

# 1

## Une brève histoire des débuts de la physique quantique



De gauche à droite et de haut en bas : Max Planck, Albert Einstein, Niels Bohr,  
Louis de Broglie, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger,  
Paul Dirac, Max Born et Wolfgang Pauli.



## La physique atomique à l'orée du XX<sup>e</sup> siècle

Imagines par Leucippe<sup>1</sup> et Démocrite<sup>2</sup> au V<sup>e</sup> siècle av. J.-C. pour répondre à des nécessités purement métaphysiques, les atomes acquièrent le statut d'hypothèse de plus en plus sérieuse au fil du XIX<sup>e</sup> siècle. A l'aube du siècle suivant, on a déjà accumulé beaucoup d'informations sur leurs propriétés sans pourtant être en mesure de les observer. On en connaît la masse et le nombre d'électrons. On a pu en évaluer la taille, mais surtout, on a mesuré avec une grande précision la longueur d'onde de la lumière qu'ils émettent. L'art de mesurer le spectre lumineux des atomes se développe au XIX<sup>e</sup> siècle au point de devenir une branche à part entière de la physique : la *spectroscopie*.

### **Les atomes de Leucippe et de Démocrite**

*Leucippe et Démocrite inventèrent l'atome pour répondre à une question d'ordre purement métaphysique. Parménide d'Elée, en étudiant la sémantique de l'Être, en avait affirmé l'unité et l'immuabilité. Sa philosophie pourrait se résumer ainsi : « en dehors de l'être ne reste que le non-être. Le néant et ce qui est, demeurent ». Ces affirmations posaient alors l'épineuse question du mouvement. En effet, le mouvement étant une manifestation du changement, comment des êtres immuables pouvaient-ils changer ? Face à cette difficulté métaphysique, Leucippe et Démocrite proposèrent de diviser l'être en entités très petites et immuables : les atomes. L'immuabilité et l'unité de l'être étaient alors transférées du corps, de l'objet macroscopique aux atomes. Ainsi, l'être des atomes conservait-il son caractère immuable tout en permettant aux corps de se déplacer. Mais cette conception se heurtait à une difficulté qui fut mise en évidence par Zénon sous la forme d'une aporie (aporie de Zénon). Zénon avait montré que la division d'une quantité en quantités plus petites n'avait pas de limite. La répétition à l'infini de cette opération menait inévitablement au rien ce qui impliquait par conséquent que les corps étaient composés de rien. Afin d'éviter le piège de cette aporie, Leucippe et Démocrite imposèrent à leurs minuscules entités d'être insécables, d'où le nom d'atome !*

*On le voit, les raisons qui ont motivé Leucippe et Démocrite à concevoir les atomes sont très éloignées de celles qui ont conduit la Science à la physique atomique. Cependant, l'idée d'atome traversa les millénaires et parvint aux hommes de science du XVII<sup>e</sup> siècle édulcorée de sa vocation originelle. Elle servit indéniablement de support intellectuel au concept alors vague de discontinuité de la matière. Car le mouvement de l'air, les tourbillons et les courants dans l'eau, les réactions chimiques par lesquelles des éléments de qualités diverses se combinaient pour constituer un nouvel élément, tous ces phénomènes étaient autant de révélateurs d'une nature de la matière essentiellement discontinue qui s'accommodait parfaitement avec la vision mécaniste du monde que renvoyait la mécanique newtonienne.*

<sup>1</sup> Philosophe grec, environ 460-370 av. J.-C.

<sup>2</sup> Philosophe grec, environ 460-370 av. J.-C.

L'aventure de la spectroscopie commence deux siècles plus tôt avec Isaac Newton : en faisant passer un rayon lumineux à travers un prisme, il observe que la lumière se décompose selon les couleurs de l'arc-en-ciel (schématiquement : rouge, orange, jaune, vert, bleu, violet, indigo). Cette décomposition de la lumière en ses composantes de couleur s'appelle le *spectre lumineux*. On réalise au tout début du XIX<sup>e</sup> siècle (découverte de Thomas Young<sup>1</sup>) qu'à chaque couleur correspond une longueur d'onde de la lumière ; la longueur d'onde de la lumière rouge étant plus grande que celle de l'indigo. Le spectre de la lumière s'interprète donc comme la décomposition d'un faisceau lumineux selon la longueur d'onde des ondes lumineuses qui le composent. On remarque alors que les éléments chimiques n'émettent pas de la lumière sur l'ensemble du spectre lumineux mais seulement à des fréquences bien précises (voir la Figure 2 ci-après).

**Longueur d'onde et fréquence des ondes**

*La forme la plus simple d'une onde peut être représentée comme des vagues sur la surface de l'eau. Une telle courbe s'appelle une sinusoïde et une onde ayant cette forme porte le nom d'onde sinusoïdale. La longueur d'onde est la distance entre deux crêtes successives. La fréquence de l'onde est le nombre de fois que la surface de l'eau monte et descend en une seconde, ou encore, ce qui revient au même, le nombre de crêtes qui passent devant un observateur immobile en une seconde.*



*Si l'on note par  $\lambda$  la longueur d'onde et  $\nu$  (prononcer « nu ») la fréquence, l'équation d'une onde sinusoïdale linéaire (se propageant le long d'une corde par exemple) s'écrit :  $\psi(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + 2\pi \nu t + \varphi\right)$ .*

A peu près au même moment, William Wollaston<sup>2</sup> découvre, en analysant le spectre solaire, que certaines fréquences y sont manquantes, laissant une raie sombre à la place. Si ces fréquences sont absentes du rayonnement solaire c'est qu'elles sont absorbées par le Soleil, ou plus précisément par l'enveloppe de gaz qui l'entoure : la *couronne solaire*. Quelques années plus tard, en 1814, Joseph Fraunhofer<sup>3</sup> fait le rapprochement

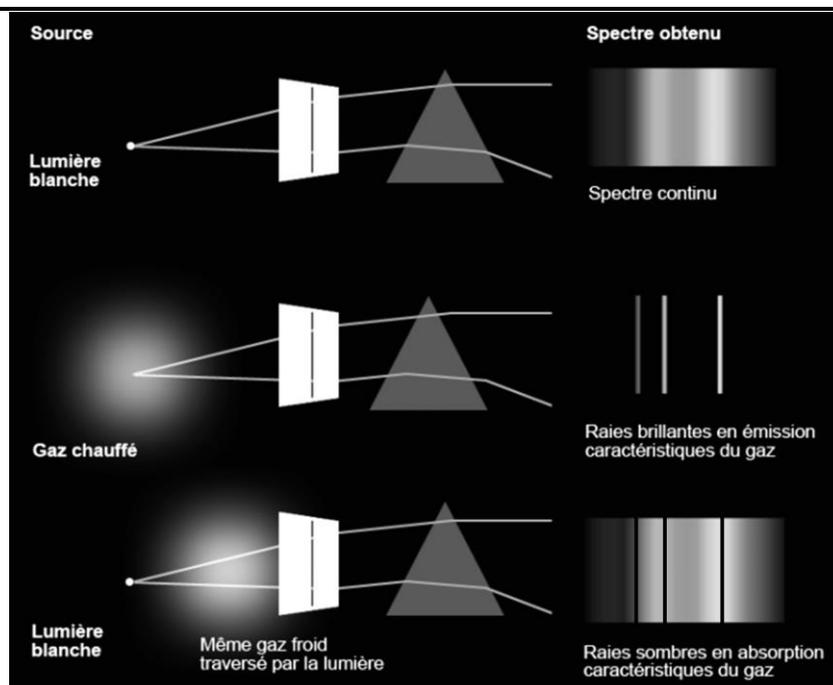
<sup>1</sup> Thomas Young, physicien, médecin et égyptologue britannique, 1773-1829.

<sup>2</sup> William Wollaston, philosophe britannique, 1659-1724.

<sup>3</sup> Joseph von Fraunhofer, physicien allemand, 1787-1826.

entre certaines raies d'absorption observées dans le spectre solaire et des raies d'émission d'éléments chimiques connus. Il comprend alors que les éléments chimiques absorbent les mêmes fréquences que celles qu'ils émettent. C'est Gustav Kirchhoff<sup>1</sup> qui fera la synthèse de ces découvertes. Avec Robert Bunsen<sup>2</sup>, il établit les lois du rayonnement des corps qui portent son nom : *les lois de Kirchhoff*. Dans le langage d'aujourd'hui, ces lois s'expriment ainsi :

- Les atomes émettent de la lumière à des fréquences précises, qui varient d'un élément chimique à un autre.
- Les atomes émettent les ondes lumineuses aux mêmes fréquences qu'ils absorbent et réciproquement.
- Les pouvoirs absorbant et émissif d'un atome sont identiques, ce qui signifie que les atomes émettent autant de lumière qu'ils en absorbent.



**Figure 1 : Raies d'émission et d'absorption d'un gaz. Un gaz chauffé émet de la lumière à des fréquences précises. Ce même gaz froid traversé par une lumière blanche absorbe la lumière aux mêmes fréquences que les raies d'émission, laissant des raies sombres dans le spectre.**

<sup>1</sup> Gustav Kirchhoff, physicien allemand, 1824-1887.

<sup>2</sup> Robert Bunsen, physicien allemand, 1811-1899.

Durant tout le XIX<sup>e</sup> siècle, la spectroscopie fait des progrès considérables. Les fréquences des raies d'émission (ou d'absorption) des éléments chimiques et leur largeur<sup>1</sup> sont mesurées avec une précision grandissante au point que celles-ci deviennent des marqueurs fiables des éléments permettant de les identifier avec certitude. C'est en analysant les spectres d'émission du Soleil et des étoiles que l'on a pu connaître leur composition chimique. Mais si les spectres des atomes sont parfaitement connus, la raison pour laquelle ils sont discontinus (c'est-à-dire constitués de raies à des fréquences précises) plutôt que continus (c'est-à-dire couvrant toutes les gammes de fréquences) reste encore à cette époque un mystère total. Les lois de Kirchhoff, pourtant très simples, ne trouvent pas d'explication avec l'arsenal théorique du moment.

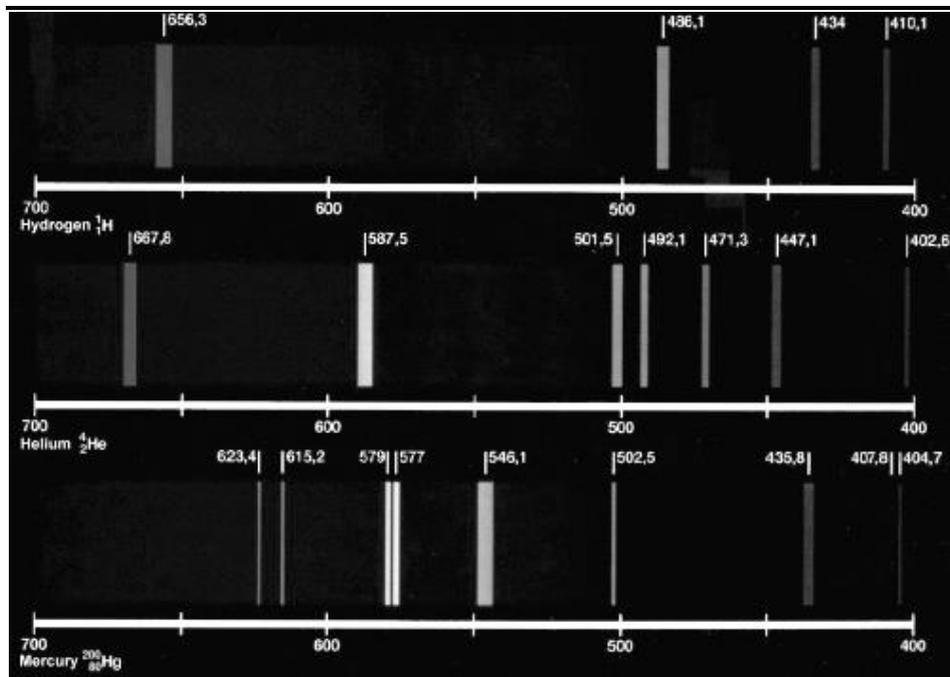


Figure 2 : De haut en bas, spectres d'émission des atomes d'hydrogène, d'hélium et, de mercure. Les nombres indiquent la longueur d'onde en nanomètres ( $1 \text{ nm} = 10^{-12} \text{ m}$ ).

<sup>1</sup> La largeur d'une raie d'émission correspond à un intervalle de longueurs d'onde ou de fréquences. En réalité, un atome n'émet (ou n'absorbe) pas de la lumière à une fréquence très précise mais dans un intervalle de fréquences plus ou moins large. Cette largeur est la conséquence de phénomènes quantiques.

On sait depuis les travaux de Maxwell<sup>1</sup> – le fondateur de la théorie de l'électromagnétisme – que la lumière est en fait une onde électromagnétique. Maxwell prédit l'existence de ces ondes en 1865. Elles ne seront mises en évidence qu'en 1887 par Heinrich Hertz<sup>2</sup>. En 1864, Maxwell réussit l'extraordinaire prouesse de synthétiser l'ensemble des phénomènes électriques et magnétiques en quatre équations<sup>3</sup>. Ces quatre équations nous disent les choses suivantes :

- **Première équation de Maxwell** : Il existe des charges électriques et celles-ci engendrent un champ électrique.
- **Deuxième équation de Maxwell** : Il n'existe pas de charge magnétique.
- **Troisième équation de Maxwell** : Un champ magnétique qui varie dans le temps engendre un champ électrique.
- **Quatrième équation de Maxwell** : Des charges électriques en mouvement (ce que l'on appelle un courant électrique), de même qu'un champ électrique qui varie dans le temps engendrent un champ magnétique.

Les deux dernières équations, lorsqu'on les combine donnent naissance aux ondes électromagnétiques. Nous allons voir comment. Imaginez que l'on fasse varier un champ électrique localement, dans un très petit volume, en faisant osciller un électron par exemple. En vertu de la quatrième équation, cette variation va engendrer un champ magnétique dans le voisinage de ce petit volume (un électron en mouvement est assimilable à un courant électrique). Si la variation du champ électrique n'est pas linéaire, le champ magnétique engendré ne sera pas constant ; il va lui aussi varier. Cette variation va à son tour engendrer dans le voisinage un champ électrique variable qui à son tour va engendrer un champ magnétique variable et ainsi de suite et de proche en proche. On a créé une perturbation des champs électrique et magnétique qui se propage ... à la vitesse de la lumière, soit environ 300 000 km/s. Nous venons d'assister à la naissance d'une onde électromagnétique !

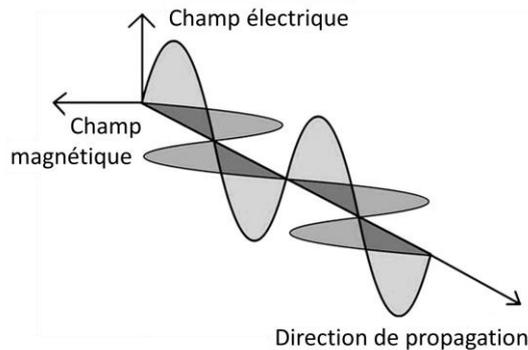
Une onde électromagnétique est une perturbation électrique et magnétique qui se propage dans l'espace. Les champs électrique et magnétique ont la propriété d'être toujours perpendiculaires l'un à l'autre. La figure qui suit donne une représentation d'une onde électromagnétique.

---

<sup>1</sup> James Clerk Maxwell, physicien britannique, 1831-1879.

<sup>2</sup> Heinrich Rudolf Hertz, physicien allemand, 1857-1894.

<sup>3</sup> En fait, à l'époque de Maxwell, elles étaient au nombre de 6. Un travail de simplification les ramena au nombre de 4.



**Figure 3 : Modélisation d'une onde électromagnétique sinusoïdale.**

---

Les ondes électromagnétiques couvrent un large spectre, des ondes radio Grandes Ondes, jusqu'aux rayons X et rayons gamma, en passant par les micro-ondes et la lumière visible. Tous ces rayonnements sont de nature électromagnétique. Ils ne se distinguent que par leur fréquence.

On connaît les électrons<sup>1</sup> depuis le XIX<sup>e</sup> siècle. D'abord imaginés en 1838 par Laming<sup>2</sup> pour tenter de rendre compte des propriétés chimiques des éléments, les électrons sont mis en évidence par J.J. Thomson<sup>3</sup> en 1897 à l'aide de tubes cathodiques. Bien que les atomes ne soient encore qu'une hypothèse, on suspecte fortement que les électrons en soient l'un de leurs composants. L'expérience de Rutherford<sup>4</sup> vient confirmer cette hypothèse en 1909.

Rutherford place, sous vide, une fine feuille d'or avec des particules alpha<sup>5</sup>. Il remarque alors que les trajectoires d'une faible proportion de ces particules sont déviées (environ 0,01 % des particules alpha incidentes sont ainsi déviées). Les particules alpha portant deux charges électriques positives, leur trajectoire ne peut être déviée que par d'autres charges électriques, soit positives, soit négatives. Or, on sait depuis le XIX<sup>e</sup> siècle que les charges négatives sont portées par les électrons, particules plus de 8 000 fois plus

---

<sup>1</sup> Le mot *électron* (*ἤλεκτρον*) signifie en grec ancien *ambre*. Les phénomènes électrostatiques ont été découverts par *électrisation de l'ambre*.

<sup>2</sup> Richard Laming, industriel et philosophe britannique, 1798-1879.

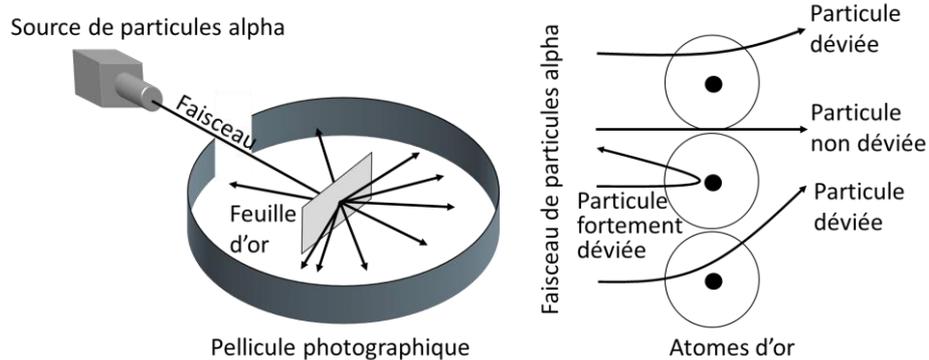
<sup>3</sup> Joseph John Thomson, physicien britannique, 1856-1940. Prix Nobel de physique en 1906.

<sup>4</sup> Ernest Rutherford, physicien néo-zélandais, 1871-1937, prix Nobel de chimie en 1908.

<sup>5</sup> Les particules alpha sont des particules émises par certains corps radioactifs. Ernest Rutherford montra en 1908 qu'elles étaient en fait des noyaux d'hélium, c'est-à-dire un objet composite constitué de deux protons et de deux neutrons.

légères que les particules alpha. Il est donc peu probable que les particules alpha soient repoussées par des électrons. La déviation observée résulte donc d'une interaction avec des charges positives. L'analyse détaillée des résultats de son expérience conforte Rutherford dans cette hypothèse. Il en tire deux conclusions majeures :

1. la matière est principalement constituée de vide puisque l'écrasante majorité (99,99 %) des particules alpha traverse la feuille d'or sans rencontrer le moindre obstacle,
2. les charges électriques positives dans un atome sont localisées dans un très faible volume.



**Figure 4 : Expérience d'Ernest Rutherford et son interprétation.**

Rutherford imagine un modèle atomique qu'il conçoit comme un système planétaire miniature où le rôle du Soleil est joué par un noyau chargé positivement et celui des planètes par les électrons négatifs qui orbitent sur des trajectoires elliptiques. Dans son modèle original, Rutherford a d'abord imaginé des trajectoires circulaires mais il sera affiné par Sommerfeld<sup>1</sup> qui leur donnera une forme elliptique.

<sup>1</sup> Arnold Sommerfeld, physicien allemand, 1868-1951.

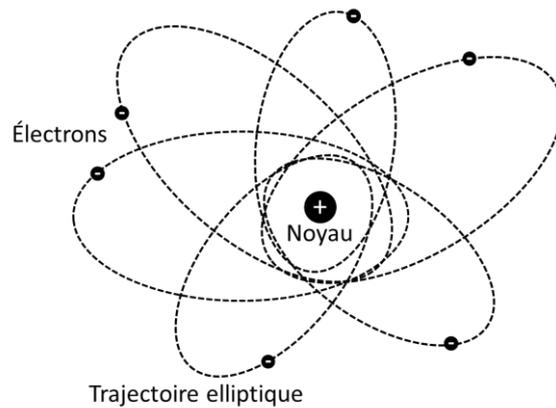


Figure 5 : Le modèle atomique de Rutherford-Sommerfeld.

Ces charges électriques négatives et positives sont forcément sensibles aux ondes électromagnétiques. Regardons comment un électron réagit au passage d'une onde électromagnétique. Nous n'allons nous intéresser qu'à l'effet du champ électrique sur l'électron (l'effet du champ magnétique est beaucoup plus complexe à étudier mais revient finalement à peu près à la même chose que celui du champ électrique). Le champ électrique dans une onde électromagnétique oscille entre deux valeurs, l'une positive et l'autre négative (voir la figure ci-après).

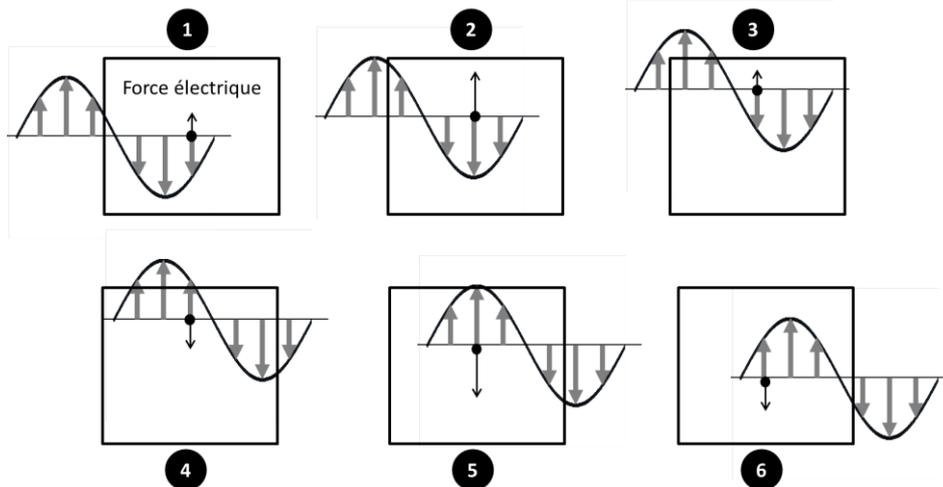


Figure 6 : Oscillation d'un électron au passage d'une onde électromagnétique.

Un champ électrique appliqué à une charge électrique a pour effet de lui imprimer une force qui est proportionnelle à la charge et à l'intensité du champ. Dans le cas d'un électron, la direction de la force électrique est opposée à celle du champ électrique car l'électron porte une charge négative. Lors du déplacement (très rapide) de l'onde, l'électron voit donc le champ électrique varier ; la force qui le tire vers le haut ou vers le bas varie de la même façon. Ceci a pour effet de le faire osciller de bas en haut. L'action d'une onde électromagnétique sur un électron est donc tout à fait comparable à celle d'une vague sur un bouchon qui flotte à la surface de l'eau : celui-ci est animé d'un mouvement d'oscillation de haut en bas.

L'électron va donc vibrer à la même fréquence que l'onde électromagnétique incidente. Cette oscillation de l'électron induit l'émission d'un rayonnement identique à l'onde qui lui a communiqué ce mouvement. Cependant, dans un tel modèle, les électrons sont susceptibles d'émettre des rayonnements à toutes les fréquences. Les spectres d'émission et d'absorption des atomes devraient donc être continus. Mais l'expérience montre tout le contraire : ces spectres présentent, comme nous l'avons vu, des raies brillantes ou sombres – selon que l'on s'intéresse au phénomène d'émission ou d'absorption – mettant clairement en évidence leur caractère discontinu. Cela, le modèle atomique de Rutherford ne parvient pas à en rendre compte.

## Des quanta de Planck aux photons d'Einstein

Le XX<sup>e</sup> siècle est né avec une découverte qui allait révolutionner le monde de la physique et, de façon plus générale, notre manière d'appréhender notre relation avec la réalité. Le XIX<sup>e</sup> siècle s'achève sur les succès retentissants des sciences physiques. La mécanique, science du mouvement des corps, connaît un véritable triomphe lorsque le 23 septembre 1846 l'astronome Johann Galle<sup>1</sup> observe la nouvelle planète (Uranus) prédite par Urbain Le Verrier<sup>2</sup>, moins d'un mois plus tôt, le 31 août 1846, en lieu et place où ce dernier l'a calculé. Vingt ans plus tard, Heinrich Hertz parvient à créer en laboratoire les fameuses ondes électromagnétiques prédites par James Clerk Maxwell en 1865 comme une conséquence de ses équations du champ électromagnétique. Cette découverte vient confirmer la théorie de l'électromagnétisme que Maxwell a développée trente ans plus tôt avec Michael Faraday<sup>3</sup>. La thermodynamique, la science de la chaleur, a permis

---

<sup>1</sup> Johann Galle, astronome allemand, 1812-1910.

<sup>2</sup> Urbain Le Verrier, astronome français, 1811-1877.

<sup>3</sup> Michael Faraday, physicien et chimiste britannique, 1791-1867.

de prédire le comportement des gaz et de construire et d'améliorer des moteurs toujours plus performants. La physique vole donc de succès en succès et rien ne semble pouvoir l'arrêter. Pourtant, quelques problèmes subsistent, qui semblent résister encore aux efforts des physiciens. L'un d'eux est particulièrement préoccupant : le rayonnement thermique des objets. Ce rayonnement, les physiciens lui ont donné un nom kabbalistique : le *rayonnement de corps noir*.

Depuis longtemps on a remarqué qu'en chauffant un objet métallique, celui-ci émet de la lumière, d'abord rouge et de faible intensité puis, en élevant la température, blanche et très intense. En 1860, Gustav Kirchhoff analyse par des expériences précises les propriétés du rayonnement thermique à l'intérieur d'un four. Il parvient à établir une loi fondamentale : la densité d'énergie du rayonnement électromagnétique à une fréquence donnée dans l'enceinte du four ne dépend que de la température qui y règne et de la fréquence du rayonnement. Cette loi confère donc à ce rayonnement un caractère absolu puisque ses propriétés sont indépendantes du contenu de la cavité rayonnante et du contenant. Mais Kirchhoff ne réussit pas à en donner une expression mathématique.

Les travaux de Joseph Stefan<sup>1</sup> en 1879 puis ceux de Wilhelm Wien<sup>2</sup> en 1893 permettent de préciser la relation entre la densité d'énergie et la fréquence mais le problème n'est toutefois pas entièrement résolu. La loi obtenue par Wien est satisfaisante pour les hautes fréquences, ou ce qui est équivalent, les longueurs d'onde courtes. Pour le reste du spectre d'émission, elle diverge des mesures expérimentales. En utilisant les formalismes de la thermodynamique statistique et de l'électromagnétisme, John William Rayleigh<sup>3</sup> et James Jeans<sup>4</sup> obtiennent, inversement, une relation qui s'accorde avec les observations pour les grandes longueurs d'onde, mais s'en éloigne rapidement quand les longueurs d'onde se raccourcissent. Selon leur équation, la densité de rayonnement croît en raison de la puissance quatrième de la fréquence. Comme cette loi ne contient aucune limitation en termes de fréquences émises, il en résulte qu'un corps chauffé rayonnerait une quantité d'énergie infinie, et ceci d'autant plus que l'on considère des fréquences élevées. C'est ce que l'on a appelé la *catastrophe ultraviolette*, évidemment contredite par l'expérience.

---

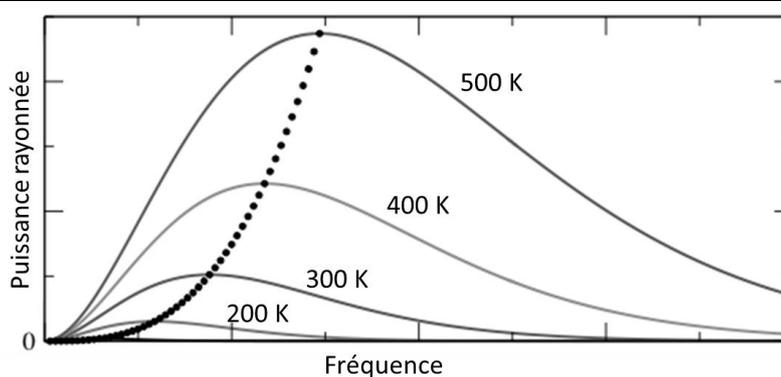
<sup>1</sup> Joseph Stefan, physicien autrichien, 1835-1893.

<sup>2</sup> Wilhelm Wien, physicien allemand, 1864-1928, prix Nobel de physique en 1911.

<sup>3</sup> John William Strutt Rayleigh, physicien britannique, 1842-1919, prix Nobel de physique en 1904.

<sup>4</sup> James Hopwood Jeans, physicien, astronome et mathématicien britannique, 1877-1946.

Max Planck<sup>1</sup>, ancien élève de Kirchhoff, se penche à son tour sur cette question difficile. En octobre 1900, il découvre empiriquement, la relation tant recherchée. Pour établir sa formule, Planck procède par interpolation de la courbe expérimentale. Elle n'est donc pas le fruit d'un raisonnement physique mais elle donne de très bons résultats numériques, en parfait accord avec les observations<sup>2</sup>. Il lui reste cependant à l'interpréter, notamment, à comprendre la signification d'une constante qu'il a dû introduire et dont il a ajusté la valeur pour accorder sa formule aux mesures expérimentales.



**Figure 7 : Puissance rayonnée dans l'enceinte d'un four (rayonnement dit de « corps noir ») en fonction de la fréquence et de la température exprimée en Kelvin<sup>3</sup>. La courbe en pointillés représente les maxima de puissance rayonnée en fonction de la température.**

Planck ne comprend d'abord pas le sens de cette constante. Ce n'est que quelques mois plus tard qu'il réalise qu'elle est très étroitement liée à la quantité d'énergie qui est échangée par les parois de l'enceinte du four. Il découvre alors que ces échanges ne peuvent se faire que par des multiples entiers d'une quantité d'énergie  $h\nu$ , où  $\nu$  (lettre grecque se prononçant « nu ») est la fréquence de l'onde rayonnée et  $h$  cette fameuse constante qu'il a dû introduire. On la baptisera plus tard *constante de Planck*. Il donne

<sup>1</sup> Max Planck, physicien allemand, 1858-1947, prix Nobel de physique en 1918.

<sup>2</sup> C'est Albert Einstein qui en donnera, en 1905, une démonstration rigoureuse à l'aide de l'arsenal théorique de la thermodynamique statistique et en faisant l'hypothèse que le rayonnement se comporte comme un gaz de « grains » d'énergie : les photons.

<sup>3</sup> Le Kelvin (noté K) est l'unité de température absolue. 0 K = -273,15 °C est la température la plus basse que l'on puisse physiquement atteindre.

le nom de *quanta*<sup>1</sup> à ces quantités d'énergie irréductibles échangées par les parois d'une cavité thermique.

### **En quoi diffèrent les approches de Rayleigh-Jeans et de Planck-Einstein ?**

*Les approches de Rayleigh et Jeans, d'une part, et de Planck et Einstein, d'autre part, reposent sur des bases communes. Elles divergent toutefois sur un point essentiel que nous allons détailler.*

*D'abord, les parois du four, ou plus généralement de la cavité, sont supposées être constituées d'oscillateurs (à l'époque de Planck on disait des résonateurs) monochromatiques (c'est-à-dire oscillant à une seule fréquence) de fréquences différentes les uns des autres. Chaque oscillateur émet et absorbe le rayonnement électromagnétique uniquement à sa fréquence propre d'oscillation. C'est une manière simple de modéliser les atomes de la paroi. A l'équilibre thermodynamique, les oscillateurs émettent autant d'énergie électromagnétique qu'ils en absorbent (c'est le sens même du terme équilibre thermodynamique). Calculer le spectre du rayonnement électromagnétique à l'intérieur du four consiste à établir la répartition de l'énergie en fonction de la fréquence des ondes électromagnétiques. Etant donné que ces ondes sont émises par des oscillateurs monochromatiques, la quantité d'énergie émise à une fréquence donnée est donc proportionnelle au nombre d'oscillateurs oscillant à cette fréquence. Finalement, le problème revient à calculer la proportion (ou répartition) des oscillateurs en fonction de leur fréquence.*

*Les lois de la thermodynamique statistique permettent de résoudre le problème de la répartition en fréquences des oscillateurs. Considérons un système composé d'éléments qui peuvent avoir plusieurs états d'énergie. Dans le cas qui nous intéresse le système est constitué par les parois du four et les éléments sont les différents oscillateurs. Si  $N$  éléments sont dans l'état d'énergie  $E$ , alors le nombre d'éléments dans un état d'énergie à peine plus élevé est proportionnel à l'opposé de l'accroissement d'énergie et au nombre  $N$  (ce qui s'exprime algébriquement par  $dN = -\beta N dE$ ). Ceci est dans le fond assez logique. Les corps ont une inclination à retourner naturellement à l'état de plus basse énergie. Les oscillateurs ont donc tendance à céder de l'énergie plutôt qu'à en gagner, et cela d'autant plus que leur état d'énergie est élevé. De ce fait, le nombre d'éléments décroît quand les niveaux d'énergie augmentent, d'où le signe négatif. On pourrait penser que dans ces conditions tous les oscillateurs se retrouvent dans l'état de plus basse énergie mais cela n'est pas possible car l'enceinte du four contient de l'énergie qu'il faut nécessairement répartir entre tous les oscillateurs. On peut s'attendre à ce que cette répartition adopte la forme d'une « courbe en cloche » avec un maximum aux alentours de la moyenne arithmétique. C'est en effet ce que l'on observe mais la « cloche » n'est pas une courbe de Gauss, signature d'une répartition statistique « classique » ; elle obéit à une équation très particulière dont la théorie du rayonnement thermique doit rendre compte. Jusque-là, Rayleigh, Jeans, Planck et Einstein ont la*

---

<sup>1</sup> Quanta est le pluriel du mot latin *quantum* qui signifie *quantité*.

même approche. Là où ils divergent c'est dans le calcul du niveau d'énergie des oscillateurs (ou résonateurs).

Rayleigh et Jeans calculent leur niveau d'énergie à partir des lois de l'électromagnétisme. L'énergie d'une onde électromagnétique est proportionnelle à la somme des carrés de l'intensité des champs électrique et magnétique. Ces intensités peuvent prendre n'importe quelle valeur, ce qui signifie qu'un oscillateur peut gagner ou perdre une quantité infiniment petite comme une très grande quantité d'énergie. Dire que la quantité échangée peut être infiniment petite signifie en d'autres termes que les échanges d'énergie entre les oscillateurs sont **continus**.

Pour parvenir à la bonne formule, Planck a dû faire une hypothèse dont il ne saisira vraiment la signification qu'après coup : il a dû admettre que les échanges d'énergie n'étaient pas continus mais discontinus. La quantité d'énergie transférée d'un oscillateur à un autre ne peut être qu'un multiple entier d'une quantité qui est proportionnelle à la fréquence de l'oscillateur, ce qu'il écrit sous la forme :  $E = h\nu$ , où  $E$  est la quantité d'énergie échangée,  $\nu$  la fréquence de l'oscillateur et  $h$  une constante que l'on baptisa **constante de Planck**. Dans un tel modèle, les échanges d'énergie sont éminemment **discontinus**.

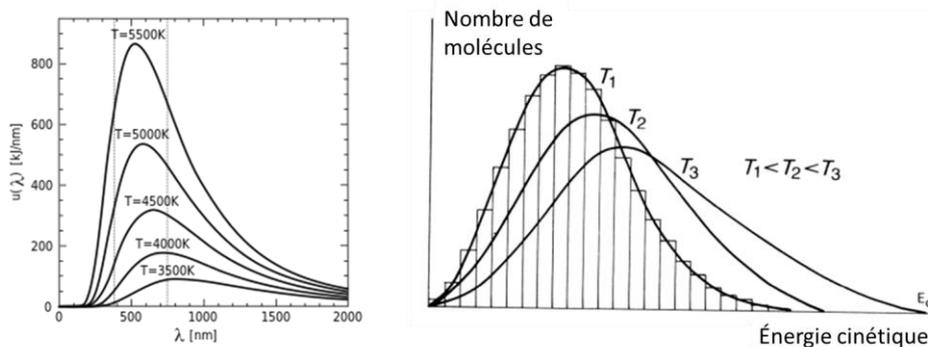
La constante de Planck a la valeur de  $6,626 \times 10^{-34}$  Joules.seconde. Cette valeur amène deux remarques. D'abord, elle est extrêmement petite, ce qui induit que la quantité  $E = h\nu$  est elle-même très petite. Les échanges d'énergie se réalisant par des multiples entiers de cette quantité (pour une fréquence  $\nu$  donnée), on en conclut que les quantités d'énergie mises en jeu à notre échelle nécessitent un très grand nombre de ces quanta. Ensuite, elle possède les dimensions d'une énergie (exprimée en Joules) multipliée par un temps (exprimé en secondes), c'est-à-dire les dimensions d'une grandeur que l'on appelle *l'action*. C'est pourquoi, Planck appela cette constante *quantum d'action*. Elle peut être interprétée d'une certaine manière comme *la plus petite quantité d'action que peut mettre en jeu un phénomène physique*. Nous verrons plus loin ce qu'est l'action.

Mais l'interprétation de Planck se heurte à de nombreuses critiques. Qu'est-ce qui justifie que les oscillateurs dans le four se comportent différemment des prédictions de la théorie de l'électromagnétisme ? En 1905, un jeune esprit perspicace se penche à son tour sur ce problème : Albert Einstein<sup>1</sup>. Le raisonnement d'Einstein est assez simple. D'une part, il montre que l'application stricte des lois de la thermodynamique et de l'électromagnétisme aboutissent inévitablement à la formule de Rayleigh-Jeans qui, on le sait n'est pas conforme à l'expérience. D'autre part, il revient sur la formule de Planck : elle est juste mais l'hypothèse des quanta, elle, ne peut être obtenue à partir des lois de l'électromagnétisme. Dit autrement, rien dans les quatre équations de

<sup>1</sup> Albert Einstein, physicien suisse et allemand, 1879-1955, prix Nobel de physique en 1921.

Maxwell qui décrivent le champ électromagnétique ne permet d'aboutir à cette hypothèse ni même de la justifier. Einstein ose alors en tirer la conclusion suivante : les lois de l'électromagnétisme ne sont peut-être pas applicables à l'échelle atomique !

Einstein est frappé par la similitude qui existe entre la distribution de l'énergie des quanta dans le rayonnement de corps noir et celle des molécules dans un gaz. Cela l'amène à comparer l'entropie d'un gaz à celle du rayonnement électromagnétique dans une enceinte fermée.



**Figure 8 : A gauche, distribution de l'énergie des quanta du rayonnement de corps noir. A droite, distribution de la vitesse des molécules d'un gaz.**

Einstein montre que dans les deux cas, non seulement la valeur de l'entropie dépend du volume considéré (volume qui contient le gaz ou volume de l'enceinte du four) mais que cette dépendance est identique, à quelques constantes près. Il en déduit que les quanta se comportent en vérité comme les molécules d'un gaz, c'est-à-dire qu'ils peuvent être comparés à des corpuscules en mouvement. Einstein propose donc une interprétation radicalement différente de celle de Planck : les quanta ne décrivent pas la manière dont les oscillateurs de l'enceinte s'échangent de l'énergie électromagnétique, comme le pense Planck, mais sont en quelque sorte des « grains » de rayonnement. Il avance alors l'idée révolutionnaire que le rayonnement électromagnétique est constitué, à l'échelle microscopique, de paquets d'énergie, sortes « d'atomes ou particules de lumière » qu'il baptise *photons*.

Fort de cette idée, Einstein l'applique immédiatement et dans le même article, à l'interprétation de l'effet photoélectrique resté inexplicable depuis sa mise en évidence par Heinrich Hertz en 1887. Avec l'hypothèse du photon, Einstein est en mesure d'en donner une explication très simple et évidente (voir l'encadré en page 18).

### **L'entropie**

*La notion d'entropie est associée à celle d'ordre ou de désordre. On la définit comme une grandeur qui mesure le niveau de désordre d'un système : plus son entropie est élevée, plus son état est désordonné. Mais que signifie qu'un système est désordonné ?*

*Prenons deux exemples très concrets de systèmes, l'un perçu comme très ordonné et l'autre comme très désordonné : les atomes d'un cristal et les molécules d'un gaz porté à haute température. Qu'est-ce qui caractérise l'ordre dans le cristal ? Chaque atome y occupe une place précise et y reste. Inversement, dans le gaz, les molécules sont animées d'un mouvement incessant, rapide et erratique. Bien évidemment, les atomes dans un cristal ne sont pas parfaitement immobiles ; ils oscillent par rapport à leur position d'équilibre. Ces vibrations engendrent un peu de « désordre ». On serait tenté d'en conclure que l'origine du désordre est dans le mouvement, voire même de l'identifier au mouvement. Mais ce n'est pas si simple. Prenons le cas d'un atome qui se déplace à une vitesse et une direction constantes. On ne peut pas qualifier cet état de désordonné même si la vitesse de l'atome est très grande. Ce qui sous-tend le concept de désordre n'est donc pas tant le mouvement que l'imprédictibilité du mouvement des composants du système. Ainsi, dans un cristal, même si les atomes sont susceptibles de vibrer autour de leur position d'équilibre, leur mouvement et leur position sont grosso modo prédictibles. Dans le cas d'un gaz, il est impossible de prédire le mouvement de chacune des molécules qu'il contient car il existe un nombre extrêmement grand de façons de répartir le mouvement entre toutes les molécules d'un gaz pour une énergie totale donnée. Chaque manière de répartir cette énergie entre les molécules porte le nom de **configuration**. Pour une énergie donnée, le nombre de configurations possibles dans un gaz est infiniment plus grand que dans le cas d'un cristal. **C'est ce nombre de configurations que l'on appelle l'entropie.***

*En pratique, le nombre de configurations est un nombre beaucoup trop grand pour être manipulé facilement, c'est pourquoi on préfère utiliser à la place dans les calculs son logarithme. La relation qui définit l'entropie est donc la suivante :  $S = k_B \log Z$  où  $S$  est l'entropie,  $k_B$  une constante appelée constante de Boltzmann et  $Z$  le nombre de configurations possibles du système (que l'on appelle fonction de partition du système).*

Le photon, grain de lumière ou plus précisément grain d'énergie électromagnétique, est un objet paradoxal : il se comporte comme une onde (il obéit à l'équation des ondes électromagnétiques) mais une onde dont toute l'énergie serait localisée dans un

minuscule volume à la manière d'un corpuscule. Alors qu'une onde est par essence un objet physique qui s'étend dans l'espace et dans le temps (voir le complément sur les ondes en page **Erreur ! Signet non défini.**), le photon, lui, est localisé dans l'espace<sup>1</sup>. De plus, le photon possède une quantité finie d'énergie, proportionnelle à sa fréquence. L'énergie électromagnétique est ainsi *quantifiée*, c'est-à-dire que, pour une fréquence donnée, elle ne peut prendre n'importe quelle valeur, mais seulement un multiple entier de l'énergie d'un photon. La conséquence la plus importante est que cette énergie ne peut être aussi petite que l'on veut : sa plus petite valeur non-nulle est celle d'un photon.

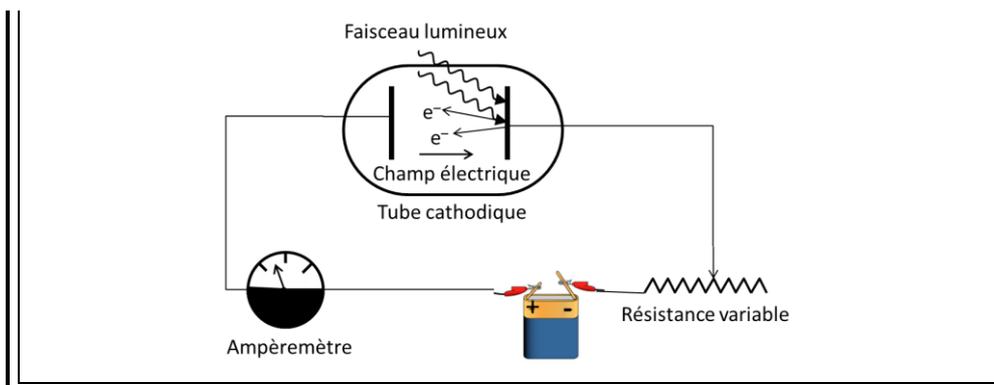
### **L'effet photoélectrique**

*Découvert par Heinrich Hertz en 1887, l'effet photoélectrique se manifeste lorsque l'on éclaire une surface métallique. Sous certaines conditions, celle-ci émet des électrons et se charge électriquement. L'expérience montre que l'apparition du phénomène est conditionnée **uniquement par la fréquence de la lumière et non par son intensité** : pour un métal donné, l'effet photoélectrique se déclenche quand la fréquence du rayonnement dépasse une certaine valeur, caractéristique de la nature chimique du métal.*

*Selon l'interprétation classique du phénomène, la lumière cède son énergie aux électrons des atomes de la surface métallique. Il s'ensuit que, plus le faisceau lumineux est intense, plus la lumière devrait « arracher » d'électrons au métal. Mais l'expérience contredit cette conclusion. En appliquant les idées de Planck, Einstein a montré que les électrons commencent à être émis lorsque la fréquence du rayonnement correspond à une énergie des photons suffisante pour les libérer de l'attraction du noyau atomique. Or l'énergie des photons est donnée par la formule de Planck  $E = h\nu$ . Cette énergie ne dépend donc que de la fréquence du rayonnement et non de son intensité !*

---

<sup>1</sup> En fait, cette image du photon comme un grain de lumière est fortement remise en question par la théorie quantique des champs, forme la plus aboutie de la mécanique quantique. Selon cette théorie, le photon n'est plus qu'un état du champ électromagnétique. Il perd donc sa nature granulaire pour devenir un objet beaucoup plus abstrait que seules les équations de l'électrodynamique quantique peuvent décrire.



Ce caractère paradoxal du photon n'a pas échappé à Albert Einstein qui est parfaitement conscient de la hardiesse de son hypothèse. Trop révolutionnaire pour bon nombre de physiciens, elle reçoit un accueil plutôt froid voire même hostile de la part de la communauté scientifique. Max Planck lui-même ne l'acceptera qu'en 1908. Aujourd'hui, le concept de photon n'est plus remis en cause ; il est même devenu l'une des pierres angulaires du *modèle standard des particules élémentaires* et a été généralisé à tous les rayonnements autres qu'électromagnétiques.

La nature corpusculaire des photons est définitivement établie en 1923 par Arthur Compton<sup>1</sup> avec la mise en évidence d'un effet qui porte dorénavant son nom : *l'effet Compton*. En 1923, en exposant une plaque de graphite à des rayons X<sup>2</sup>, il observe l'émission d'électrons et la diminution de la fréquence des rayons qui la traversent. En comparant les énergies et les quantités de mouvement des électrons émis et des rayons incidents et transmis, il en arrive à la conclusion que tout se passe comme si les rayons X incidents percutaient les électrons à la manière de boules de billard. Compton interprète ce phénomène comme le choc élastique – c'est-à-dire un choc comparable à celui de deux boules de billard – des rayons X contre les électrons. Or, les rayons X sont des ondes électromagnétiques au même titre que la lumière. Selon la conception classique des ondes électromagnétiques, celles-ci, n'interagissent pas avec un électron par un choc élastique mais, comme nous l'avons vu plus haut, en le faisant osciller.

<sup>1</sup> Arthur Compton, physicien américain, 1892-1962. Prix Nobel de physique en 1927.

<sup>2</sup> Les rayons X sont des ondes électromagnétiques (donc des ondes de même nature que la lumière) de très haute fréquence. Leur spectre s'étend de  $10^{10}$  MHz à  $10^{13}$  MHz.

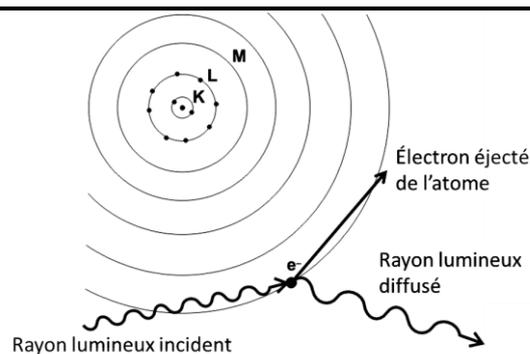


Figure 9 : Illustration de l'effet Compton.

Tout se passe donc comme si les rayons X se comportaient à la manière d'un corpuscule, ce qui conforte le concept de photons introduit par Einstein.

Pour comprendre la signification de l'effet Compton, imaginons un navire qui vogue sur les eaux très calmes d'un lac. Si nous créons de grosses vagues dont la longueur d'onde est plus grande que le bateau, celui-ci va osciller comme une coquille de noix. Raccourcissons la longueur d'onde des vagues. A partir d'une certaine valeur de cette longueur d'onde, les vagues vont commencer à frapper la coque du bateau et à l'entraîner avec elles en le poussant. Si maintenant nous réduisons en plus la taille du train d'ondes à seulement quelques vagues, celui-ci va se comporter quasiment comme un projectile. C'est un peu la même chose avec les électrons qui joueraient le rôle du bateau et les photons celui des vagues : en-deçà d'une certaine longueur d'onde, les photons se mettent à agir sur les électrons comme des boules de pétanque et non plus comme des ondes. La longueur d'onde des photons à partir de laquelle l'effet Compton apparaît nous donne donc une indication sur la taille des électrons. La longueur d'onde des rayons X employés par Compton était d'environ de  $10^{-10}$  m soit de l'ordre de la dimension d'un atome ! ce qui suggère que les électrons ont une taille du même ordre ... mais attention : les électrons sont eux aussi des objets quantiques dont la nature est à la fois corpusculaire et ondulatoire. Il s'ensuit que ce que nous renvoie l'expérience de Compton n'est pas la dimension de l'électron vu comme une minuscule petite bille mais celle de la longueur d'onde de l'onde qui leur est associée dans les atomes. Que cette dimension soit comparable à celle d'un atome n'est donc pas surprenant.

*Pour comprendre le spectre du rayonnement de corps noir : une analogie très simple*

*Imagions une ville totalement coupée du reste du monde. Supposons que l'on donne à ses habitants une même quantité d'argent. Des échanges vont s'établir entre les individus. Certains vont s'enrichir, d'autres s'appauvrir. Après un temps assez long nous observons ce qui se passe. Nous remarquons les faits suivants :*

- 1. plus une personne est riche, plus elle peut acheter et donc donner de l'argent ;*
- 2. dans un échange impliquant un riche et un pauvre, le pauvre va en moyenne recevoir plus qu'il ne donne ;*
- 3. la combinaison de ces deux lois a pour effet que la majorité des habitants vont posséder une somme d'argent pour laquelle les dons compensent les gains (montant d'équilibre) ;*
- 4. le nombre de personnes très pauvres et le nombre de personnes très riches sont faibles ;*
- 5. enfin, plus la somme totale initiale d'argent est grande, plus le montant d'équilibre est élevé.*

*Nous retrouvons empiriquement une répartition des richesses dont la courbe ressemble beaucoup à celle du spectre du rayonnement de corps noir. Dans cette analogie, nous avons remplacé les photons par les habitants de la ville et l'énergie des photons par la richesse (montant d'argent possédé) de ces habitants.*

## Les spectres atomiques expliqués

Après sa thèse en 1911 sur les insuffisances des modèles atomiques de l'époque, Niels Bohr<sup>1</sup>, un jeune physicien danois, vient rejoindre l'équipe d'Ernest Rutherford à Manchester en 1912. Bohr reprend le modèle atomique planétaire de Rutherford en tentant de le rendre compatible avec la théorie des quanta. Nous avons vu que selon le modèle de Rutherford, les électrons devraient émettre un rayonnement continu. Or, selon la théorie des quanta, l'énergie du rayonnement électromagnétique est quantifiée, c'est-à-dire qu'elle est la somme de quantités finies proportionnelles à la fréquence  $\nu$  du rayonnement selon la formule de Planck  $E = h\nu$ . Comment faire apparaître des quanta – des quantités finies – dans un rayonnement émis de manière continue ? Le problème est insoluble.

Le modèle de Rutherford paraît donc fondamentalement incompatible avec la théorie des quanta. Toutefois, plutôt que de le rejeter, Bohr cherche à comprendre l'origine de cette incompatibilité. Un électron, en rayonnant continûment va nécessairement perdre de l'énergie, donc de la vitesse et donc se rapprocher continûment du noyau. Au contraire, en appliquant la théorie des quanta, ce rapprochement doit s'effectuer par paliers successifs : à chaque fois que l'électron émet un photon. Cela suppose donc

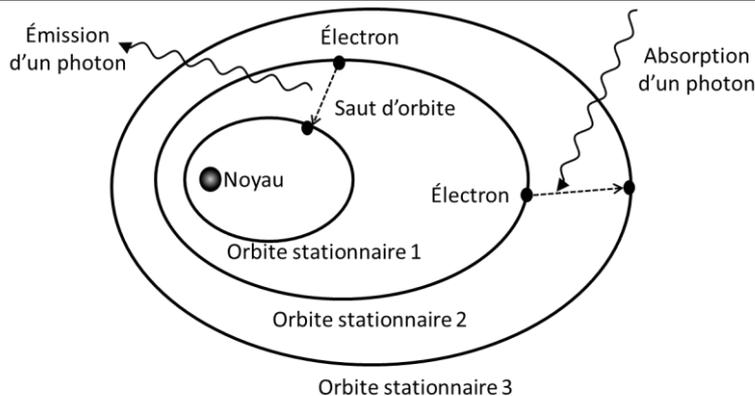
---

<sup>1</sup> Niels Bohr, physicien danois, 1885-1962, prix Nobel de physique en 1922.

qu'une fois arrivé à un palier l'électron n'émette pas de rayonnement. En revanche, lors de la transition au palier suivant, l'électron émet de nouveau un photon. Dans ces conditions, s'il ne rayonne pas lorsqu'il se trouve sur un palier, il n'a aucune raison de changer de palier. On voit s'amorcer une contradiction que Bohr lève en imposant deux postulats, sans pouvoir les justifier autrement que par le fait qu'ils « fonctionnent » bien :

1. Il existe des orbites stables – nommées *orbites stationnaires* – pour lesquelles l'électron ne rayonne aucune énergie.
2. L'électron rayonne – ou absorbe – de l'énergie seulement lors du passage ou *transition* d'une orbite stationnaire à une autre.

Selon le modèle de Bohr, l'atome d'hydrogène peut être représenté comme un système planétaire où l'électron ne peut emprunter que certaines orbites ; toutes les autres lui sont interdites. Nous savons d'après la mécanique classique qu'un corps plongé dans un potentiel central (le potentiel engendré par le noyau) et décrivant une trajectoire fermée possède une énergie constante. On en conclut donc qu'à chacune des orbites autorisées de l'électron correspond un niveau d'énergie de l'atome et un seul. Ce niveau d'énergie croît avec le rayon de l'orbite.



**Figure 10 : Modèle atomique de Bohr-Sommerfeld (cas d'orbites elliptiques). Emission et absorption d'un photon selon le modèle de Bohr.**

---

L'électron passe d'une orbite à l'autre soit en émettant un photon (cas où le niveau d'énergie de l'orbite d'origine est supérieur à celui de l'orbite de destination) soit en absorbant un photon (cas contraire). Ainsi, les phénomènes d'émission et d'absorption des photons s'expliquent très simplement par le modèle de Bohr.

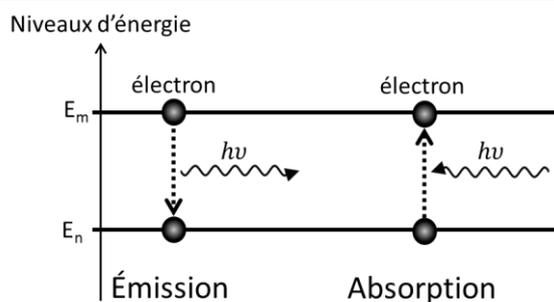
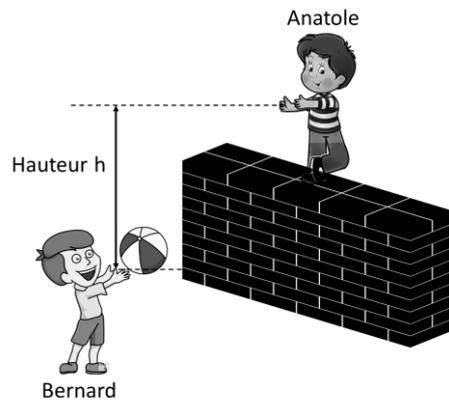


Figure 11 : Schéma de principe de l'émission et de l'absorption d'un photon selon le modèle de Bohr.

#### L'énergie des photons émis ou absorbés selon le modèle de Bohr

L'énergie du photon émis par l'atome lors de la transition de l'état d'énergie  $E_m$  à  $E_n$  est la différence entre ces deux niveaux d'énergie, soit  $E_{\text{photon}} = E_m - E_n$ . Par ailleurs, la formule de Planck relie cette énergie à la fréquence du photon comme suit :  $E_{\text{photon}} = E_m - E_n = h\nu_{mn}$ , où  $\nu_{mn}$  est la fréquence de ce photon. On en déduit très facilement sa valeur :  $\nu_{mn} = \frac{E_m - E_n}{h}$ .

Pour bien comprendre la signification physique du modèle de Bohr, imaginons deux enfants qui jouent au ballon. L'un, Anatole, se trouve sur un mur, l'autre, Bernard, sur le sol. Bernard souhaite lancer le ballon à Anatole. Pour cela, il doit communiquer au ballon suffisamment d'énergie pour qu'il puisse atteindre la hauteur d'Anatole. Bien évidemment, plus le mur sur lequel se trouve Anatole est haut, plus la quantité d'énergie que doit déployer Bernard est grande. Dans cette analogie, le ballon représente l'électron qui saute d'un niveau d'énergie bas (Bernard sur le sol) à un niveau d'énergie plus élevé (Anatole sur le mur). A la différence du modèle atomique de Bohr, la hauteur du mur peut évidemment varier, alors que les niveaux d'énergie dans le modèle de Bohr sont figés.



**Figure 12 : Le ballon que s'échangent Anatole et Bernard peut être comparé à l'électron dans le modèle atomique de Bohr. Pour passer le ballon à son camarade sur le mur, Bernard doit fournir de l'énergie au ballon, de la même façon que pour sauter d'une trajectoire à l'autre, il est nécessaire de fournir à l'électron une énergie qui est celle du photon qu'il absorbe.**

---

Comment caractériser les orbites stationnaires dans le modèle de Bohr ? Bohr montre qu'au travers des conditions imposées par ses postulats, les orbites stationnaires sont celles pour lesquelles le moment cinétique de l'électron est un multiple entier de la constante de Planck (encore elle) divisée par  $2\pi$ , ce que l'on peut écrire très simplement :

$$L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar,$$

où  $L$  est le moment cinétique de l'électron,  $n$ , un nombre entier qui identifie son niveau d'énergie et  $\hbar$  (prononcer h barre) la constante de Planck divisée par  $2\pi$ . Cette relation est étonnante car elle ne dépend ni de la masse, ni de la vitesse de l'électron mais uniquement de son niveau d'énergie  $n$ . Elle est remarquable à deux titres : par son extrême simplicité et par l'apparition d'un nombre entier – le nombre  $n$  – là où l'on n'a aucune raison d'en attendre un ! Nous verrons plus loin les implications que ces nombres peuvent avoir.

Avec le modèle de Bohr on peut reconstituer la totalité du spectre d'émission de l'atome le plus simple : l'atome d'hydrogène (atome ne comptant qu'un seul électron). Ce spectre s'organise en ce que l'on appelle des *séries*. Lorsqu'un électron se trouve sur une orbite stationnaire donnée (nous dirons une couche) il peut sauter à une couche de moindre énergie. Il a en fait le choix entre toutes les couches de moindre énergie. Pour chacune de ces transitions possibles correspond un photon avec une fréquence bien précise, de manière que la différence d'énergie entre les deux couches (celle de départ

et celle d'arrivée) soit précisément égale à l'énergie du photon, soit  $h\nu$ . Les raies du spectre d'émission associées à des transitions ayant le même niveau d'énergie d'arrivée sont regroupées dans ce que l'on appelle une série. Dans le cas de l'atome d'hydrogène, les trois premières séries identifiées ont été baptisées du nom de leur découvreur : série de Lyman<sup>1</sup>, série de Balmer<sup>2</sup> et série de Paschen<sup>3</sup>. Sur la figure ci-après, on comprend mieux le choix du terme *série*.

Le modèle de Bohr donne d'excellents résultats pour l'atome d'hydrogène mais il ne fournit aucune explication sur les raisons qui pourraient le justifier. Par ailleurs, si ses prédictions sont excellentes pour l'atome d'hydrogène – atome très simple qui ne compte qu'un seul électron – il n'est plus applicable à des atomes comportant plus d'un électron. Sa portée est donc très limitée mais pour autant, il est le premier modèle à introduire les photons dans l'interaction entre la matière et le rayonnement, et ceci avec un grand succès dans le cas de l'atome d'hydrogène. Pour cette raison, il connaît un grand retentissement au sein de la communauté scientifique et par là, donne plus de poids au concept de photon introduit sept ans plus tôt par Albert Einstein.

---

<sup>1</sup> Theodore Lyman, physicien américain, 1874-1954.

<sup>2</sup> Johann Jakob Balmer, physicien et mathématicien suisse, 1825-1898.

<sup>3</sup> Friedrich Paschen, physicien allemand, 1865-1947.

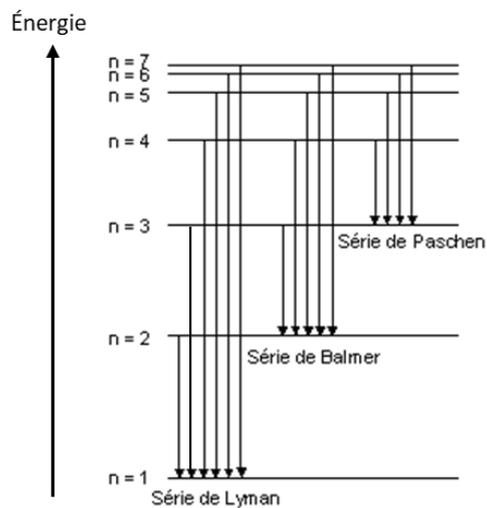
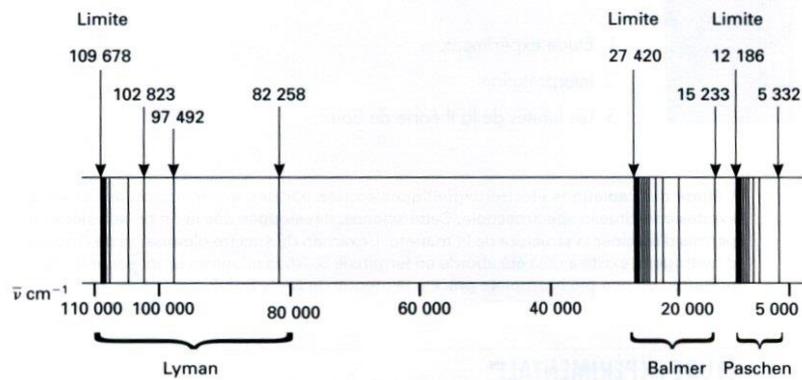


Figure 13 : Structure du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène.  
 En haut, position des raies telles qu'elles se présentent dans le spectre.  
 En bas, transitions correspondant à ces raies d'émission. Les nombres entiers n indiquent les différents orbites stationnaires ou niveaux d'énergie de l'électron.

## La mécanique ondulatoire

La grande idée derrière le concept de photon est de conférer un comportement corpusculaire à une onde électromagnétique : le photon peut alors être appréhendé comme un grain d'énergie électromagnétique. L'image que suggère le concept de photon d'Einstein est celle d'un paquet d'énergie électromagnétique porté par une onde. Qu'en est-il de la matière ? L'apparition de nombres entiers dans le modèle de

Bohr (on rappelle que le moment cinétique de l'électron dans le modèle de Bohr vaut  $L = n\hbar$ ) inspire à Louis de Broglie<sup>1</sup>, alors étudiant en doctorat, l'intervention de phénomènes ondulatoires dans le mouvement des électrons. Il cherche alors à transposer aux particules matérielles comme l'électron, les concepts élaborés par Einstein sur la lumière. Cela l'amène à doter l'électron d'une onde semblable à celle des photons. Il lui reste à formuler les caractéristiques physiques de cette onde, ce qu'il fait dans sa thèse de doctorat en 1924.

### Les nombres entiers naturels en physique

Les grandeurs physiques n'ont aucune raison de prendre des valeurs entières. Par exemple une distance peut avoir une valeur quelconque. Le monde serait bien étrange si les longueurs ne pouvaient avoir que des valeurs entières ! Il en est de même avec les températures, les vitesses, les accélérations, l'intensité des forces, etc. Nous pourrions multiplier les exemples de ce type. Pourtant, il existe en physique une famille de phénomènes où les nombres entiers interviennent naturellement : les phénomènes ondulatoires. La cause de cette propriété singulière tient à la nature périodique de ces phénomènes. Expliquons-nous.

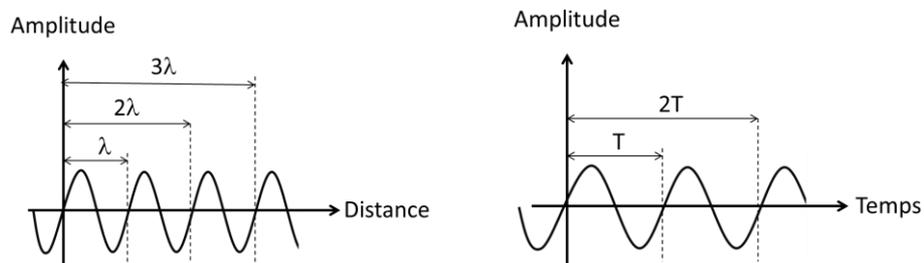


Figure 14 : Développement d'une même onde sinusoïdale dans l'espace (à gauche) et dans le temps (à droite). Dans les deux cas, le même motif se répète à intervalles réguliers, la longueur d'onde dans le cas de l'espace, la période dans le cas du temps.

Une onde est un phénomène spatio-temporel qui se déploie à la fois dans l'espace et dans le temps. Si l'on s'intéresse à l'onde la plus simple qui soit, l'onde sinusoïdale, alors on constate que le même motif se répète périodiquement soit dans l'espace tous les multiples entiers de sa longueur d'onde, soit dans le temps tous les multiples entiers de sa période. Pour cette raison, les phénomènes ondulatoires « transportent » naturellement avec eux des nombres entiers que l'on retrouve ensuite dans leurs manifestations physiques, telles que les interférences, les ondes stationnaires, etc.

<sup>1</sup> Louis de Broglie, physicien français, 1892-1987, prix Nobel de physique en 1929.

L'idée de de Broglie est dans le fond assez simple. Il suppose que, comme les photons, les électrons sont des grains d'énergie auxquels est associée une onde qu'il appelle *l'onde pilote* de l'électron. Par analogie avec les ondes électromagnétiques des photons, l'amplitude de l'onde pilote de l'électron en un point peut être assimilée à la densité locale d'énergie de la particule. Dans le repère propre de l'électron, c'est-à-dire le repère qui se déplace avec lui, l'électron est fixe (c'est une lapalissade : tout objet est fixe par rapport à lui-même !). La densité d'énergie au point où il se trouve est donc stationnaire dans le sens où elle ne varie pas. De Broglie en déduit que l'onde pilote dans son référentiel propre est elle-même stationnaire (voir l'encadré sur les ondes stationnaires en page 37). Cela lui donne l'expression mathématique de cette onde pilote telle que « vue » par l'électron lui-même en quelque sorte.

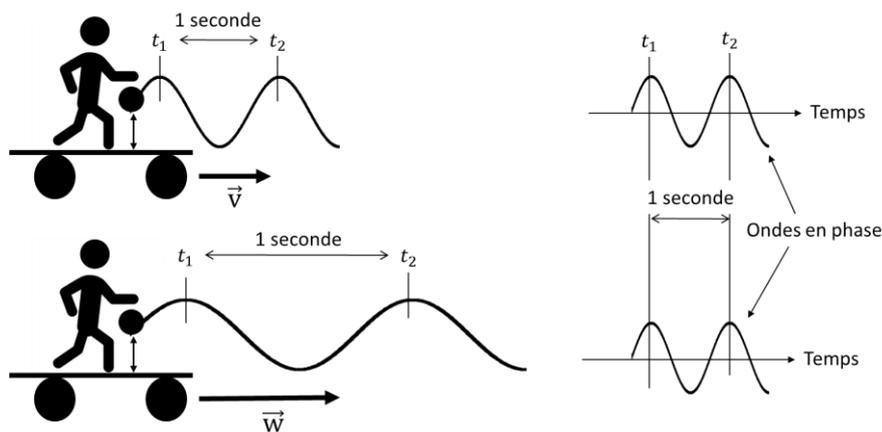
***Fréquence de l'onde pilote de l'électron selon Louis de Broglie***

*La fréquence de l'onde pilote « vue » par l'électron est facilement obtenue : si l'on assimile l'électron à un quantum comme Einstein l'a fait pour le photon, alors son énergie propre – c'est-à-dire son énergie au repos – est égale à  $h\nu_0$ , où  $\nu_0$  est la fréquence de l'onde pilote dans le référentiel propre de l'électron. Or, l'énergie propre de l'électron est également donnée par la fameuse formule d'Einstein  $E = m_e c^2$ , où  $m_e$  est la masse de l'électron et  $c$ , la vitesse de la lumière. On en déduit facilement l'égalité :  $h\nu_0 = m_e c^2$ , d'où l'on tire la valeur de la fréquence*

$$\nu_0 = \frac{m_e c^2}{h}.$$

La question qu'il est légitime de se poser ensuite est bien évidemment comment cette onde pilote est vue par un observateur. Pour résoudre ce problème, de Broglie a une intuition qu'il tire de la similitude troublante qui existe entre deux grands principes de la physique : le principe de Fermat et le principe de moindre action (voir l'encadré en page 31). Il réalise que de toutes les trajectoires que peut suivre l'électron, celle qui est observée dans la nature doit être celle pour laquelle l'onde pilote vue par l'électron dans son référentiel propre et celle vue par un observateur sont en *phase* (voir le complément sur les ondes en page **Erreur ! Signet non défini.** pour la notion de phase). Ceci paraît logique par souci de cohérence. Il serait en effet étrange que l'onde pilote vue par des observateurs animés de mouvements différents ne progresse pas de la même façon. Pour illustrer ce phénomène, imaginons un joueur de basketball qui dribble sur une plateforme roulante se déplaçant à une vitesse  $v$ . Supposons que le ballon mette une seconde pour quitter sa main, rebondir sur le sol et revenir à son point de départ. La fréquence des rebonds est donc de  $1/s$ , soit 1 Hz. Pour un observateur fixe, le ballon a une trajectoire en forme de sinusoïde (voir la figure ci-dessous). Toutes les secondes, le

ballon se retrouve au sommet de la courbe. Ceci reste vrai quelle que soit la vitesse de la plate-forme roulante sur laquelle se trouve le basketteur. On voit qu'en physique classique, l'hypothèse de de Broglie est tout à fait fondée. Mais cela n'est pourtant pas trivial quand les vitesses en jeu sont proches de celle de la lumière. Il faut alors tenir compte des effets relativistes qui dilatent les temps et contractent les distances (voir l'encadré ci-après). Pour développer son intuition, de Broglie est donc amené à employer la toute jeune théorie de la relativité restreinte qu'Albert Einstein a développée moins de vingt ans plus tôt.



**Figure 15 : Quelle que soit la vitesse de la plate-forme, les sinusoïdes dessinées par le ballon restent en phase pour un observateur fixe, c'est-à-dire que le ballon retrouve le sommet de la sinusoïde aux mêmes instants  $t_1$  et  $t_2$ . Dans cette analogie, le ballon figure l'électron qui oscille, porté par l'onde pilote imaginée par de Broglie.**

La *dilatation du temps* et la *contraction des longueurs* sont des effets assez étranges prédits par la relativité (et mis en évidence expérimentalement). La relativité nous apprend que plus un corps se déplace vite, plus le temps pour lui s'écoule lentement par rapport à des observateurs fixes. C'est en cela que l'on dit que le temps se dilate. Ainsi, la fréquence n'étant rien d'autre que le nombre d'oscillations par seconde, celle de l'électron paraîtra d'autant plus basse que l'électron va vite (puisque les secondes pour lui paraîtront plus longues). Inversement, les dimensions d'un corps en déplacement paraîtront d'autant plus courtes pour des observateurs fixes qu'il va vite. On dit que les longueurs sont contractées. Par la conjugaison de ces deux phénomènes, l'onde pilote vue par l'électron et celle vue par un observateur restent en phase. Mais ceci n'est vrai que pour les chemins physiques, c'est-à-dire ceux empruntés réellement par notre électron conformément aux lois physiques. Pour tous les autres chemins, les deux

phénomènes ne se compensent pas. Et c'est là qu'interviennent les principes de Fermat et de moindre action (voir l'encadré ci-après).

**La dilatation des durées et la contraction des longueurs**

Soient deux équipes de physiciens, A et B, qui cherchent à mesurer la vitesse de la lumière. L'équipe A est embarquée dans un long véhicule se déplaçant à 10 000 km/s. L'équipe B est fixe. L'équipe A emploie un dispositif très simple : la lumière est émise à une extrémité du véhicule et détectée 30 m plus loin par une cellule photoélectrique. La mesure du temps qui s'est écoulé entre l'émission et la réception du rayon lumineux permet de déduire la vitesse de celui-ci. La durée mesurée par l'équipe A est : un dixième de millionième de seconde. La vitesse de la lumière est donc :  $30 / 0,000\ 0001 = 300\ 000\ 000$  m/s ou encore 300 000 km/s.

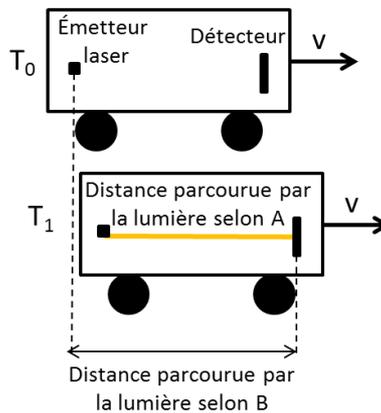


Figure 16 : La distance parcourue par la lumière selon l'équipe B est plus longue que celle mesurée par l'équipe A dans le véhicule.

L'équipe B procède à la même mesure en observant ce qui se passe dans le véhicule au moment où celui passe devant eux. En un dixième de millionième de seconde, le véhicule s'est déplacé de 1 mm. Pour l'équipe B la lumière a donc parcouru 30 m + 1 mm. En toute logique, la vitesse de la lumière calculée par l'équipe B devrait donc être très légèrement supérieure à celle obtenue par l'équipe A puisqu'en une même durée elle a parcouru une distance légèrement plus grande. Or, d'autres expériences ont prouvé que la vitesse de la lumière était une constante et que ce résultat avait le statut de loi physique, c'est-à-dire qu'il était vrai partout, dans tous les référentiels quel que soit leur mouvement. La seule façon d'obtenir le même résultat est de supposer que les longueurs dans le train vues de l'extérieur sont plus courtes que celles mesurées à l'intérieur. Dans l'expérience qui nous intéresse, pour que la vitesse de la lumière mesurée par les deux équipes soit identique il faut admettre que la distance apparente entre l'émetteur et le détecteur s'est contractée de 1 mm pour les observateurs extérieurs ! C'est là l'un des résultats spectaculaires de la relativité : les corps qui se déplacent se contractent dans la direction de leur mouvement, et ceci d'autant plus que leur vitesse est grande. A la limite, un corps se mouvant à la vitesse de la lumière semblerait avoir une longueur nulle !

Réalisons maintenant une autre expérience. Dans le véhicule, on installe un miroir au-dessus d'un émetteur laser. Le faisceau laser est réfléchi par le miroir et revient à son point de départ. Ce trajet est effectué en une certaine durée (distance parcourue par le faisceau / vitesse de la lumière). Vue de l'équipe B, l'expérience prend une tout autre tournure (voir la figure ci-dessous) : le chemin parcouru par le rayon laser est plus long. Or, la vitesse de la lumière est une constante. Comme, selon l'équipe B, la distance qu'elle parcourt est plus longue, elle aura donc mis plus de temps pour le faire alors qu'il s'agit du même faisceau lumineux. En d'autres termes, selon un observateur fixe, le temps s'écoule plus lentement dans un véhicule en mouvement que pour lui-même, et cela d'autant plus que le véhicule se déplace vite. Ce que l'on exprime communément en disant que le temps se dilate !

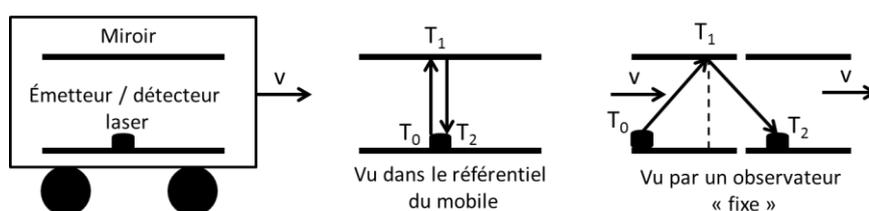


Figure 17 : Expérience d'un rayon lumineux se réfléchissant sur un miroir.

L'hypothèse d'une onde pilote associée aux particules est donc compatible avec la relativité, c'est-à-dire que l'onde semble se propager de la même façon dans tous les référentiels animés d'une vitesse uniforme. Ainsi, l'énergie d'une particule peut être donnée selon une description purement mécanique ( $E = m(v)c^2$  en relativité où  $m(v)$  exprime la dépendance de la masse avec la vitesse) mais également selon une description quantique ( $E = h\nu$ ). L'égalité des deux équations permet à de Broglie d'aboutir à la relation fondamentale de la mécanique ondulatoire :

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde de l'onde pilote et  $p$  la quantité de mouvement de la particule. On le voit, cette relation établit un pont entre une grandeur purement ondulatoire – la longueur d'onde – et une grandeur purement mécanique – la quantité de mouvement.

### **Le principe de moindre action, le principe de Fermat et la mécanique ondulatoire**

Il existe en mécanique un principe fondamental qui stipule qu'entre toutes les trajectoires que peut suivre un corps, celle qui répond aux lois de la physique est celle dont une certaine grandeur – l'action – est minimale. Ce principe est connu sous le nom de principe de moindre action. Il est très ancien. Il faut remonter jusqu'à Aristote<sup>1</sup> pour en trouver une première intuition sous le nom de *lex parsimoniae* ou principe d'économie. L'idée fondamentale qui se cache derrière le principe d'économie est que la nature serait économe de sorte que les phénomènes physiques se réaliseraient de manière à économiser ... mais économiser quoi ? Il fallut attendre plus de deux mille ans pour que l'intuition d'Aristote prenne forme.

Cette grande idée du principe d'économie fut reprise en 1744 par Maupertuis<sup>2</sup>. Il nomma action la grandeur que la nature était censée économiser. Il parvint à donner une première expression de ce que pouvait être cette action : le produit de la quantité de mouvement par la distance parcourue le long du chemin emprunté. Mais c'est à Lagrange<sup>3</sup> que l'on doit une formulation plus générale de l'action en 1756 : l'action est la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle tout le long d'une trajectoire

Le principe de moindre action pourrait s'énoncer ainsi : **pour une quantité d'énergie donnée, parmi tous les mouvements possibles que peut effectuer un corps, le mouvement observé est celui pour lequel le transfert entre les énergies potentielle et cinétique est à tout instant minimal.**

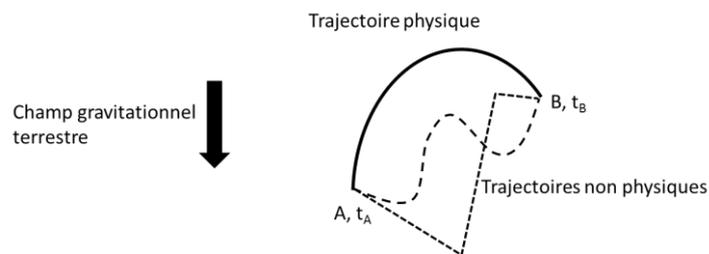


Figure 18 : La trajectoire physique entre deux points A et B aux instants  $t_A$  et  $t_B$  est celle pour laquelle l'action est minimale. En trait plein, le chemin physique. En pointillés, exemples de chemins non physiques.

L'action exprimant un transfert d'énergie s'effectuant dans le temps, ses dimensions sont celles d'une énergie multipliée par un temps, soit des Joule.seconde (noté J.s).

Le principe de Fermat est lui aussi un principe d'économie mais qui lui, s'applique à la lumière. Pour expliquer les phénomènes de réfraction et de réflexion de la lumière, Pierre de Fermat propose en 1657 – soit presque un siècle avant l'énoncé du principe de moindre action par

<sup>1</sup> Aristote, philosophe grec, 324-322 av. J.-C.

<sup>2</sup> Pierre-Louis Moreau de Maupertuis, physicien, astronome et mathématicien français, 1698-1759.

<sup>3</sup> Joseph-Louis Lagrange (Giuseppe Ludovico De la Grange Tournier), mathématicien français d'origine italienne, 1736-1813.

Maupertuis – que la lumière parcourt toujours le chemin de durée minimale<sup>1</sup>. En partant du principe de Fermat, Maupertuis parvint à démontrer formellement les lois de la réfraction de Snell-Descartes.

Quand Fermat a énoncé son principe, on ignorait tout de la nature ondulatoire de la lumière. On lui attribuait plutôt une nature corpusculaire, comme le proposa Newton quelques décennies plus tard. Les rayons lumineux étaient donc considérés comme les trajectoires des corpuscules de lumière. Or, on sait aujourd'hui que la longueur d'onde de la lumière visible étant très courte (de l'ordre de 500 nanomètres soit 500 milliardièmes de mètre) on peut à notre échelle en négliger les aspects ondulatoires et ne considérer que la trajectoire du front de l'onde (ce que l'on nomme le chemin optique) dans la plupart des problèmes d'optique. Cette approximation fonctionne parfaitement bien tant que les dimensions du système sont très supérieures à celles de la longueur d'onde de la lumière. On l'appelle communément l'approximation de l'optique géométrique.

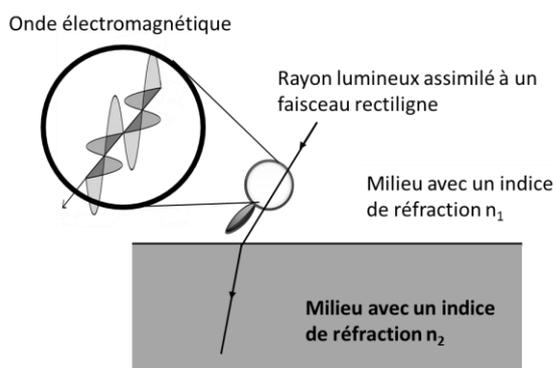


Figure 19 : Réfraction d'un rayon lumineux selon l'approximation de l'optique géométrique. L'onde électromagnétique est assimilée à un faisceau rectiligne.

Une fois exprimés dans le formalisme de la relativité restreinte, le principe de Fermat et le principe de moindre action prennent une forme identique, d'où l'intuition de Louis de Broglie de considérer les trajectoires des particules, par un raisonnement inverse, comme une approximation d'une onde de matière de la même façon que l'approximation de l'optique géométrique est une approximation de l'onde électromagnétique de la lumière.

La relation fondamentale de la mécanique ondulatoire prend une signification toute particulière si l'on revient à la définition de l'action en mécanique. La quantité  $\frac{h}{p}$  peut être interprétée comme le rapport de la plus petite quantité d'action possible (c'est le sens du terme *quantum d'action h*) par la quantité de mouvement. Or, si l'on revient à la définition de l'action qu'en donnait Maupertuis – produit, tout au long du parcours de la particule, de la quantité de mouvement par la distance parcourue – ce rapport  $\frac{h}{p}$

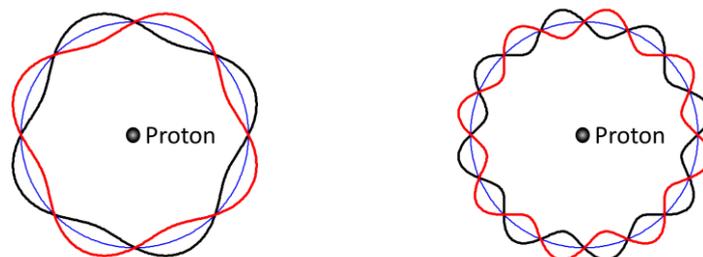
<sup>1</sup> En fait, la lumière parcourt le chemin de durée extrême, c'est-à-dire soit minimale, soit maximale. Dans certaines expériences d'optique, le chemin parcouru est effectivement celui de durée maximale.

s'interprète alors comme la distance parcourue par la particule lorsque son action a cru de la valeur  $h$  ; mais c'est aussi, selon la relation de de Broglie, la longueur d'onde de l'onde pilote ! Cela nous enseigne **qu'après chaque oscillation complète de l'onde pilote, l'action de la particule a augmenté de la valeur  $h$** . Cette remarque est importante, nous verrons pourquoi à la section suivante.

Le concept d'onde pilote, une fois appliqué à l'atome d'hydrogène, permet d'expliquer pourquoi les électrons sont prisonniers d'orbites particulières. Prenons un électron qui décrit une orbite fermée autour d'un proton. Sa vitesse est d'environ 3 000 km/s ce qui signifie qu'il fait près de 10 millions de milliard de fois le tour du noyau en une seconde. A chaque tour, l'onde pilote va s'ajouter à elle-même. Si elle ne retrouve pas la même phase au retour à son point de départ, elle va très vite s'autodétruire (voir le complément sur les ondes stationnaires en page **Erreur ! Signet non défini.**). Les seules ondes non destructives sont celles pour lesquelles la longueur d'onde est un sous-multiple du périmètre de l'orbite, c'est-à-dire des ondes stationnaires. Les contraintes d'équilibre entre force centrifuge, force d'attraction électrostatique du proton et onde stationnaire impliquent que seules certaines orbites sont possibles. Or, selon la mécanique ondulatoire, la fréquence de l'onde pilote est proportionnelle à l'énergie de l'électron ( $E = h\nu$ ). On en conclut que les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène ne peuvent prendre que certaines valeurs. Autrement dit, ils sont quantifiés !

Les niveaux d'énergie permis à l'électron dans un atome d'hydrogène calculés par Louis de Broglie donnent exactement les mêmes résultats que les observations expérimentales et sont en totale conformité avec les prévisions du modèle de Bohr. C'est un immense succès. De plus, le calcul montre que le moment cinétique de l'électron sur les orbites où son onde pilote est stationnaire est précisément égal à la valeur postulée par le modèle de Bohr, à savoir :  $L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$ . La mécanique ondulatoire permet donc d'expliquer simplement la structure de l'atome d'hydrogène et de justifier *a posteriori* les postulats de Bohr.

L'image ci-dessous est bien évidemment très simpliste pour des raisons pédagogiques. Cette onde n'a, dans les faits, aucune raison d'être « linéaire », c'est-à-dire que rien ne lui impose de se propager le long d'une ligne courbe (qui se trouve être un cercle dans notre cas). Il faut imaginer qu'en réalité elle se déploie dans l'espace à trois dimensions et non sur une seule dimension.

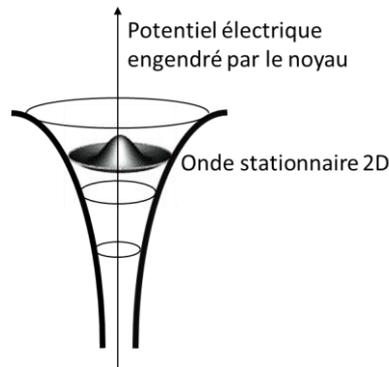


**Figure 20 : Exemples d'onde stationnaire de l'électron dans le cas de l'atome d'hydrogène. A gauche, la longueur d'onde est 4 fois plus petite que le périmètre de l'orbite, à droite, 8 fois plus courte.**

L'électron subit l'attraction électrostatique du noyau atomique dont la charge électrique est positive. On peut concevoir l'image suivante : le potentiel électrique engendré par le noyau peut être vu comme un puits sans fond dont les parois se resserrent de plus en plus au fur et à mesure que l'on se rapproche du noyau. La forme générale de ce puits ressemble à une sorte de trompette de longueur infinie dont le cornet s'évase rapidement (section en  $1/r$ ). Les ondes possibles de l'électron sont celles qui sont stationnaires dans cet étrange « instrument ». Mathématiquement, les ondes stationnaires qui y subsistent prennent des formes autrement plus complexes que l'image un peu naïve d'une onde stationnaire sur un cercle. Cependant, l'idée générale est bien exactement la même. Elles prennent la forme de ce que l'on appelle des *harmoniques sphériques*, c'est-à-dire en quelque sorte une onde stationnaire à trois dimensions avec une symétrie sphérique. On voit que dans ces conditions, l'image d'un électron circulant sur une orbite bien définie telle que la concevait le modèle atomique de Rutherford ne tient plus du tout. Pour cette raison on ne parle plus, en physique atomique, d'orbites électroniques mais d'*orbitales atomiques*.

L'onde de l'électron bien qu'étant un objet à trois dimensions n'en reste pas moins une onde stationnaire. Notamment, on y retrouve les modes qui sont décrits dans le complément sur les ondes. Ainsi, le premier mode ( $n = 1$ ) est une onde dont l'oscillation complète – la longueur d'onde – couvre la totalité du volume de l'orbitale de l'électron (en ramenant l'orbitale à un cercle pour en faciliter la représentation mentale, la longueur d'onde du premier mode est égale à la circonférence du cercle). La longueur d'onde du second mode ( $n = 2$ ), est contenue deux fois dans le volume de l'orbitale et ainsi de suite. A chaque mode est associé un niveau d'énergie spécifique. Le premier mode correspond au niveau d'énergie le plus bas que peut occuper l'électron : c'est l'*état fondamental*. Avec  $n$  croissant, le niveau d'énergie augmente mais il faut

garder en tête que ce nombre  $n$  indique le mode de l'onde stationnaire de l'électron et fournit à ce titre le nombre d'oscillations que réalise l'onde pilote de l'électron dans le volume de l'orbitale atomique.



**Figure 21 : Electron piégé dans le puits de potentiel d'un proton. L'électron est figuré par une onde stationnaire à deux dimensions (la représentation en 3D est impossible). Le puits de potentiel est représenté par les deux courbes épaisses et les ellipses. L'ensemble a la forme d'un cornet de trompette de longueur infinie.**

---

De Broglie conçoit l'onde pilote des particules comme une onde physique bien réelle. Nous verrons que cette conception doit être abandonnée par la suite. Max Born<sup>1</sup> en donne en 1927 une toute autre interprétation comme nous allons le voir un peu plus loin. En attendant, il reste à formuler l'équation d'onde à laquelle l'onde pilote imaginée par de Broglie est la solution. Ce travail est l'œuvre d'Erwin Schrödinger<sup>2</sup>.

## L'équation d'onde de Schrödinger

Remarquée par Albert Einstein, la thèse de Louis de Broglie est rapidement diffusée et bien accueillie par le petit monde des physiciens théoriciens de l'époque. Très vite, une question se pose : si les particules ont un comportement ondulatoire comme le suggère l'hypothèse de de Broglie alors il doit exister une équation qui décrit leur onde pilote. En 1925, le physicien autrichien Erwin Schrödinger se met en tête de trouver cette équation. Il revient pour cela sur les similitudes entre le principe de moindre action et le principe de Fermat qui avaient déjà guidé de Broglie.

---

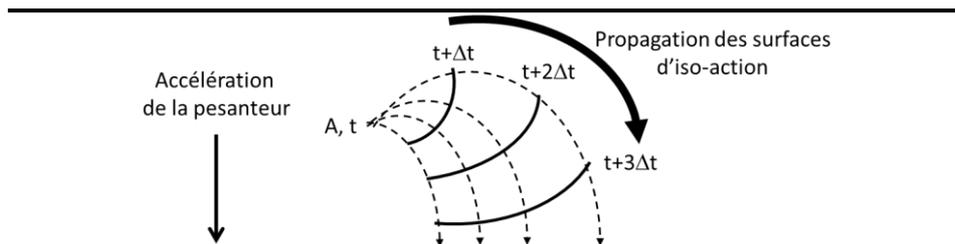
<sup>1</sup> Max Born, physicien allemand, 1882-1970, prix Nobel de physique en 1954.

<sup>2</sup> Erwin Schrödinger, physicien autrichien, 1887-1961, prix Nobel de physique en 1933.

Prenons une onde lumineuse monochromatique (c'est-à-dire oscillant à une seule fréquence) se déplaçant dans un milieu dont l'indice de réfraction varie très lentement par rapport à la longueur d'onde de l'onde. Physiquement, cela signifie que les « accidents » du milieu dans lequel se propage l'onde ont une taille très supérieure à la longueur d'onde. Les aspects purement ondulatoires de la lumière peuvent alors être négligés. L'équation de l'onde lumineuse se ramène à ce que l'on appelle *l'équation eikonale* de la lumière. La trajectoire de la lumière peut être assimilée à une ligne (rectiligne ou courbe). C'est l'approximation faite par l'optique géométrique que nous avons évoquée plus haut : l'onde lumineuse peut être réduite au trajet optique du rayon lumineux (c'est-à-dire concrètement une ligne), sans se préoccuper de ses aspects ondulatoires. Dans ces conditions, les rayons lumineux répondent au principe de Fermat qui stipule que la lumière emprunte toujours le chemin le plus court.

Mais la lumière est aussi un corpuscule selon la théorie des quanta. Son mouvement est donc régi par le principe de moindre action. Or, du principe de moindre action découle une équation fondamentale de la mécanique : *l'équation d'Hamilton-Jacobi*. Pour comprendre la signification de cette équation, prenons le cas d'une pierre que nous lançons en l'air. Elle parcourt une certaine trajectoire parabolique dont la forme dépend de la direction dans laquelle nous l'avons lancée, de sa vitesse initiale et du champ gravitationnel terrestre. La trajectoire que nous observons est toujours celle pour laquelle l'action possède une valeur minimale en vertu du principe de moindre action : c'est la trajectoire physique. Toutes les autres trajectoires ont une action supérieure à la trajectoire physique. Supposons que nous ne connaissions pas le chemin physique de la pierre. Fixons le point de départ A. A partir de ce point de départ, pour une même valeur donnée de l'action, une multitude de chemins physiques sont envisageables, qui se distinguent les uns des autres par la vitesse et la direction initiales imprimées à la pierre. Intéressons-nous à l'ensemble des points qui peuvent être atteints à un instant donné à partir de A avec la même action. Ces points forment une surface continue qui « progresse » avec le temps. On l'appelle une *surface d'iso-action*. Cette surface correspond à tous les points accessibles à un instant donné par un chemin physique avec une même valeur de l'action mais avec des conditions initiales (c'est-à-dire vitesse et direction) différentes.

L'équation d'Hamilton-Jacobi décrit donc une « onde » dont le front d'onde n'est rien d'autre que les surfaces d'iso-action. Nous l'appellerons *l'onde d'Hamilton-Jacobi*.



**Figure 22 : Surfaces d'iso-action (ici des lignes car nous sommes en deux dimensions) d'une pierre en chute libre dans le champ gravitationnel terrestre. En pointillés, les trajectoires physiques et en traits pleins, les courbes d'iso-action. On voit nettement les surfaces d'iso-action se propager d'un instant à un autre, formant le front d'une onde.**

A noter que, en toute rigueur, l'onde d'Hamilton-Jacobi ne se propage pas dans l'espace physique ordinaire à trois dimensions mais dans l'espace de configuration du système, un espace abstrait qui représente l'ensemble des positions que peuvent occuper les composants du système. Ainsi, un système comprenant  $N$  particules évolue dans un espace de configuration de dimension  $3N$ .

La démarche de Schrödinger est la suivante :

3. l'équation eikonale est une approximation de l'équation des ondes électromagnétiques (approximation dite de l'optique géométrique) quand on peut négliger les effets ondulatoires,
4. la similitude des principes de moindre action et de Fermat amène à poser l'hypothèse que l'équation d'Hamilton-Jacobi est pour la matière ce que l'équation eikonale est pour la lumière, c'est-à-dire une approximation de l'équation des ondes de de Broglie,
5. et l'équation d'onde des ondes de de Broglie est pour la matière ce que l'équation des ondes électromagnétiques est pour la lumière.

Il reste donc à Schrödinger à trouver une équation d'onde dont l'approximation « eikonale », c'est-à-dire l'approximation dans le cas où la longueur d'onde est très courte par rapport aux dimensions du système physique, est précisément l'équation d'Hamilton-Jacobi. Or, la différence entre l'onde lumineuse de l'optique géométrique et une véritable onde électromagnétique tient dans le fait que l'optique géométrique néglige, nous l'avons dit, l'aspect ondulatoire de l'onde électromagnétique. Or qu'est-ce qui oscille dans le cas d'une onde électromagnétique ? Les champs électrique et magnétique. Schrödinger a donc l'idée de transposer le même schéma aux ondes de

matière de de Broglie. Il suppose qu'une grandeur, encore inconnue, oscille ; grandeur qu'il note  $\psi$ . En revanche il sait que cette grandeur est nécessairement liée à l'action puisqu'à l'approximation eikonale, on doit retrouver l'onde d'Hamilton-Jacobi qui décrit précisément la propagation des surfaces d'iso-action. La clé de cette équation se trouve dans la constante de Planck  $h$ .

Le front d'une onde se définit comme la surface d'égale phase. Il peut être défini comme une surface « *d'isophase* ». Bien évidemment ce front progresse à la vitesse de l'onde (on appelle formellement cette vitesse, la *vitesse de phase* de l'onde). Dans le cas de la lumière, la phase qui caractérise le front de l'onde électromagnétique est celle des oscillations des champs électrique et magnétique. A l'approximation de l'optique géométrique (approximation eikonale), on néglige ces oscillations et l'on ne s'intéresse plus qu'à l'intensité et à la fréquence (la couleur) du rayon lumineux considéré comme une ligne.

Qu'est-ce qui pourrait, dans le cas d'une onde de matière, jouer le rôle de la phase ? Quelle grandeur aurait la même valeur sur tout le front d'une telle onde ? La version approximée (l'équivalent de l'eikonale) de l'onde de matière est, par hypothèse, l'onde d'Hamilton-Jacobi. Or, l'onde d'Hamilton-Jacobi est une onde dont le front se confond avec les surfaces d'iso-action. La grandeur qui joue le rôle de la phase pour l'onde de matière est donc l'action ! Une onde monochromatique (une sinusoïde pure) possède la particularité d'être périodique, c'est-à-dire qu'elle retrouve la même valeur à chaque fois que la phase croît d'une certaine valeur qui s'appelle la période. Quelle peut être la période de l'onde de matière ?

Nous avons déjà vu que la constante de Planck possédait les dimensions d'une action ; il s'agit d'une énergie multipliée par un temps. Planck l'avait nommée *quantum d'action* car elle semble indiquer qu'il existe une valeur minimale à l'action : la plus petite quantité d'action non nulle que l'on peut trouver dans la nature serait égale à la constante de Planck. Cette remarque n'est pas sans conséquence : dès lors, les seules surfaces d'iso-action possibles sont celles pour lesquelles l'action a augmenté d'une valeur égale à un multiple entier du quantum d'action, à savoir de la valeur  $nh$ , où  $n$  est un nombre entier. A la limite, les surfaces d'iso-action les plus proches correspondent donc à une variation de l'action égale à  $h$  (cas où  $n = 1$ ), c'est-à-dire à l'accroissement de l'action égale à 1 quantum d'action  $h$ .

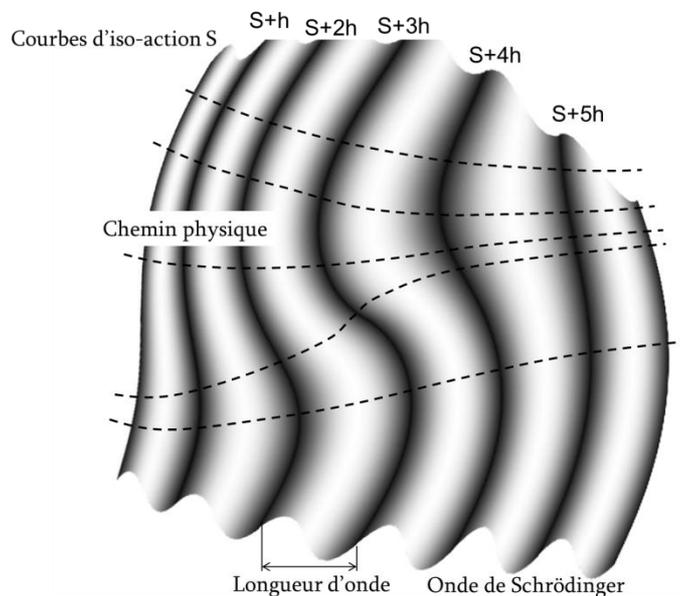
Nous avons vu à la section précédente que la relation fondamentale de la mécanique ondulatoire ( $\lambda = \frac{h}{p}$ ) trouvait une interprétation très simple : après chaque oscillation de l'onde pilote, l'action a augmenté de la valeur  $h$ . On peut donc en conclure qu'entre deux surfaces d'iso-action distantes de  $h$ , la grandeur  $\psi$  aura oscillé une fois pour

retrouver sa valeur initiale. C'est la condition que pose Schrödinger dans son article de 1926. Cela lui permet d'écrire immédiatement :

$$\psi(r, t) = Ae^{i\frac{S(r,t)}{\hbar}}$$

où  $S(r, t)$  est l'action de l'électron au point  $r$  et à l'instant  $t$ .

Il en déduira l'équation des ondes de matière qui porte son nom : *l'équation de Schrödinger*. Cette équation, héritée de l'équation d'Hamilton-Jacobi, en possède certaines propriétés, notamment elle décrit une onde qui se propage non pas dans l'espace physique mais dans l'espace de configuration.



**Figure 23 : Onde de Schrödinger d'une particule<sup>1</sup>. Le front de l'onde est formé par les surfaces d'iso-action. Les chemins physiques du corpuscule associé à cette onde sont tracés en pointillés (ils sont perpendiculaires au front de l'onde).**

La valeur de la constante de Planck est extrêmement petite ( $6,626 \times 10^{-34}$  J.s). Avec une valeur si petite on peut s'attendre à ce que les surfaces d'iso-action soient extrêmement proches les unes des autres. Pour fixer les idées, prenons par exemple un électron libre (soumis à aucun champ extérieur) qui se déplace à la vitesse de 1 000 m/s. Son action

<sup>1</sup> La représentation de l'onde de Schrödinger associée à un système de deux particules nécessiterait de se placer dans un espace à 6 dimensions (espace de configuration) ce qui est irréalisable sur une feuille de papier.

augmente de la valeur  $\hbar$  environ toutes les  $10^{-19}$  secondes. La distance qu'il parcourt pendant cette durée est de  $10^{-16}$  m, soit approximativement dix fois moins que le rayon d'un noyau atomique ! On le voit, les surfaces d'iso-action sont très rapprochées les unes des autres !

Notre expérience quotidienne nous montre clairement qu'à notre échelle, donc à une échelle immensément grande en comparaison de la distance qui sépare des surfaces d'iso-action consécutives, les phénomènes quantiques ne sont pas perceptibles. Le mouvement des corpuscules est alors régi par l'équation d'Hamilton-Jacobi et non par l'équation de Schrödinger. Par ailleurs, l'équation d'Hamilton-Jacobi est continue dans le sens où elle décrit une onde dont la propagation (progression des surfaces d'iso-action) est continue dans l'espace et dans le temps. Cette vision est totalement incompatible avec un accroissement par sauts successifs d'une valeur de l'action valant  $\hbar$ , donc fondamentalement discontinu. Mais cette incompatibilité ne se manifeste qu'à des échelles proches de la distance qui sépare deux surfaces d'iso-action. Ainsi, on le voit clairement, le critère qui détermine l'échelle à partir de laquelle l'approximation « eikonale » de l'équation de Schrödinger n'est plus valable est intimement lié à la constante de Planck.

Dans le cas d'une seule particule de masse  $m$ , l'équation de Schrödinger s'écrit<sup>1</sup> :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) + \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi(\mathbf{r}, t) - V(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t) = 0$$

Où  $\psi(\mathbf{r}, t)$  est la fonction de l'onde quantique et  $V(\mathbf{r}, t)$ , le potentiel au point  $\mathbf{r}$  à l'instant  $t$ . L'équation de Schrödinger se présente mathématiquement comme une équation de diffusion qui s'apparente beaucoup à celle de Fourier<sup>2</sup> pour la diffusion de la chaleur<sup>3</sup>. Mais qu'est-ce qui diffuse dans le cas de l'équation de Schrödinger ? Cette interrogation pose la question cruciale de l'interprétation physique de la fonction d'onde  $\psi$  introduite par Schrödinger.

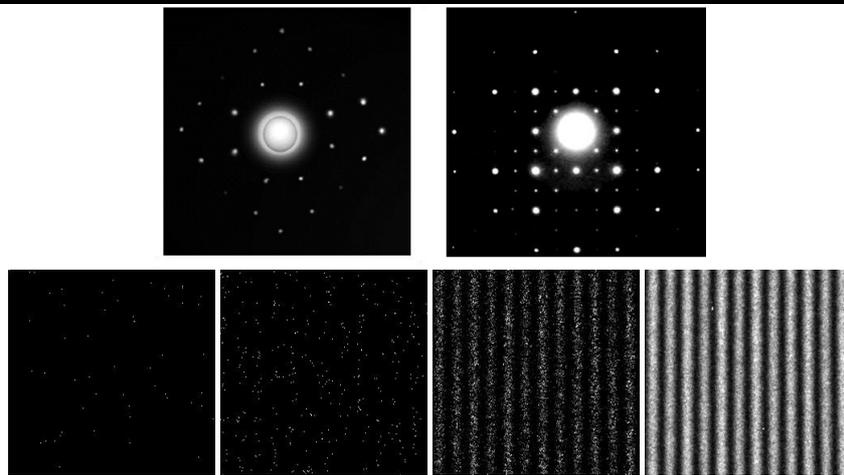
L'hypothèse de de Broglie d'associer une onde aux électrons puis, la découverte par Schrödinger de l'équation à laquelle elle obéit, donnent vite de très bons résultats théoriques mais cela laisse un goût d'inachevé : la prétendue onde des électrons n'a

<sup>1</sup> Dans le cas de deux particules, l'équation de Schrödinger prend une forme plus complexe car elle ne dépend plus de 4 paramètres ( $x, y, z$  et  $t$ ) mais de 7 : les 3 coordonnées de chaque particule, soit 6 coordonnées, et le temps. Cela vient du fait que l'onde de Schrödinger évolue dans l'espace de configuration.

<sup>2</sup> Joseph Fourier, mathématicien et physicien français, 1768-1830.

<sup>3</sup> L'équation de Fourier de la diffusion de la chaleur est la suivante :  $\rho c_p \frac{\partial}{\partial t} T(\mathbf{r}, t) + k \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) T(\mathbf{r}, t) - \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = 0$ , où  $T$  est la température et  $\mathbf{j}$  le flux de chaleur.

encore jamais été observée. Mais cette lacune est vite comblée : en 1927, Clinton Davisson<sup>1</sup> et Lester Germer<sup>2</sup>, deux chercheurs américains, ont l'idée de bombarder une cible de nickel cristallin avec des électrons. Ils observent une figure de diffraction très semblable à celle que l'on obtiendrait avec des rayons X, c'est-à-dire avec des ondes électromagnétiques. Cette expérience consacre l'hypothèse de de Broglie : l'électron possède bien à la fois une nature corpusculaire et ondulatoire ... comme la lumière ! Depuis, on a pu faire interférer des électrons (Tonomura et son équipe en 1989) selon un procédé identique à celui utilisé par Thomas Young avec la lumière, prouvant encore une fois le comportement ondulatoire de la matière.



**Figure 24 : En haut, figures de diffraction d'un cristal obtenues, à droite avec des rayons X, à gauche avec des électrons.**

**En bas, figures d'interférence obtenues avec des électrons en 1989 à l'aide d'un dispositif semblable à celui des fentes d'Young (Akira Tonomura et al.). Images reproduites avec l'aimable autorisation du Central Research Laboratory, Hitachi, Ltd., Japon.**

---

## La mécanique des matrices d'Heisenberg

Ancien élève d'Arnold Sommerfeld – qui s'était rendu célèbre pour avoir amélioré le modèle atomique de Rutherford – et de Niels Bohr, Werner Heisenberg<sup>3</sup> débute tout naturellement ses travaux de recherche dans le domaine de la physique atomique

---

<sup>1</sup> Clinton Davisson, physicien américain, 1881-1958, prix Nobel de physique en 1927.

<sup>2</sup> Lester Germer, physicien américain, 1896-1971.

<sup>3</sup> Werner Heisenberg, physicien, 1901-1976, prix Nobel de physique en 1932.

naissante. Il est encore très jeune. Il n'a que vingt-deux ans lorsqu'il commence ses travaux en 1923. Fortement influencé par Niels Bohr, comme lui il pense qu'essayer de connaître avec précision la position de l'électron autour du noyau n'a pas de sens pour la bonne raison que nous ne disposons d'aucun moyen nous permettant d'entreprendre une telle mesure. Tout ce que l'on peut dire sur l'atome doit être ce que l'on en observe et rien d'autre. Il rejette donc les modèles atomiques de l'atome d'hydrogène qui, selon lui, introduisent à propos du mouvement de l'électron des hypothèses invérifiables et injustifiées. De la même façon, il se détourne de la mécanique ondulatoire qui pêche à ses yeux des mêmes maux : vouloir donner une description du monde quantique qui tente de s'accorder avec une vision classique de la nature. A l'instar de Bohr, il adopte *a contrario* une attitude positiviste qui revendique de ne s'en tenir qu'aux observations, sans émettre la moindre hypothèse sur une réalité sous-jacente inaccessible. Il y a dans sa position une forme de radicalisme, comme une volonté de remettre en question la physique de ses aînés. Heisenberg se pose cette question : les observations nous permettent-elles de savoir où se trouve l'électron dans l'atome d'hydrogène ? La réponse est non ! Elles nous renseignent seulement sur les propriétés des ondes électromagnétiques qu'il rayonne. C'est donc là que doit se trouver le point de départ de nos réflexions.

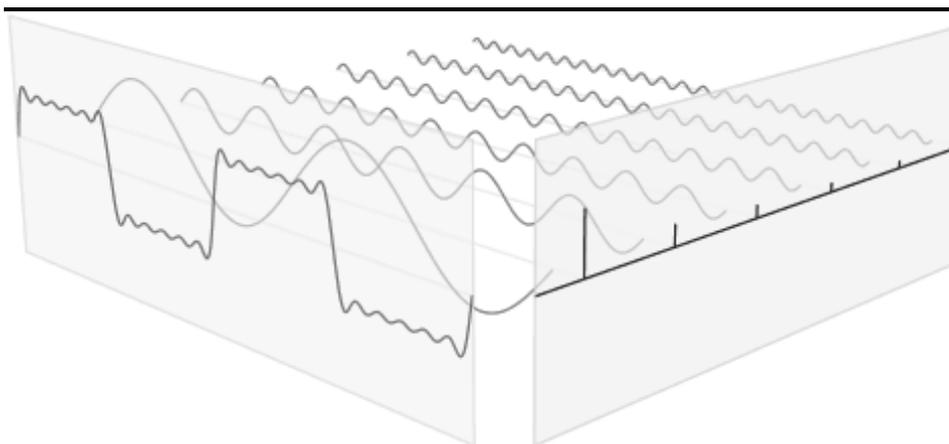
Alors que l'approche semi-classique de de Broglie et de Rutherford tente de retrouver la trajectoire de l'électron dans l'atome d'hydrogène, la démarche d'Heisenberg part des observations pour essayer de construire de nouvelles grandeurs plus appropriées à la description du monde atomique. Quelles sont ces observations ? Des ondes électromagnétiques avec des fréquences précises. Or, si le rayonnement des atomes présente des aspects périodiques (les ondes électromagnétiques sont des phénomènes périodiques comme nous l'avons vu) alors on doit les retrouver dans le mouvement des électrons. Pour bien le comprendre il faut faire un petit détour mathématique par la décomposition d'une fonction en série de Fourier.

En mathématiques, toute fonction (toute courbe) présentant une périodicité peut être appréhendée comme la somme d'un nombre plus ou moins grand de sinusoides avec des poids ou amplitudes différents (voir la figure ci-dessous). Une telle décomposition en sinusoides s'appelle une *série de Fourier*, du nom du mathématicien Joseph Fourier<sup>1</sup> qui en développa la théorie à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle. Chaque terme de la série – c'est-à-dire chaque sinusoides – définit ce que l'on appelle une *harmonique*. En physique, le poids que l'on affecte à chaque harmonique représente la contribution de celle-ci à l'amplitude globale du signal, c'est-à-dire, dans le cas d'un rayonnement électromagnétique, son intensité. L'intensité de chaque fréquence d'un rayonnement

---

<sup>1</sup> Joseph Fourier, mathématicien et physicien français, 1768-1830.

constitue son *spectre*. Ainsi, la décomposition en série de Fourier d'une onde électromagnétique nous donne son spectre.



**Figure 25 : Illustration de la décomposition d'une fonction en une série de Fourier. En ajoutant successivement des sinusoïdes avec des amplitudes différentes (leurs amplitudes sont indiquées sur le panneau de droite) on obtient la courbe tracée sur le panneau de gauche. En poursuivant ce processus à l'infini on obtiendrait au final une courbe en forme de crêteaux. A noter que le panneau de droite dessine en fait le spectre de la courbe crénelée de gauche.**

Selon l'image classique, le mouvement de l'électron de l'atome d'hydrogène se ramène à une orbite fermée plus ou moins compliquée (par exemple, en s'inspirant du mouvement des planètes du système solaire, on pourrait supposer que cette orbite est elliptique avec un grand axe qui tourne à vitesse constante). Son mouvement étant donc périodique, on peut aisément le décomposer en une série de Fourier. Les aspects de l'orbite qui l'éloignent de la forme circulaire (aplatissement, élongation, etc.) se traduisent, dans la série de Fourier, par des termes supplémentaires, ce que l'on appelle les *harmoniques* (voir l'encadré ci-après). Les fréquences de ces harmoniques qui contribuent à la série de Fourier doivent nécessairement se retrouver dans le rayonnement de l'atome. Et c'est là qu'apparaît une difficulté de taille : un atome n'émet qu'une seule fréquence à la fois et non une série de fréquences ! Le modèle semi-classique de Rutherford, de de Broglie et de Sommerfeld n'est donc manifestement pas approprié. Heisenberg en conclut que l'image classique est donc fautive et qu'il faut définitivement abandonner l'espoir de pouvoir décrire avec précision le mouvement de l'électron autour du proton.

### Fréquence propre et harmoniques d'une série de Fourier

Un objet en orbite autour d'un autre, animé par une force centrale comme la gravitation ou l'attraction électrostatique, possède un mouvement périodique si sa trajectoire est fermée. La trajectoire la plus simple qu'il peut adopter est bien sûr un cercle. Un électron qui se déplace selon une trajectoire circulaire émet une onde électromagnétique monochromatique, c'est-à-dire ne contenant qu'une seule fréquence. Cette fréquence n'est rien d'autre que celle du mouvement de l'électron : il revient à son point de départ  $N$  fois par seconde ; sa fréquence et celle du rayonnement qu'il émet sont donc égales à  $N$  Hz.

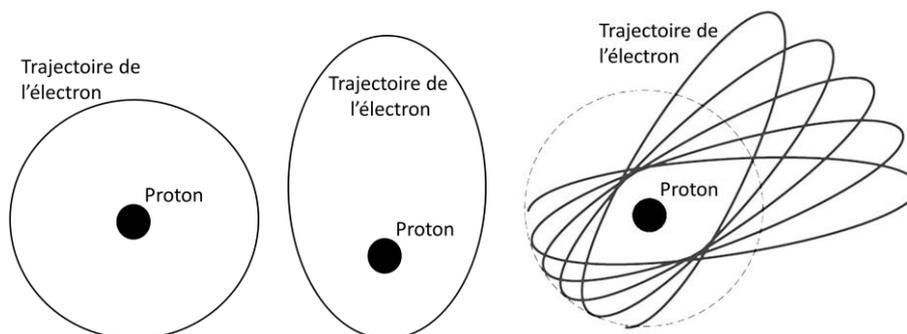


Figure 26 : Exemples de trajectoire de plus en plus complexes, allant du cercle à une ellipse dont le grand axe tourne.

Cependant, les trajectoires dans un potentiel central sont rarement des cercles. Ce sont plus souvent des ellipses, voire des ellipses dont le grand axe tourne à une vitesse constante (cas de la trajectoire de la planète Mercure, par exemple). On peut imaginer des trajectoires encore plus tarabiscotées ; dans tous les cas, elles conservent leur caractère périodique, c'est-à-dire qu'elles se répètent avec une certaine fréquence qui correspond au nombre de fois que l'électron revient à son point de départ. On retrouve donc toujours dans le rayonnement émis une onde ayant cette fréquence que l'on appelle la fréquence propre. On montre que les écarts de la trajectoire avec une trajectoire circulaire parfaite nécessitent d'ajouter des termes dont les fréquences sont des multiples entiers de la fréquence principale. Ils peuvent être interprétés comme des « perturbations » qui viennent modifier la trajectoire circulaire parfaite. Toutes ces fréquences doivent se retrouver dans le rayonnement électromagnétique de l'électron. Donc, selon la physique classique, un atome d'hydrogène devrait émettre pour chaque couche, un rayonnement à une fréquence (la fréquence propre) accompagné d'harmoniques dont les fréquences sont des multiples entiers de la fréquence propre mais avec des amplitudes différentes.

Pour une couche de niveau  $n$ , la fréquence propre est  $\nu_n$  et celles des harmoniques successives  $\alpha\nu_n$ , où  $\alpha$  est un nombre entier.

Tout ce que l'on peut dire sur l'atome est ce que l'on peut mesurer. Or, ces mesures se résument à un ensemble de fréquences du rayonnement électromagnétique émis par l'atome. Heisenberg a alors l'idée de ranger ces fréquences dans un tableau, sans chercher à comprendre les mécanismes physiques sous-jacents qui en sont la cause. Les lignes du tableau repèrent les niveaux d'énergie de départ et les colonnes les niveaux d'énergie d'arrivée.

Niveaux d'énergie d'arrivée

	E <sub>0</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	...	
Niveaux d'énergie de départ	E <sub>0</sub>	--	$\nu_{01}$	$\nu_{02}$	$\nu_{03}$	
	E <sub>1</sub>	$\nu_{10}$	--	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	
	E <sub>2</sub>	$\nu_{20}$	$\nu_{21}$	--	$\nu_{23}$	
	E <sub>3</sub>	$\nu_{30}$	$\nu_{31}$	$\nu_{32}$	--	
	...					

Il réalise alors un pas conceptuel important : plutôt que de donner à chaque valeur dans ce tableau, prise de façon unitaire, un sens physique propre, en l'occurrence l'énergie mise en jeu lors d'une transition d'une couche vers une autre, il considère l'ensemble du tableau comme la nouvelle grandeur représentant l'énergie. Il transpose ensuite cette représentation à d'autres grandeurs physiques comme la position et la quantité de mouvement de l'électron, comme suit :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_{00} & X_{01} & X_{02} & \dots \\ X_{10} & X_{11} & X_{12} & \dots \\ X_{20} & X_{21} & X_{22} & \dots \\ X_{30} & X_{31} & X_{32} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_x = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & \dots \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & \dots \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & \dots \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{pmatrix}$$

Les objets mathématiques  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{P}_x$  ne peuvent pas être ramenées à des grandeurs physiques classiques.  $\mathbf{X}$  par exemple ne ressemble en rien à une position. Mais Heisenberg a l'idée de composer entre eux ces nouveaux objets comme s'ils étaient des grandeurs classiques. Il construit de cette façon une nouvelle mécanique où les grandeurs classiques de position, de vitesse, de quantité de mouvement, etc. sont remplacées par des tableaux. Heisenberg ne le sait pas mais il vient d'écrire des matrices (voir l'encadré ci-après). Le calcul matriciel est inventé en mathématiques dans le courant du XIX<sup>e</sup> siècle mais reste encore très largement inconnu des physiciens en ce

début du XX<sup>e</sup> siècle. Heisenberg met en application son idée sur des systèmes simples et c'est un succès. On appellera sa nouvelle mécanique la *mécanique des matrices*.

La mécanique des matrices est assez déroutante au premier abord. Les grandeurs qu'elle manipule n'ont pas de réalité physique au sens où, par exemple, en physique classique une position correspond à un point dans l'espace. Ces nouvelles formes de la position et de la quantité de mouvement ne sont pas comparables à leur équivalent classique. Ce sont des grandeurs ou objets mathématiques purement abstraits. Heisenberg suppose que l'on doit pouvoir faire des calculs avec ces nouvelles grandeurs et obtenir au bout du compte le tableau représentant l'énergie de l'atome. Les éléments  $X_{00}, X_{01}, X_{02}, \dots$  de la matrice  $X$ , de même que les éléments  $P_{00}, P_{01}, P_{02}, \dots$  de la matrice  $P_x$  ne peuvent être rattachés à aucune réalité physique. Une telle démarche peut surprendre ... et elle surprit beaucoup à l'époque. L'abandon délibéré de toute référence à une réalité physique sous-jacente heurta bon nombre de physiciens, dont les plus célèbres d'entre eux tels que Einstein, Planck, Schrödinger et beaucoup d'autres.

**Les matrices en mathématiques**

*Qu'est-ce qu'une matrice en mathématiques ? Formellement, ce n'est rien d'autre qu'un tableau de nombres. Ce qui confère aux matrices leurs propriétés c'est ce qu'elles représentent. Une matrice est une manière condensée de représenter l'action d'une transformation.*

*Prenons un exemple très concret. Supposons que nous ayons une machine qui transforme la couleur des objets selon le schéma suivant (nous supposons que les objets n'existent que sous quatre couleurs différentes) :*

Rouge → bleu

Vert → jaune

Bleu → vert

Jaune → rouge

*Nous pouvons représenter symboliquement cette transformation par un tableau comme suit.*

		Couleurs de sortie			
		R	B	V	J
Couleurs d'entrée	R	0	1	0	0
	B	0	0	1	0
	V	0	0	0	1
	J	1	0	0	0

*Dans ce tableau, chaque case fournit l'action sur la couleur en entrée. Par exemple, la ligne B (Bleu) nous indique que la couleur qui résulte de la transformation n'est pas du rouge (la case au croisement de la colonne Rouge est nulle), pas du bleu non plus mais du vert (la*

*case vaut 1 au croisement de la colonne Vert).*

*Un tel tableau est la matrice de la transformation de couleur que nous avons définie plus haut. On la note en mathématiques d'une manière simplifiée comme suit :*

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cette notation n'est pas ambiguë à condition d'avoir précisé préalablement l'ordre dans lequel doivent se trouver les couleurs dans les lignes et les colonnes. Nous appellerons cette transformation  $T_1$ .

Maintenant considérons la transformation de couleurs suivante, que nous nommerons  $T_2$  différente de la précédente :

Rouge  $\rightarrow$  vert

Vert  $\rightarrow$  bleu

Bleu  $\rightarrow$  jaune

Jaune  $\rightarrow$  rouge

La matrice de cette transformation  $T_2$  est :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Appliquons d'abord la première transformation puis la seconde, soit la transformation

$T_1 \times T_2$ . Cette transformation a pour matrice :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pour le vérifier, prenons comme couleur de départ le rouge. On a : rouge  $\xrightarrow{T_1}$  bleu  $\xrightarrow{T_2}$  jaune. C'est bien ce que nous indique la matrice résultante (croisement de la ligne rouge avec la colonne jaune = 1).

Si nous appliquons les transformations de couleur dans le sens inverse, c'est-à-dire la

transformation notée  $T_2 \times T_1$  la transformation résultante a pour matrice :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On voit immédiatement que les transformations  $T_2 \times T_1$  et  $T_1 \times T_2$  ont des matrices différentes. Cela signifie que le résultat obtenu dépend de l'ordre dans lequel on applique les transformations. On dit que de telles transformations ne sont pas **commutatives**. D'une manière générale, le produit de matrices n'est pas commutatif, c'est-à-dire qu'il dépend de l'ordre dans lequel on effectue l'opération.

De la discussion de l'encadré sur les matrices en mathématiques, l'on déduit immédiatement que le résultat du produit des matrices  $X$  et  $P_x$  dépend en général de l'ordre dans lequel il est effectué. D'une manière générale,  $X \times P_x$  est différent de  $P_x \times X$ . La non-commutativité du produit des matrices, loin d'être un simple résultat mathématique, a des conséquences physiques d'une importance fondamentale que nous analyserons dans la section suivante.

Bien que la manipulation en soit complexe, la théorie d'Heisenberg donne d'excellents résultats. Mais une question ne peut manquer de se poser : quelle interprétation physique peut-on donner aux matrices d'Heisenberg, des objets mathématiques si abstraits ? Heisenberg se refuse de fournir une quelconque image qui pourrait nous éclairer, nous aider à en comprendre la signification. Il s'en tient aux mathématiques. Rien ne pouvant, selon lui, soutenir physiquement l'existence de l'onde pilote de de Broglie, il propose à la place une attitude qui s'aligne sur la pure tradition positiviste : ne s'en tenir qu'aux faits, aux phénomènes, sans faire la moindre hypothèse sur ce que pourrait être la réalité du monde quantique. Ses matrices ne décrivent aucune réalité physique mais elles permettent d'effectuer des calculs qui donnent des résultats exacts. Cela lui suffit. En d'autres termes, Heisenberg rejette toute modélisation du monde physique à l'échelle quantique et s'en tient à l'utilisation d'un formalisme mathématique abstrait qui fonctionne bien.

Dans l'encadré sur les matrices il est indiqué qu'en mathématiques, les matrices sont utilisées pour représenter de façon synthétique une transformation. En appliquant la matrice à un objet, on obtient son transformé par la transformation dont la matrice est la représentation. Mais alors, à quelles transformations les matrices « position »  $X$  et « quantité de mouvement selon l'axe Ox »  $P_x$  se rapportent-elles ? ou, dit autrement, en quoi, la position et la quantité de mouvement sont-elles des transformations ? et tout d'abord, des transformations de quoi ? Il faudra attendre une année supplémentaire (juin 1926) pour que Max Born donne une interprétation physique des matrices d'Heisenberg.

Chronologiquement, la mécanique des matrices est antérieure de six mois à la formulation par Schrödinger de l'équation des ondes de de Broglie<sup>1</sup>. Le radicalisme des idées d'Heisenberg stimula Schrödinger dans la recherche de l'équation des ondes de de Broglie. Sans que l'on puisse dire que la découverte de l'équation de Schrödinger soit une réaction « réaliste » à l'abstraction extrême de la mécanique des matrices, elle fut accueillie avec soulagement par la majorité de la communauté scientifique qui acceptait mal les matrices par trop abstraites d'Heisenberg<sup>2</sup>.

Aujourd'hui, les étudiants abordent la physique quantique par le biais du formalisme de Schrödinger. Pourtant, au final, la mécanique quantique dans sa formulation

---

<sup>1</sup> L'article de Werner Heisenberg sur la mécanique des matrices date du 29 juillet 1925 et celui d'Erwin Schrödinger sur l'équation des ondes de de Broglie du 27 janvier 1926.

<sup>2</sup> Dans une lettre à son ami Ehrenfest datée du 12 avril 1926, Einstein parlait du « truc de Born et Heisenberg » en faisant allusion à la mécanique des matrices, ce qui démontre clairement le peu d'enthousiasme dont il faisait preuve à l'endroit de cette théorie.

mathématique moderne est beaucoup plus proche de la mécanique des matrices d'Heisenberg.

## L'abandon du déterminisme

Dans son article de juillet 1925, Heisenberg découvre que la valeur du produit des matrices de position et de quantité de mouvement dépend de l'ordre dans lequel il est effectué. Cette découverte lui donne l'intuition que la mesure de la position d'une particule quantique et de sa quantité de mouvement dépend de l'ordre dans lequel on réalise ces mesures. A l'échelle quantique, toute mesure perturbe fortement le système. Ainsi, la position mesurée avant la mesure de la quantité de mouvement est différente de celle mesurée après la mesure de la quantité de mouvement. En physique classique, l'ordre dans lequel les grandeurs physiques sont mesurées importe peu.

Avec Max Born, Heisenberg approfondit cette question. Ils découvrent alors que la non-commutativité du produit des matrices de position et de quantité de mouvement a une conséquence physique d'une portée fondamentale : elle traduit le fait qu'il est impossible de mesurer au même moment ces deux grandeurs à la fois. Si l'on connaît l'une avec une grande précision, l'on ne peut connaître l'autre et réciproquement. Regardons d'un peu plus près l'origine de cet étonnant paradoxe.

Considérons deux grandeurs A et B qui commutent. Nous supposons que le système sur lequel sont mesurées A et B n'interagit pas avec l'extérieur entre deux mesures. Dire que A et B commutent signifie que, quel que soit l'ordre dans lequel on mesure ces deux grandeurs, nous obtenons toujours le même résultat pour les deux grandeurs ( $AB = BA$ ). On peut donc en conclure que la mesure de la grandeur A n'affecte pas la grandeur B et vice-versa<sup>1</sup>. Dans ces conditions, il est possible de les mesurer en même temps.

Envisageons à présent deux grandeurs A et B qui ne commutent pas. L'ordre de la mesure de A et de B impacte alors le résultat des mesures. Si, en mesurant A en premier le résultat est différent de celui que l'on obtient en mesurant A en second, on peut légitimement en déduire que cela tient au fait que la mesure de B a affecté celle de A, et inversement. Pour cette raison, il est impossible de mesurer les deux grandeurs en même temps puisque leur mesure respective affecte la valeur de l'autre.

---

<sup>1</sup> On pourrait supposer que la mesure de A affecte la grandeur B mais dans ce cas, pour que  $AB = BA$  il faut admettre que si l'on mesure B en premier, soit il prend la même valeur que précédemment auquel cas cela signifie que A n'a pas affecté B, soit que l'impact de la mesure de B sur A est identique à celui de A sur B, ce qui n'est en général pas possible pour des grandeurs A et B quelconques.

On a ainsi la correspondance suivante :

- Grandeurs commutatives  $\Leftrightarrow$  grandeurs qui peuvent être mesurées simultanément
- Grandeurs non-commutatives  $\Leftrightarrow$  grandeurs qui ne peuvent pas être mesurées simultanément

L'impossibilité de pouvoir mesurer simultanément deux grandeurs physiques comme la position d'une particule et sa quantité de mouvement a des conséquences inattendues sur la réalité physique : il n'est alors plus possible de déterminer avec précision l'état de la particule car on ne peut connaître à la fois sa position ET sa quantité de mouvement (sa vitesse, si sa masse est constante). Ce résultat a été baptisé *principe d'incertitude* ou encore *principe d'indétermination* de Heisenberg. Sans la connaissance de l'état d'un système, il devient impossible d'en prédire l'évolution. La physique devient dès lors *indéterministe* !

A partir de la mécanique des matrices, Heisenberg parvient à donner une formulation mathématique du principe d'incertitude. Il s'écrit comme suit :

[incertitude sur la mesure de la position]  $\times$  [incertitude sur la mesure de la quantité de mouvement]  $\geq \frac{h}{2\pi}$

Ce que l'on note algébriquement par :  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi}$ .

Ainsi, on en déduit que  $\Delta x \geq \frac{h}{2\pi\Delta p_x}$ . Donc, si l'on connaît parfaitement la quantité de mouvement d'une particule ( $\Delta p_x = 0$ ) alors l'incertitude sur la position devient infinie. Inversement, si l'on n'a aucune information sur la quantité de mouvement ( $\Delta p_x = \infty$ ) alors l'incertitude sur la position est nulle, ce qui revient à dire que l'on sait exactement où elle se trouve.

Il est difficile de s'imaginer comment une telle situation peut être possible car il n'existe rien d'équivalent en physique classique. Cette dernière part en effet du postulat qu'il est toujours possible de connaître entièrement l'état d'un système.

Heisenberg obtient une autre relation d'incertitude peut-être encore plus troublante que celle que nous venons de voir. Elle s'énonce comme suit :

[durée d'une mesure de l'énergie]  $\times$  [incertitude sur la mesure de l'énergie]  $\geq \frac{h}{2\pi}$ ,

ce qui s'écrit par l'algèbre :  $\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{h}{2\pi}$ .

Ainsi, si l'on mesure l'énergie sur une très courte durée, la valeur que l'on obtient peut alors varier dans de très grandes proportions. Cette relation peut trouver une autre interprétation tout aussi, voire encore plus, surprenante : un système physique peut emprunter de l'énergie au-delà de ce que permet le principe de conservation de l'énergie mais cette énergie doit être restituée. La durée de cet emprunt doit être d'autant plus courte que la quantité d'énergie empruntée est grande. En quelque sorte, la nature semble tolérer une violation du principe de conservation de l'énergie à condition que ce ne soit pas « trop » visible (que cela ne dure pas trop longtemps) !

Bien que tout cela paraisse bien étrange, on peut trouver, sinon une explication, tout du moins une façon d'appréhender ce qui se passe. La grandeur  $\Delta t \cdot \Delta E$  dans la relation d'Heisenberg possède les dimensions d'une action (énergie  $\times$  temps). Nous avons vu dans les sections précédentes que l'onde de Schrödinger pouvait être représentée comme l'onde de progression de l'action (onde solution de l'équation d'Hamilton-Jacobi). A chaque cycle (c'est-à-dire à chaque oscillation complète), l'action augmente de la valeur  $h$ , la valeur de la constante de Planck. Pendant la durée de ce cycle, l'énergie peut varier dans des proportions qui violent le principe de conservation de l'énergie, mais la nature semble nous dire que ce qui importe c'est qu'à la fin du cycle, la conservation de l'énergie soit préservée. Or, plus l'énergie d'un système est élevée et plus les cycles sont courts puisque à la fin du cycle,  $\Delta t \cdot \Delta E$  doit être égal à  $h$ . On voit donc que plus les cycles sont courts, plus l'énergie empruntée peut être élevée du moment qu'à la fin de ceux-ci, le principe de conservation de l'énergie est respecté.

Nous verrons plus loin dans cet ouvrage des phénomènes qui résultent de cette étrange propriété des objets quantiques.

## Une onde de probabilité

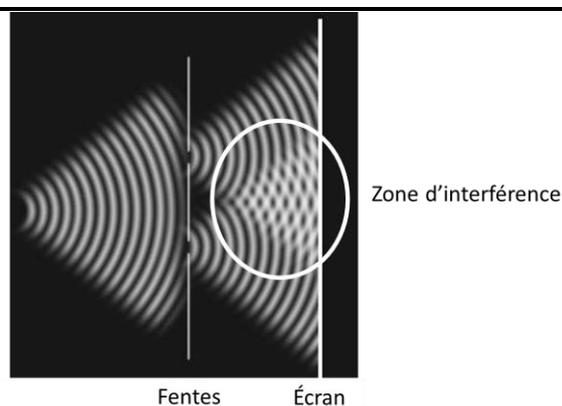
La nature ondulatoire de la lumière a été définitivement démontrée au XIX<sup>e</sup> siècle par Fresnel<sup>1</sup>. Auparavant, deux grandes théories s'opposaient pour rendre compte des propriétés de la lumière : celle de Newton qui lui attribuait une nature corpusculaire et celle de Huygens<sup>2</sup> qui y voyait la manifestation d'une onde. Ce qui consacra finalement la vision ondulatoire fut la mise en évidence de phénomènes de diffraction et d'interférences qui ne peuvent s'expliquer avec des particules (voir le complément à la fin de l'ouvrage sur les interférences en page **Erreur ! Signet non défini.**).

---

<sup>1</sup> Augustin Fresnel, physicien français, 1788-1827.

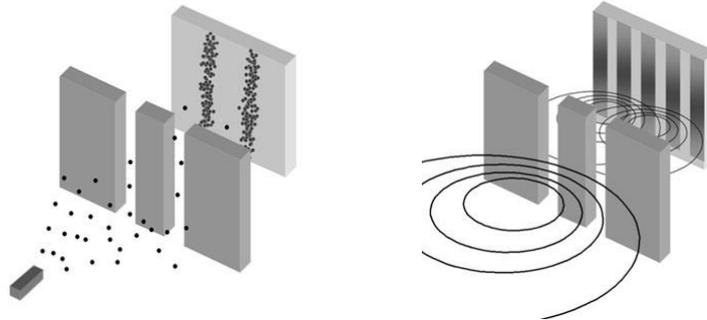
<sup>2</sup> Christian Huygens, mathématicien, physicien et astronome néerlandais, 1629-1695

La première expérience d'interférences lumineuses que l'histoire a retenue est celle réalisée par Thomas Young en 1801, expérience devenue célèbre sous le nom d'expérience des fentes d'Young. Pour observer les interférences, Young a d'abord isolé un faisceau monochromatique, c'est-à-dire un faisceau ne contenant qu'une seule couleur (donc une seule fréquence puisque la couleur est directement liée à la fréquence de la lumière). Pour ce faire, il a utilisé un prisme qui, comme chacun le sait, décompose la lumière selon son spectre de couleurs ou de fréquences. Une fois la fréquence sélectionnée, il a projeté le faisceau sur un écran percé de deux fentes étroites et parallèles. Derrière ce premier écran, il a placé un second écran sur lequel il a pu observer les figures d'interférence (voir le schéma ci-dessous).



**Figure 27 : Expérience des fentes d'Young.**

Le phénomène observé par Thomas Young ne peut être expliqué par des faisceaux de particules. Si l'on réalise la même expérience en remplaçant la lumière par un jet de corpuscules (des billes métalliques propulsées par un canon par exemple) les impacts sur le second écran se regroupent en deux bandes bien distinctes. Cela tient au fait que chaque bille est un objet compact, qui passe par l'une ou l'autre des deux fentes sans se mélanger avec les autres billes. Ce n'est pas le cas d'une onde. Une onde est un « objet » qui se déploie dans l'espace ... et dans le temps.

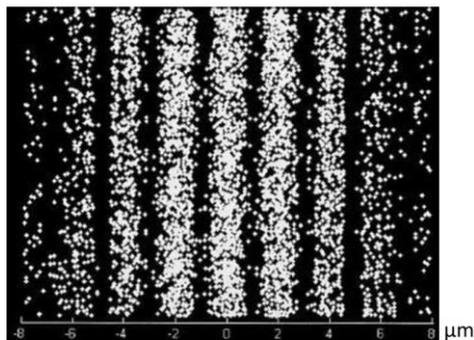


**Figure 28 : Expérience des fentes d'Young, à gauche avec des billes d'acier, à droite avec des ondes. Les billes se regroupent sur l'écran dans l'une des deux franges, selon qu'elles sont passées par la fente de droite ou de gauche. Les ondes interfèrent à la sortie des fentes et donnent lieu sur l'écran à de multiples franges alternativement sombres et brillantes.**

---

Penchons-nous sur la figure d'interférence. Nous y découvrons des franges parallèles alternativement brillantes et noires séparées par un dégradé continu de gris. Cet aspect « continu » s'accorde parfaitement avec le concept d'onde qui est une perturbation continue. Mais regardons-y de plus près. Avec un microscope, analysons la structure des franges. Et là, ô surprise, nous nous apercevons que les dégradés de gris sont déterminés par la densité de points blancs sur la photographie. Les points brillants ont en revanche tous la même intensité. Nous retrouvons là nos bons vieux photons ! Donc, ce sont bien des photons qui passent par les fentes ... et non des ondes ! Pourtant leur répartition est celle d'une onde qui interfère avec elle-même. Comment expliquer ce paradoxe ?

---



**Figure 29 : Figure d'interférence obtenue avec 5000 photons. Chaque photon a la même énergie. La densité des impacts sur l'écran détermine l'intensité de la frange (d'après A. Gondran, ENST, 2001).**

---

Nous sommes tentés d'imaginer le photon porté par une onde. L'onde interfère mais le photon est quant à lui entier et indivisible. On retrouve là l'idée de l'onde pilote introduite par Louis de Broglie. Mais cette idée se heurte à un problème de taille : alors que l'onde emplit tout l'espace, qu'est-ce qui explique que le photon se trouve à un endroit et pas à un autre ? Ne devrait-il pas lui aussi occuper tout l'espace ? La théorie de de Broglie est incomplète : il manque un ingrédient qui permettrait de situer précisément le photon sur l'onde pilote. Si une telle théorie existait, quel serait dans ce cas, le rôle joué par l'onde pilote ? Quelle est sa signification physique ?

En 1926, Max Born propose une solution élégante à cette difficulté. Ayant travaillé avec Heisenberg sur les relations d'incertitude, il est convaincu comme son collègue de la nécessité d'abandonner le déterminisme lorsque l'on aborde le monde quantique. Il interprète alors la densité de photons en termes de probabilités :

- là où les franges sont brillantes, donc là où la densité de photons est élevée, la probabilité de trouver un photon est très proche de 1,
- dans les franges noires, la densité de photons est nulle et la probabilité d'en trouver également,
- dans les zones grises, plus celles-ci sont sombres, plus la densité de photons est faible et donc la probabilité d'en trouver. Inversement, plus la frange est brillante, plus la probabilité de trouver un photon est élevée.

Or, si la densité de photons détermine l'intensité lumineuse d'une frange, celle-ci est également donnée par l'amplitude de l'onde lumineuse, par définition<sup>1</sup>. On voit donc qu'il existe un lien étroit entre la densité de photons et l'amplitude de l'onde. Suivons le raisonnement de Born :

1. la densité de photons est donnée par leur probabilité de présence.
2. Or, elle est également proportionnelle à l'amplitude de l'onde électromagnétique.
3. Donc l'amplitude peut être directement assimilée à la probabilité de présence des photons.
4. Ce qui revient à dire que l'onde des photons est une onde de probabilité !

L'onde des quanta ne serait pas une onde physique mais une onde de probabilité. C'est une révolution en physique. L'image finalement classique d'une onde pilote qui « porterait » les objets quantiques comme les vagues portent les bateaux, n'a plus de raison d'être. L'onde de Schrödinger devient un objet purement mathématique, abstrait, qui permet seulement de calculer des probabilités. Des voix, et pas des

---

<sup>1</sup> L'intensité d'une onde lumineuse est proportionnelle au carré de son amplitude.

moindres, s'élèvent contre cette interprétation : Einstein et Schrödinger s'y opposent, la jugeant non réaliste dans le sens où elle ne donne une description de la réalité physique. Dans le clan adverse, une figure déjà connue se distingue par l'énergie qu'elle déploie pour défendre la proposition de Born : le danois Niels Bohr. Pour cette raison, cette interprétation qu'il soutient sera appelée *l'interprétation de l'école de Copenhague*. Albert Einstein n'acceptera jamais vraiment cette interprétation de la physique quantique et cherchera par tous les moyens à la mettre à défaut. Nous verrons plus loin qu'il ne manquera pas d'imagination pour cela.

Comment trouver la probabilité de présence d'une particule en un point connaissant sa fonction d'onde ? Pour cela, reprenons le raisonnement qui nous a conduits à identifier l'onde des quanta à une onde de probabilité. Nous sommes partis du constat que plus les raies brillantes étaient intenses et plus, logiquement, la probabilité d'y trouver un photon était élevée. Or, la théorie de l'électromagnétisme nous apprend que l'intensité d'une onde lumineuse est égale au carré de son amplitude. C'est en fait un résultat général qui s'applique à tous les types d'onde. On en conclut donc que la probabilité que nous cherchons est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'onde de probabilité des quanta, ce que l'on note  $|\psi|^2$ .

Cette notation possède une signification mathématique très précise qui découle du formalisme de la mécanique quantique, emprunté à celui de l'algèbre linéaire. Mais nous n'entrerons pas dans ces considérations qui n'ont pas leur place dans cet ouvrage. Nous nous en tiendrons à cette notation bien pratique pour faire référence à la probabilité.

L'interprétation de l'école de Copenhague est celle que l'on enseigne aujourd'hui dans les universités. Elle n'est pas sans poser quelques difficultés conceptuelles dont la plus sérieuse est liée à la mesure en physique quantique. Revenons pour cela à l'expérience des fentes d'Young. Les franges que l'on observe sur l'écran résultent de l'interférence de la fonction d'onde de chaque photon avec elle-même à la sortie des deux fentes. Si, à l'aide d'un dispositif approprié, on parvient à détecter par quelle fente passe chaque photon pris individuellement, alors on ne peut plus considérer que la fonction d'onde traverse les deux fentes à la fois mais une seule, celle où l'on a détecté le photon. Dès lors, les interférences et les franges d'interférence disparaissent de l'écran. Et c'est effectivement ce que l'on observe lorsqu'on réalise une telle expérience. La question qui se pose est alors la suivante : comment la détection du photon à l'entrée d'une fente a pu modifier la fonction d'onde au point qu'elle ne traverse plus qu'une seule des deux fentes ? Rien dans la fonction d'onde elle-même ne permet de prédire un tel comportement. La fonction d'onde a radicalement changé de forme et pourtant rien ne permet de le prédire. La transformation de la fonction qui s'opère ici porte le nom de

*réduction de la fonction d'onde.* Le phénomène de réduction de la fonction d'onde ne peut être décrit par la fonction d'onde elle-même ; il échappe en quelque sorte à la mécanique quantique ! Cette lacune est une immense épine dans le pied des physiciens car la réduction de la fonction d'onde intervient en fait dans tous les phénomènes quantiques. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce problème dans le cours de l'ouvrage.

Historiquement, la mécanique quantique est née avec la mécanique des matrices de Heisenberg, en 1925. Cependant, la formalisation rigoureuse des idées d'Heisenberg en langage mathématique va prendre quelque temps. Mais on peut dire que dès 1930, le cadre mathématique de la nouvelle théorie est fixé. L'élaboration de la mécanique quantique a donc été très rapide mais elle n'est pas l'œuvre d'un seul homme, comme ce fut le cas pour la relativité générale. Plusieurs théoriciens de renom y ont contribué : Werner Heisenberg, bien évidemment, mais aussi Max Born, Pascual Jordan<sup>1</sup>, Paul Dirac<sup>2</sup>, Wolfgang Pauli<sup>3</sup>, Eugene Wigner<sup>4</sup>, John von Neumann<sup>5</sup> pour ne citer que les plus connus. L'aventure de la mécanique quantique se poursuit toujours de nos jours. Sa forme la plus aboutie se trouve aujourd'hui dans le modèle standard de la physique des particules et la théorie quantique des champs.

Nous allons maintenant laisser de côté le cheminement historique pour entrer dans le vif du sujet.

***Comment Max Born en est arrivé à une interprétation probabiliste de la fonction d'onde***

*Historiquement, Max Born a abouti à l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde par une autre voie que l'analyse des figures d'interférence. Cependant, dans la plupart des manuels de mécanique quantique, l'approche habituellement adoptée est celle des interférences pour des raisons pédagogiques. Nous nous proposons ici de suivre le raisonnement original de Born dans son article du 25 juin 1926<sup>6</sup>.*

*Max Born a tenté de décrire par la mécanique quantique la collision d'un électron et d'un atome. Avant la collision, alors qu'il est encore très éloigné de l'atome, l'électron est décrit par une onde plane monochromatique. Cela se comprend bien car il n'est alors soumis à aucun potentiel (l'atome est supposé être suffisamment éloigné pour que son champ électromagnétique ne soit pas ressenti*

<sup>1</sup> Pascual Jordan, physicien allemand, 1902-1980.

<sup>2</sup> Paul Adrien Maurice Dirac, physicien britannique, 1902-1984, prix Nobel de physique en 1933.

<sup>3</sup> Wolfgang Pauli, physicien allemand, 1900-1958, prix Nobel de physique en 1945.

<sup>4</sup> Eugene Wigner, physicien américain d'origine hongroise, 1902-1995.

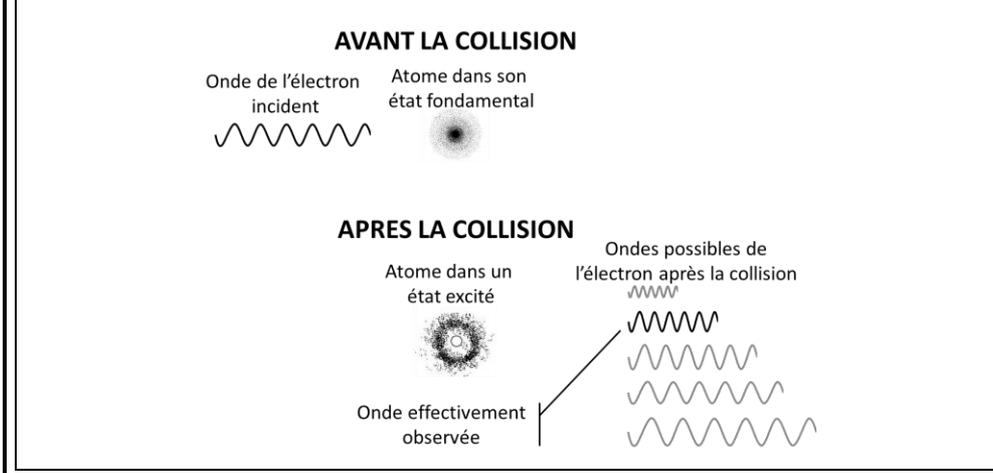
<sup>5</sup> John von Neumann, physicien et mathématicien américano-hongrois, 1903-1957.

<sup>6</sup> A noter que cet article est antérieur à la découverte des relations d'incertitude par Heisenberg.

par l'électron) et son énergie est constante puisque son mouvement est uniforme. De son côté, l'atome se trouve dans un état dont la traduction mathématique est plus complexe qu'une onde plane. Lors de la collision, l'électron cède de l'énergie à l'atome. Ce dernier change donc d'état pour passer à un état excité qui dépend de la quantité d'énergie cédée par l'électron, quantité que l'on ignore a priori. Longtemps après la collision, l'électron est de nouveau libéré du champ électromagnétique de l'atome. Son onde est donc logiquement encore une fois une onde plane monochromatique. Quant à l'atome, il est dans un état excité indéterminé.

Born a calculé ce que devient l'onde de l'électron après la collision. Il a obtenu un résultat en totale contradiction avec ce à quoi notre raisonnement précédent nous a conduits. Selon ses calculs, l'onde de l'électron est une composition, ou superposition devrions-nous dire, d'ondes planes pondérées par des termes qui proviennent des états de l'atome. Tout se passe comme si les deux fonctions d'onde – celle de l'électron et celle de l'atome – se mélangeaient. Ce qui est important de retenir dans ce résultat c'est qu'à ce moment l'onde de l'électron n'est plus une onde plane mais une somme ou superposition d'ondes planes. Pourtant, l'expérience est formelle : prise individuellement après la collision, l'onde de chaque électron est bien une onde plane ! Mais si l'on reproduit l'expérience plusieurs fois, on remarque que d'un électron à un autre l'onde plane est différente. En répétant l'expérience un grand nombre de fois, on retrouve en fait toutes les ondes planes qui sont mélangées dans le calcul de Born.

C'est là qu'intervient le génie de Max Born. Il a vu dans chacune des ondes qui se mélangeaient après la collision selon ses calculs des configurations possibles des électrons. Mais au final, chacun des électrons n'est décrit que par une onde plane et une seule. Il interpréta alors le poids de chacune des ondes planes mélangées comme la probabilité pour que l'onde plane de l'électron après la collision soit l'une de celles-ci<sup>1</sup>. C'est ainsi qu'est née l'interprétation probabiliste de mécanique quantique.



<sup>1</sup> En fait, le poids ou le coefficient de cette onde plane n'est pas encore la probabilité de trouver l'électron dans cet état mais une amplitude de probabilité. La probabilité est donnée par le carré de cette amplitude de probabilité.

