrement la fréquence de $v_e(t)$, on constate que l'amplitude de $v_s(t)$ diminue également.

Deuxième expérience

- voies (1) et (2) en position DC ;
- base de temps : 5 μs par carreau ;
- sensibilité :

  voie (1) 2 V par carreau
  voie (2) 0, 2 V par carreau



a) Pourquoi, dans chaque expérience, la tension de sortie $v_s(t)$ ne comporte-t-elle pas de composante continue, contrairement à la tension d'entrée ?

b) Déduire de l'oscillogramme de la 1[ère] expérience et du commentaire qui l'accompagne, la pulsation ω_0 et la valeur de H_0.

c) Dans la 2ème expérience, $v_s(t)$ est triangulaire alors que $v_e(t)$ est rectangulaire. Le filtre a un comportement intégrateur.

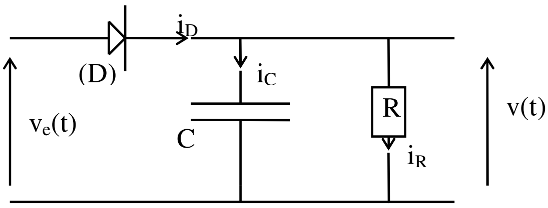
- Donner l'expression approchée de $\underline{H}(j\omega)$ dans le domaine de fréquences correspondant à la 2ème expérience.
- En utilisant l'oscillogramme de la 2ème expérience, déterminer, en justifiant la méthode utilisée, le rapport $H_0\omega_0 / Q$. En déduire la valeur de Q.

Un peu de diodes … Modulation et démodulation :

On considère le montage ci-dessous ; la tension d'entrée est $v_e(t)=V_0\sin\omega t$. On suppose que $RC >> T = 2\pi / \omega$. La diode est supposée idéale et de seuil nul. On note v(t) la tension aux bornes de R.

a) Décrire qualitativement et comparer les évolutions temporelles de $v_e(t)$ et v(t). On pourra s'aider d'une représentation graphique.

b) A partir de quel instant t_0 le courant i_D devient-il nul ? Montrer que $v(t_0) \approx V_0$.

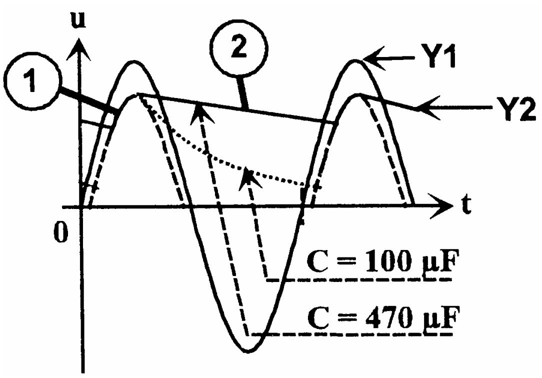


c) Comment varie v(t) aux instants ultérieurs ?

d) Montrer qu'au cours d'une période, la variation maximale de tension Δv aux bornes de la résistance est approximativement proportionnelle à T et que $\Delta v / V_0 << 1$.

e) AN : on désire que la tension v(t) soit de l'ordre de 12 V et qu'un courant de 1 mA circule dans R. Quelle doit être la valeur de la capacité C pour que $\Delta v / V_0 < 10^{-2}$, la fréquence du générateur étant de 50 Hz ?

a) L'allure de l'oscillogramme observé est :



b) On suppose la diode passante. Alors, $v_e(t) = v(t)$. *La loi des nœuds donne :*

$$i_D = i_C + i_R = C\frac{dv}{dt} + \frac{1}{R}v = C\omega\cos\omega t + \frac{1}{R}\sin\omega t = C\omega\left(\cos\omega t + \frac{1}{RC\omega}\sin\omega t\right)$$

Ce courant s'annule à l'instant t_0 donné par :

$$\cos \omega t_0 + \frac{1}{RC\omega} \sin \omega t_0 = 0 \qquad \textit{soit} \qquad \tan \omega t_0 = -RC\omega >> 1$$

Par conséquent, $\omega t_0 \approx \dfrac{\pi}{2}$ *et* $t_0 \approx \dfrac{T}{4}$. *On a bien alors* $v(t_0) \approx V_0$.

c) La diode bloquée, le condensateur va se décharger lentement dans la résistance, selon la loi :

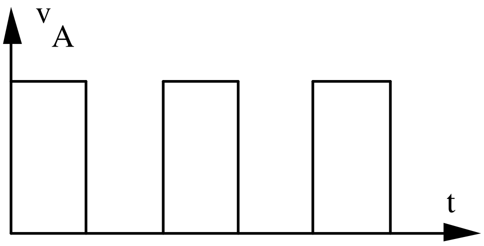
$$v(t) = V_0 (1 - e^{-\frac{t - t_0}{\tau}})$$

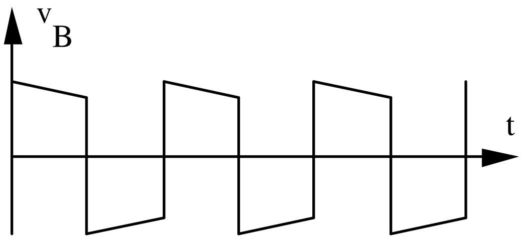
d) Au bout d'une période $T = t - t_0 >> \tau$: $v(t) = V_0 (1 - e^{-T/\tau}) \approx V_0 (1 - \dfrac{T}{\tau})$.

Par conséquent : $\dfrac{\Delta v}{V_0} \approx \dfrac{T}{\tau} = \dfrac{T}{RC} << 1$

Des résolutions de problèmes

- **Oscilloscope défectueux ?**





Sur la voie A d'un oscilloscope, on règle un BF pour qu'il délivre une tension créneau de fréquence f = 10 Hz: on observe alors la tension $v_A(t)$ de la figure ci-dessous. Sans rien changer, on observe le même signal sur la voie B et on obtient la tension $v_B(t)$ de la figure ci-dessous. Interpréter.

- **Changement de fréquence d'un récepteur FM :**

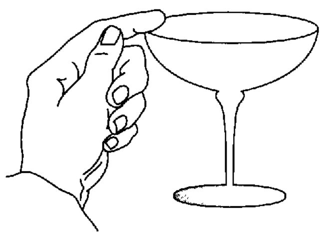
Les émissions de signaux radiophoniques en modulation de fréquence se font dans des canaux de transmission dont la largeur est de l'ordre de la centaine de kilohertz, pour une fréquence centrale proche de la centaine de mégahertz.

1- A l'aide de la notion de facteur de qualité Q, montrer que la sélection d'un canal par un filtre électronique est problématique.

2- En pratique, le premier étage d'un récepteur comprend un dispositif de changement de fréquence, dont l'effet peut se résumer ici à retrancher aux fréquences des signaux recus une valeur réglable, afin d'utiliser un filtre passe-bande de fréquence centrale voisine de 10 MHz et de bande passante valant environ 100 kHz. Par exemple, la réception du canal de fréquence centrale 100 MHz nécessite de retrancher 90 MHz afin de se ramener autour de l0 MHz. Montrer que la difficulté précédente a été surmontée.

- **Filtre : le verre qui chante et se brise**

Lorsqu'on fait glisser un doigt légèrement humide sur un verre en cristal, on peut l'entendre chanter. Toutefois, pour une certaine vitesse de déplacement du doigt, le verre peut se briser.



1- A quel type de filtre peut-on assimiler le dispositif ?

2- Pourquoi faut-il tenir le verre par le pied ?

3- Si l'on désire réaliser le bris du verre avec le son émis par un haut-parleur, il faut utiliser un générateur dont la fréquence puisse être ajustée très précisément. Commenter ce point.