

COSMOLOGIE page 1

Non siamo fatti per vivere come bruti, ma per seguire la virtù e la cognoscienza (Dante, l'Inferno).

(Nous ne sommes pas faits pour vivre comme des imbéciles, mais pour suivre les chemins de la vertu et de la connaissance. Dante : l'Enfer).

Introduction.

Nous nous proposons de présenter des idées nouvelles en cosmologie, astrophysique et physique théorique.

Les idées qui sous-tendent ces travaux sont relativement simples et peuvent s'exprimer de trois manières différentes.

- Dans un langage pour spécialiste.
- De manière schématique.
- De manière vulgarisée.

On peut pratiquer la vulgarisation de différentes façons. Dans la plupart des cas le vulgarisateur n'offre que des images verbales, propres à stimuler l'imagination du lecteur. Mais, au bout du chemin, il n'a pas appris grand chose.

En utilisant à fond l'image, je veux dire la géométrie, qui a fortement partie liée avec la physique et toutes sortes de sciences, on peut se débrouiller pour que le lecteur retire un double profit. L'analogie lui permet de comprendre les grandes lignes d'une démarche. Mais, au passage il s'enrichira de connaissances géométriques bien réelles, en particulier en géométrie 2d.

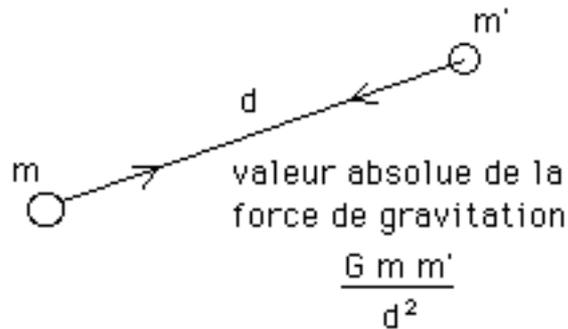
Une première idée schématique : Newton et anti-Newton.

Etre schématique, c'est se contenter de présenter un aspect d'un modèle.

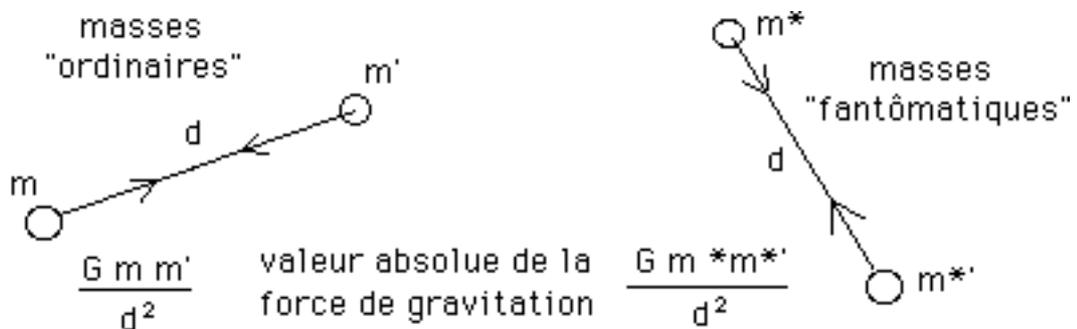
Les structures cosmiques sont organisées par une force fondamentale : la gravitation. Si les

objets du cosmos ne s'attiraient pas, il ne se passerait rien, ou à peu près. Les galaxies ne se formeraient pas, les étoiles non plus et nous ne serions pas là pour parler de tout cela. Par exemple si la force de gravitation était répulsive, elle tiendrait toutes les particules à distance maximale les unes des autres et le cosmos resterait amorphe, donc très ennuyeux à la longue.

La loi de l'attraction universelle est la loi de Newton :



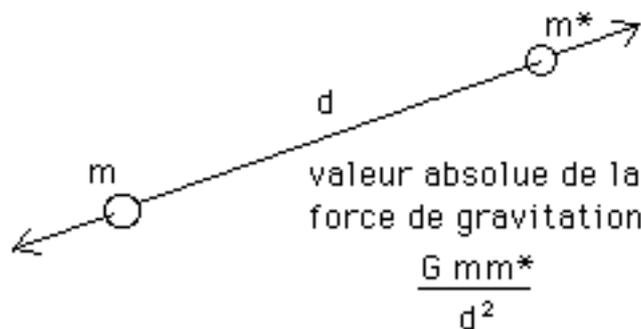
G est la constante de la gravitation. m et m' sont deux masses et d la distance qui les sépare. Comme on le verra par la suite, le modèle que nous proposons consiste à faire interagir deux types de masses, qu'on appellera soit des "masses ordinaires" (la matière au sens classique du terme, celle dont sont faites les galaxies, les étoiles, les atomes) et des "masses fantomatiques", m et m*, appelées ainsi parce qu'elles sont alors fondamentalement inobservables optiquement. Le schéma d'interaction est alors le suivant:



Les masses ordinaires s'attirent selon la loi de Newton.

Les "masses fantomatiques" s'attirent également, selon cette même loi.

Par contre on suppose que la matière ordinaire et la matière fantomatique se repoussent, selon "anti-Newton" :

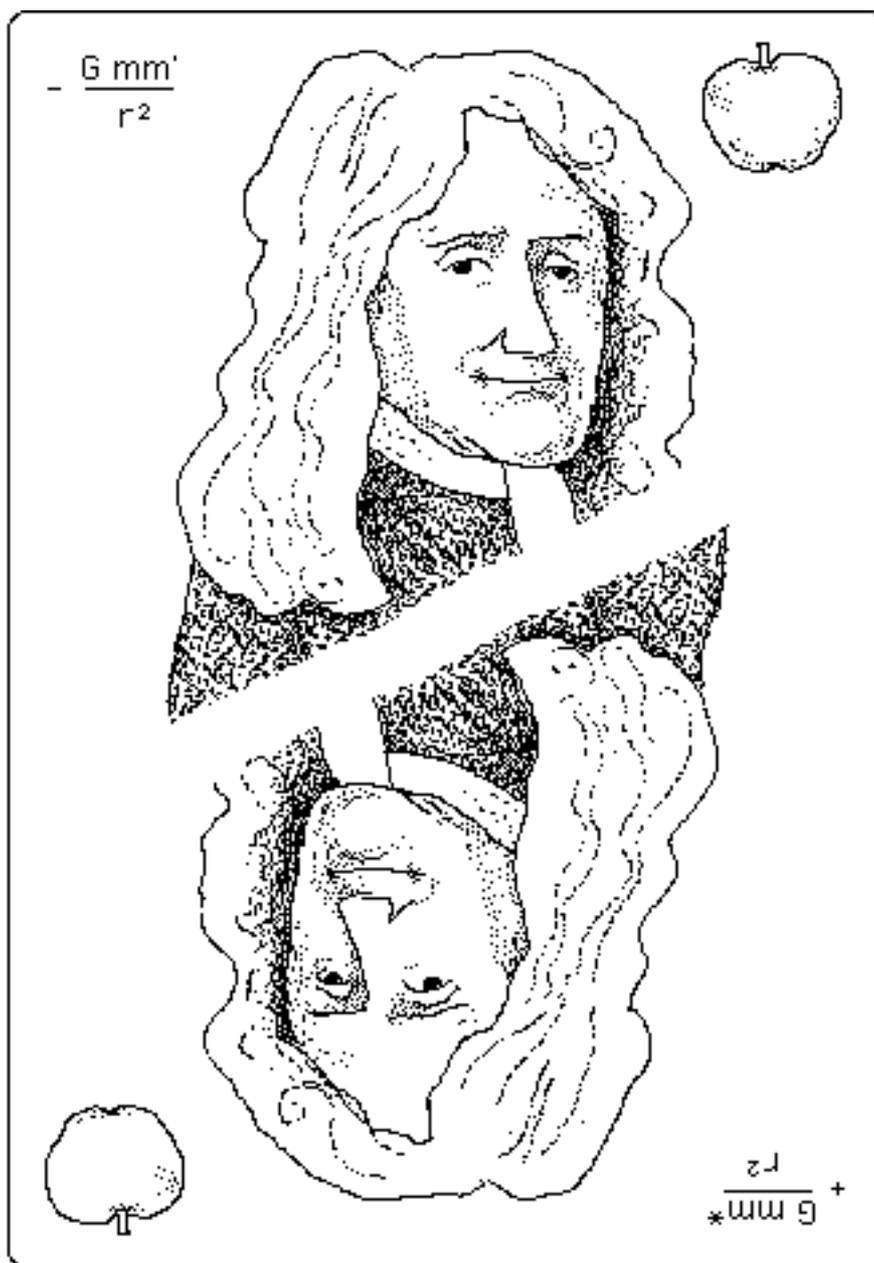


On pourrait alors, à ce stade, mettre des "points-masses" dans un ordinateur, et voir ce qui se passe lorsque s'exercent ces forces attractives et répulsives.

Le physicien dira aussitôt : c'est équivalent à faire intervenir des masses négatives $m^* < 0$. En effet si on inverse le signe d'une des masses dans la loi de Newton :

$$F = - \frac{G m m'}{d^2}$$

la force change de signe.



Si on inverse les signes des deux masses elle ne change pas de signe. Donc on serait tenté de conclure que le modèle ci-dessus reviendrait à considérer que dans l'univers coexisteraient deux types de masses, les unes positives et les autres négatives, ce qui impliquerait l'existence de particules à énergie $E = mc^2$ négative. Cette possibilité d'existence de masses négatives a été

envisagée par le mathématicien Jean-Marie Souriau en 1970, via la théorie des groupes. Voir son ouvrage "Structure des Systèmes Dynamiques", Dunod, pages 197 à 200.

Le problème des objets à énergie négative est, entre autre : que se passe-t-il en cas de rencontre avec des objets à énergie positive ?

Rappelons que l'antimatière possède une masse et une énergie positives. Une rencontre entre une particule de matière et une particule d'antimatière donne des photons, d'énergie également positive. Mais une rencontre entre une particule de masse $m > 0$ positive et d'énergie $E > 0$ positive avec une particule de masse $-m$ et d'énergie $E^* = -E$ opposées ne donnerait..... rien.

De plus le physicien objecterait qu'on n'a jamais observé de particule ayant une masse négative.

Là s'arrête donc la présentation schématique. Comme on le verra par la suite le système fonctionnera en fait "comme si les masses fantômes étaient négatives", selon Newton et anti-Newton, mais le modèle n'est pas aussi simpliste. Pour quitter cette vision schématique il faut se familiariser avec un certain nombre de notions de géométrie.

COSMOLOGIE page 2

Notion de géodésique.

Dans tout ce qui va suivre nous ne traiterons que de surfaces à deux dimensions. Il serait préférable que le lecteur se munisse d'un peu de matériel avant d'entamer cette lecture. Il y a en effet des choses qui "se comprennent avec les mains", en effectuant des expériences. Il faut donc:

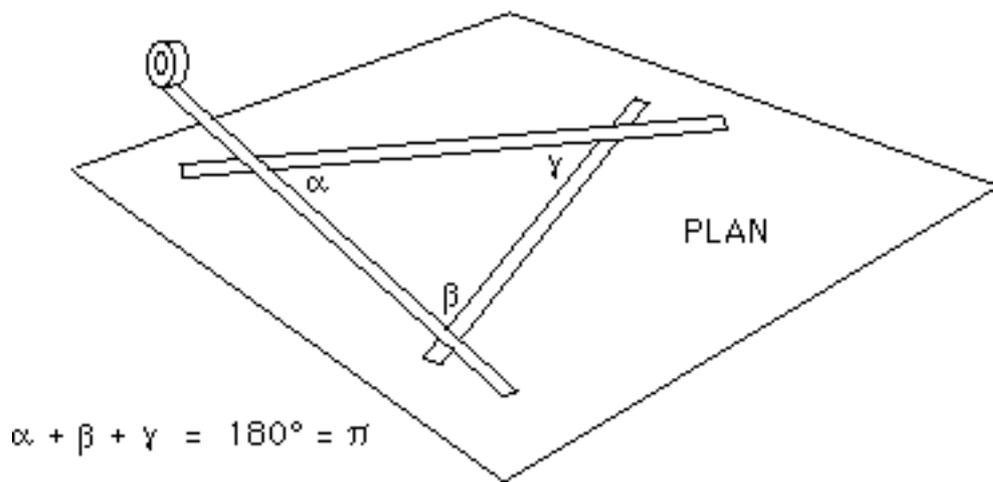
- Des feuilles de papier bristol, ou de papier un peu fort.
- Un ruban adhésif, si possible coloré.
- Des ciseaux.

On trouve dans le commerce des rubans en "scotch toilé" particulièrement commodes, qui ont l'avantage de pouvoir être déroulés en bandes de largeurs quelconques.



Prenez une surface, par exemple la carrosserie de votre voiture. Vous pouvez coller une bande sur celle-ci, en vous arrangeant pour que celle-ci ne plisse pas, qu'elle adhère toujours complètement à son support. Ce faisant vous tracerez des géodésiques de la "surface-voiture".

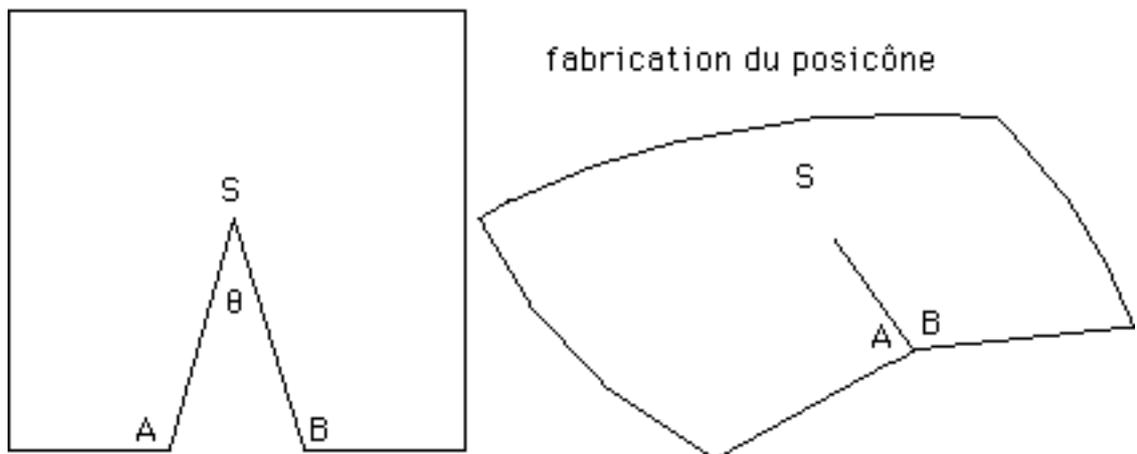
Si vous faites cette opération sur une surface plane, vous obtiendrez.. des droites. Les droites sont les géodésiques du plan.



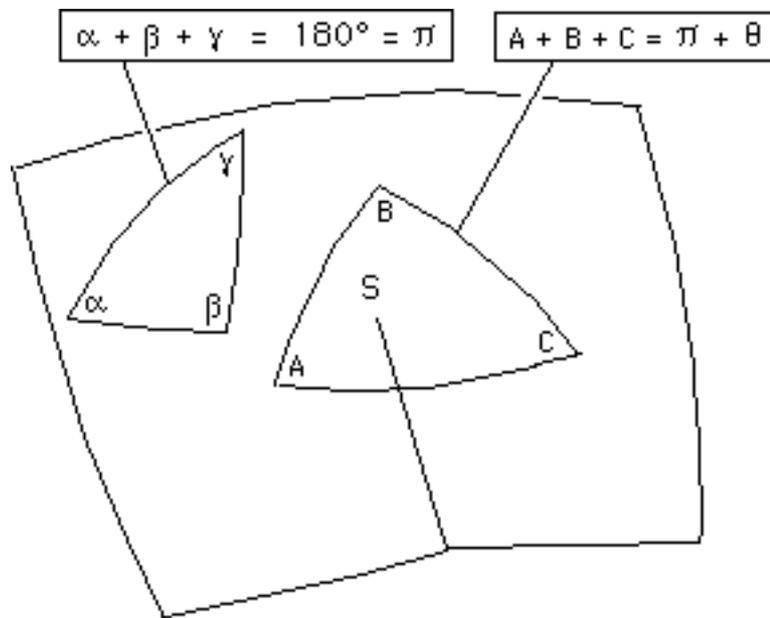
Avec trois géodésiques vous pourrez tracer un triangle sur ce plan, "surface euclidienne", la somme des angles de ce plan valant 180° .

Les posicônes.

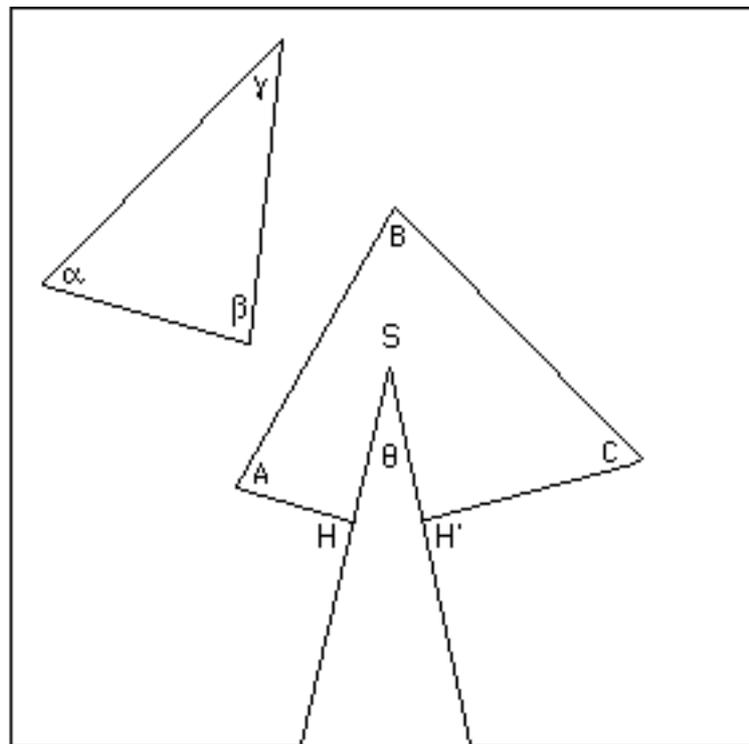
Fabriquons maintenant un "posicône". Pour ce faire, effectuer une découpe d'un angle q et recoller la surface comme indiqué.



Traçons deux triangles géodésiques, avec le ruban adhésif, l'un étant extérieur au sommet S de ce posicône et l'autre contenant ce sommet S . Mesurons la somme des angles du triangle. On constate alors que la somme des angles du triangle qui ne contient pas le sommet reste égale à 180° alors que celle de l'autre triangle vaut $180^\circ + \theta$.

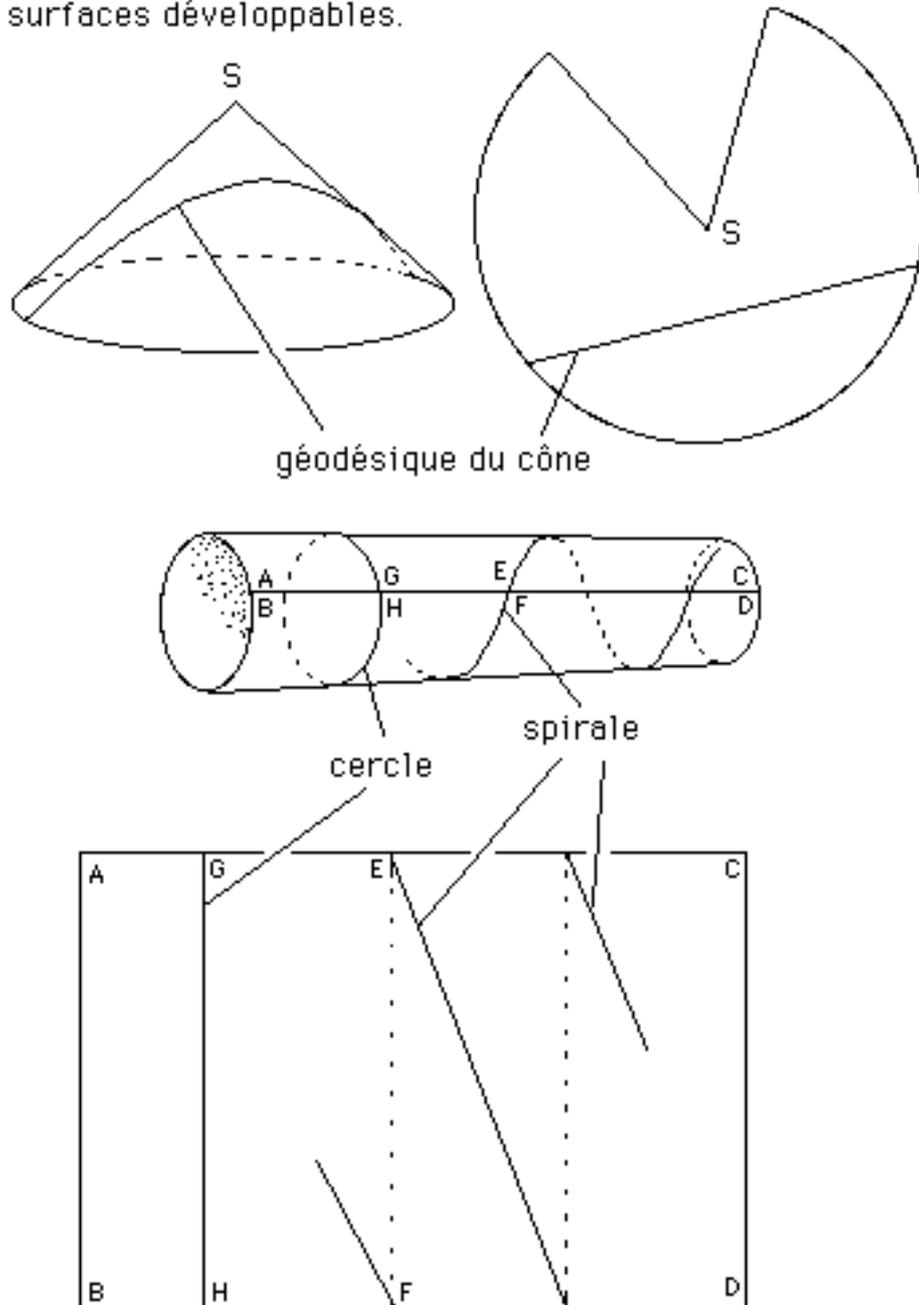


Pour le vérifier il suffirait de rouvrir ce "posicône" et de le mettre à plat. Alors on obtiendrait ceci :



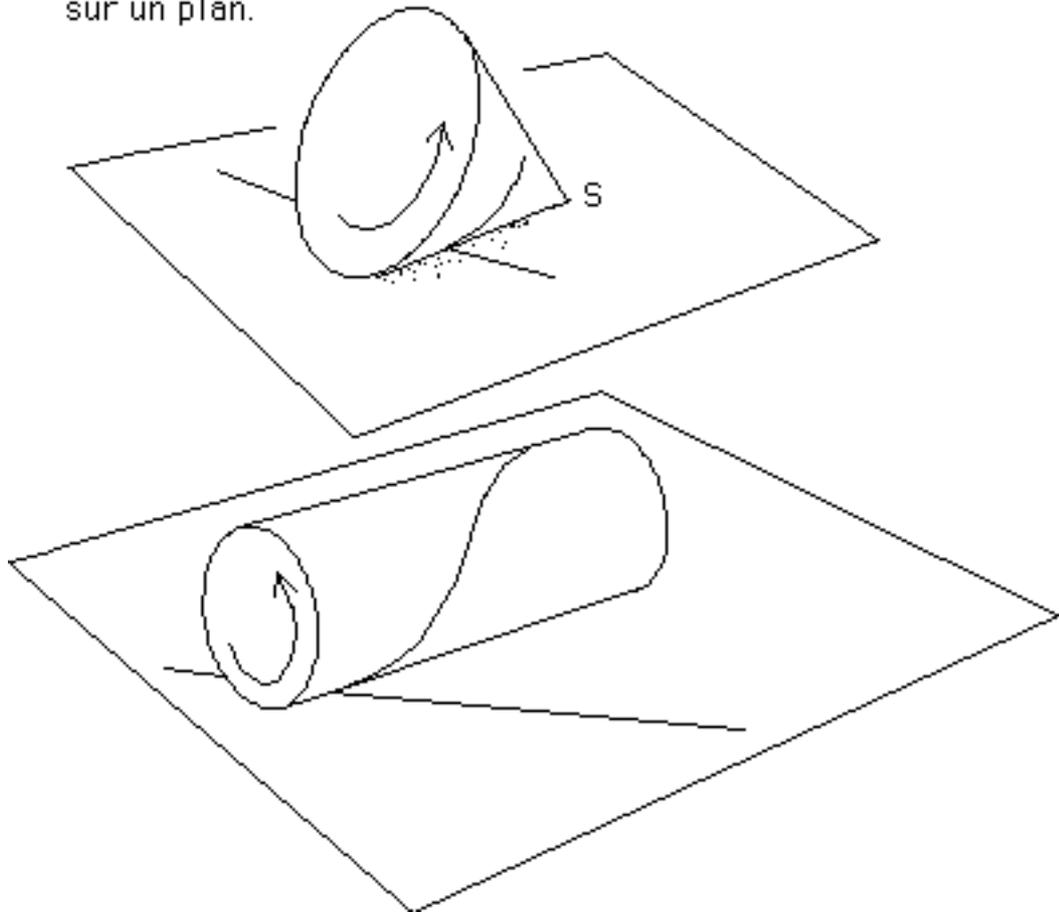
On peut alors vérifier aisément que les droites AH et H'B font un angle θ . Comme on pourrait le constater "expérimentalement", les géodésiques du cône, après mise à plat, deviennent des droites du plan, ce qui signifie simplement que le cône est une surface développable. Même chose pour un cylindre.

Géodésiques du cône et du cylindre
surfaces développables.



Une surface développable est également une surface qu'on peut rouler sur un plan (modulo certaines précautions, pour les surfaces développables à courbure négative, comme on le verra plus loin).

roulements d'un cône
et d'un cylindres
(surfaces développables)
sur un plan.



Si on trace une géodésique sur un cône ou un cylindre, avec de l'encre grasse, on peut se servir de cette "matrice" pour "l'imprimer" sur un plan, auquel cas on obtient une droite. Et, inversement, si on inscrit une droite à l'encre grasse sur un plan et qu'on "l'imprime" sur un cône ou un cylindre, en faisant rouler ces objets sur le plan, l'impression donne des...
géodésiques.

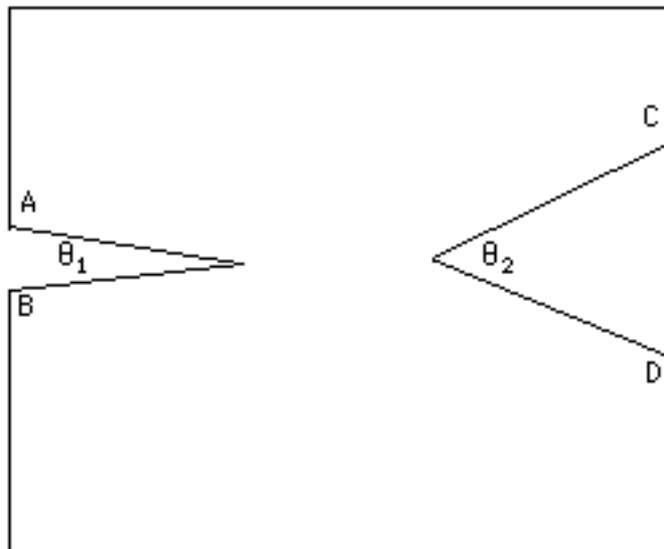
COSMOLOGIE page 3

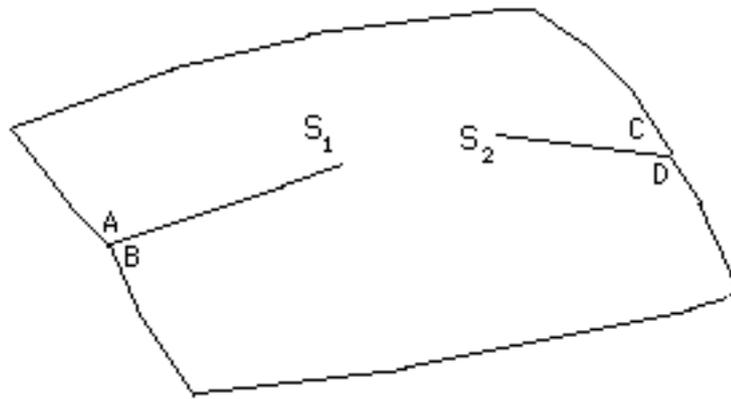
La courbure (positive).

Lorsque nous avons tracé notre triangle, constitué par des lignes géodésiques, sur un plan, la somme de ses angles au sommet valait π . Un plan... est une surface plane, "non courbe", euclidienne. La somme des angles de ce triangle est donc la somme euclidienne. Dans l'expérience précédente nous avons vu que si un triangle ne contenait pas le sommet de notre cône, la somme restait euclidienne. Par contre quand le triangle contient le sommet S, alors cette somme présente un excès θ , quel que soit le triangle, du moment qu'il contient ce point. Nous dirons que le sommet du cône est un *point de courbure concentrée*.

Nous pouvons maintenant passer à d'autres expériences. Après avoir fabriqué deux cônes, avec des découpes θ_1 et θ_2 nous pouvons coller ces deux éléments de surface l'un à l'autre.

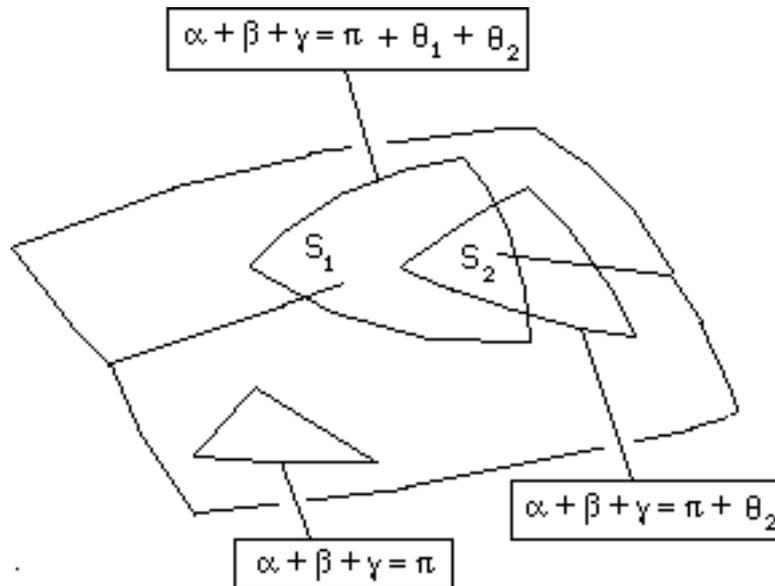
Une façon plus simple de procéder consiste à opérer deux découpes dans une feuille de bristol et à fabriquer la surface suivante :





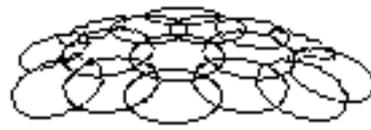
Vous pourrez alors tracer sur cette surface autant de triangles géodésiques que vous voudrez :

- N'enserrant ni S_1 ni S_2 : Somme des angles : π
- Enserrant seulement S_1 : Somme des angles $\pi + \theta_1$
- Enserrant seulement S_2 : Somme des angles : $\pi + \theta_2$
- Enserrant les deux points S_1 et S_2 : Somme des angles : $\pi + \theta_1 + \theta_2$



On imagine aisément qu'on puisse fabriquer un grand nombre de mini posicônes d'angle $\Delta\theta$ faible et qu'on puisse les coller les uns sur les autres. On pourrait même se débrouiller pour qu'il y ait une densité de courbure constante par unité de surface, en assimilant cette courbure à la somme des $\Delta\theta$ associés à chaque sommet de ces mini posicônes.

mini posicône d'angle $\Delta\theta$

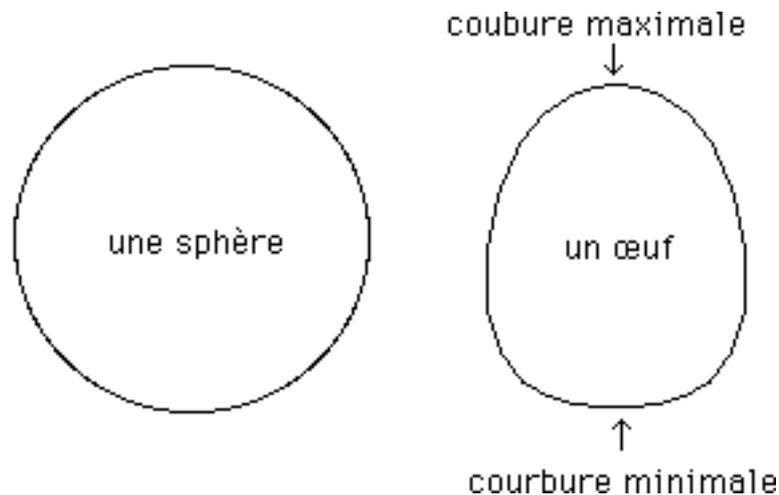


assemblage quasi-régulier
de tels mini posicônes

En rendant ces mini posicônes de plus en plus petits (de même que l'angle élémentaire $\Delta\theta$ qui leur est associé) on peut se servir de ceci pour construire une portion de surface à *densité de courbure constante*.

La sphère est une surface à densité de courbure constante. On dira plus simplement à *courbure locale constante*.

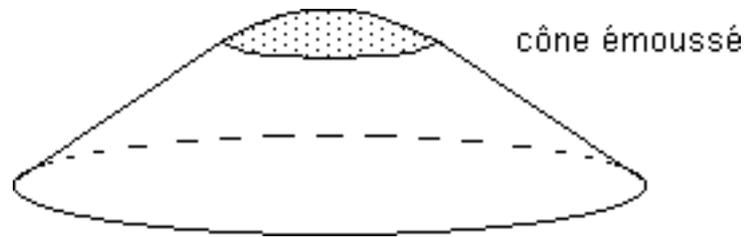
Un œuf est une surface courbe, à *densité de courbure variable*. On dira plus simplement à *courbure locale variable*.



La Relativité Générale consiste à identifier masse volumique ρ et courbure locale. Bien sûr, la relativité Générale traite non pas de surfaces à deux dimensions, ni même à trois, mais d'hypersurfaces à quatre dimensions. Il ne faut donc pas trop demander à ce qui précède et nous ne devons considérer ces figures que comme des images didactiques, destinées à fixer les idées. Mais elles ne sont pas si mauvaise que cela.

Image didactique 2d d'un astre.

Un astre, comme le soleil, est une concentration de matière, entourée, sinon de vide, du moins d'un quasi-vide (donc d'une région à courbure très faible). En deux dimensions l'image didactique sera celle d'un cône émoussé.



Un cône émoussé est fabriqué à l'aide de deux éléments : une calotte sphérique, à courbure constante (ou à "densité de courbure constante") et un tronc de cône. Ce tronc de cône est "plat", sa densité de courbure est nulle. C'est une surface euclidienne. C'est l'image didactique 2d d'un astre de masse volumique ρ constante.

On pourrait au passage se demander comment raccorder parfaitement un tronc de cône et une calotte sphérique, de manière à ce que le plan tangent soit continu.

C'est simple. Le tronc de cône est fabriqué à partir d'un cône, lequel implique une découpe d'un angle θ . La calotte sphérique contient une certaine "quantité de courbure", qui est aussi un angle. C'est la somme de tous les angles des mini posicônes qui la constituent. Il faut que ces deux angles soient égaux.

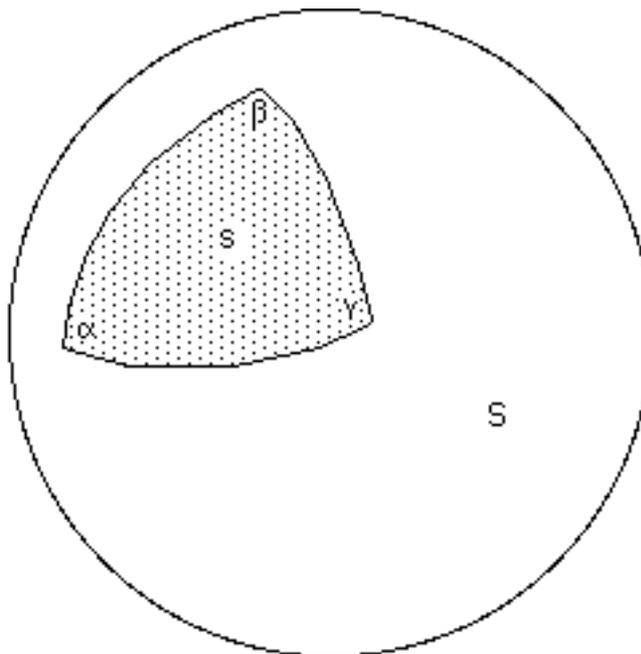
Mais comment évaluer la quantité de courbure contenue dans une calotte sphérique donnée ?

COSMOLOGIE page 4

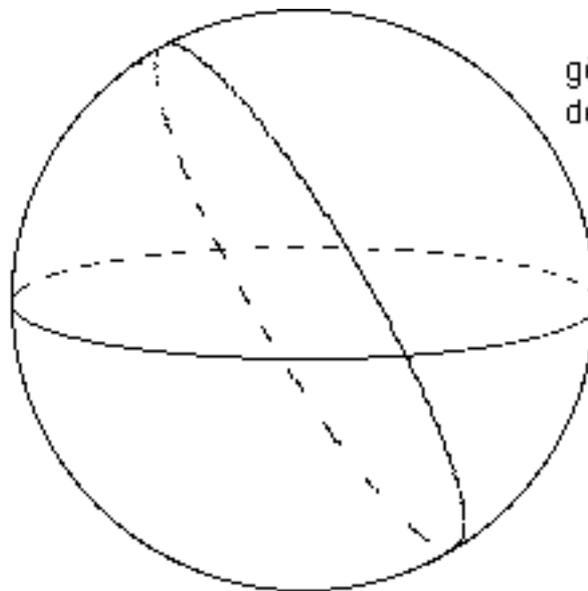
Courbure totale.

Nous pouvons fabriquer une sphère en juxtaposant des mini posicônes. Mais lors de cette opération, cette surface à courbure (ou densité de courbure ou courbure locale) constante, va se refermer. Elle contient donc une certaine courbure, mais laquelle ?

Si je trace un triangle géodésique sur une sphère, il va enserrer un certain nombre de mini posicônes, une certaine "quantité de courbure", qui est un angle. Celle-ci sera simplement proportionnelle à la surface du triangle, ou plus précisément au rapport entre la surface s du triangle et la surface S de la sphère.

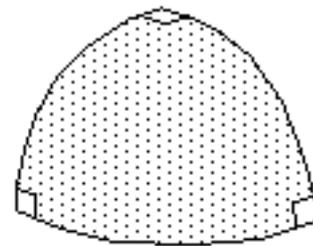
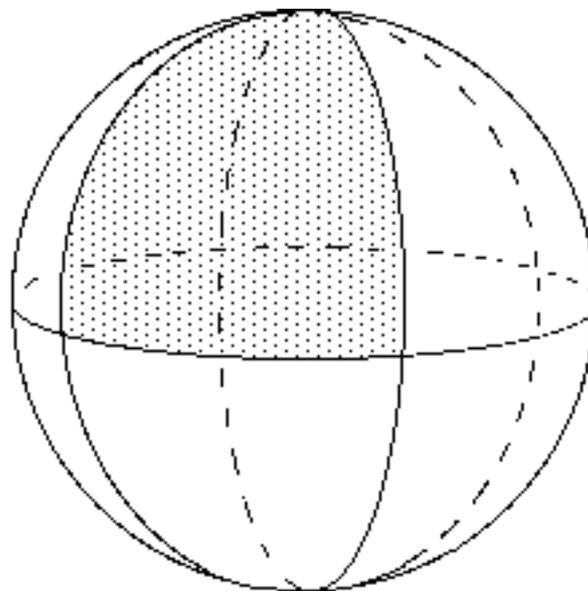


Mais nous avons vu, plus haut, que lorsque nous tracions un triangle géodésique sur une surface fabriquée à partir de posicônes joints, l'écart à la somme euclidienne était égal à la somme des courbures concentrées liées à chaque sommet de cônes contenus dans notre triangle. Il suffit donc de mesurer la somme des angles α , β , γ du triangle ci-dessus, fabriqué à partir de trois arcs géodésiques de sphère pour obtenir une mesure de la quantité de courbure angulaire contenue dans ce triangle. Les géodésiques de la sphère sont ses "grands cercles".



géodésiques
de la sphère

Coupons notre sphère en huit portions égales. Nous obtiendrons huit triangles constitués par des arcs géodésiques, dont les trois angles seront droits.

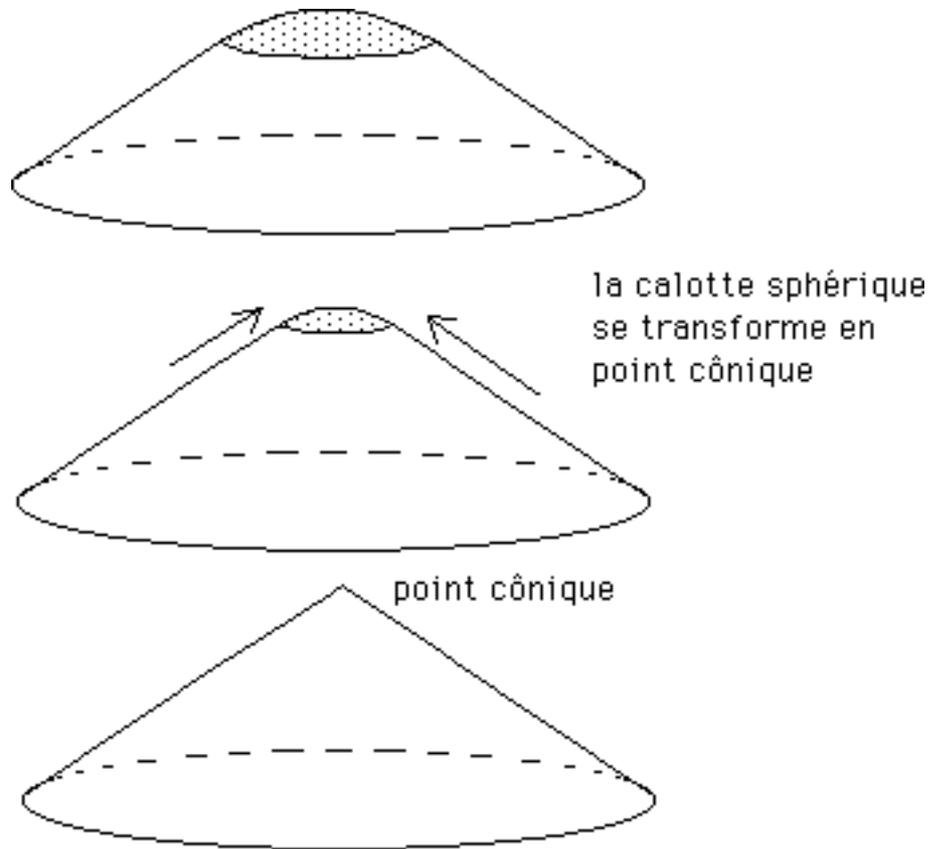


$$\alpha + \beta = \gamma = \pi + \frac{\pi}{2}$$

Chacun de ces triangles contient donc une courbure égale à $\pi/2$. Comme il y en a huit, la courbure totale de la sphère vaut donc 4π .

Cette petite remarque pour montrer qu'on peut construire des résultats géométriques à l'aide de raisonnements extrêmement simples.

Revenant au thème du cône émoussé, on voit que le flanc de l'objet dépend de la quantité de courbure "contenue à l'intérieur", cette courbure pouvant être ponctuelle (point cône) ou distribuée sur une calotte sphérique. On peut faire tendre la calotte vers un point, en la réduisant de manière homothétique (de telle manière qu'elle contienne toujours la même "quantité de courbure").



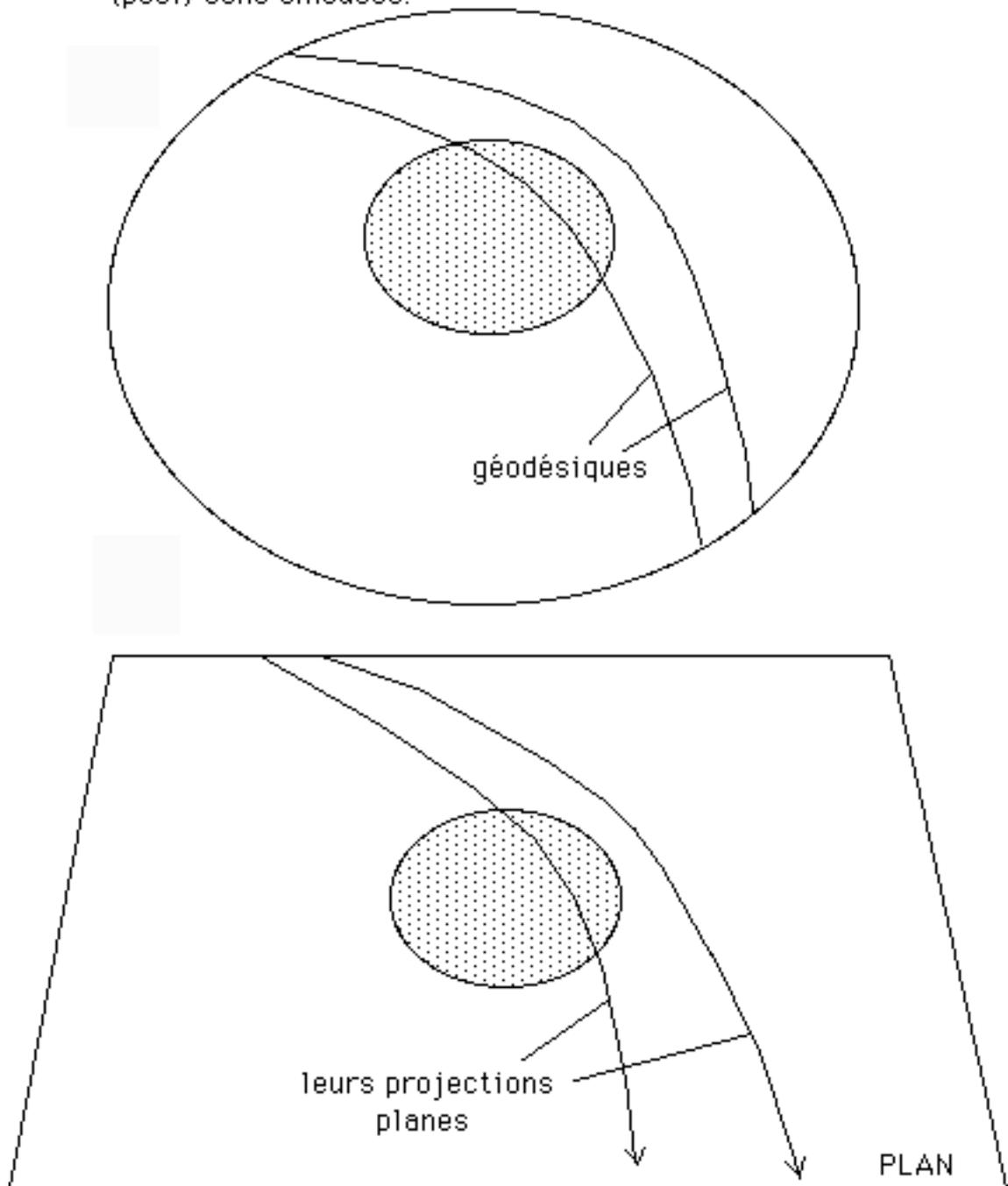
Trajectoires.

En Relativité Générale l'idée clef est simple : assimiler les trajectoires des objets, des particules, des photons ou de la matière à des géodésiques. Bien sûr, ce sont des géodésiques d'une hypersurface à quatre dimension. Donc nous n'avons là aussi que des images didactiques.



Si on prend notre cône émoussé on peut tracer dessus des géodésiques, et les projeter sur un plan.

(posi) cône émoussé.



Toutes les particules suivent des géodésiques de l'hypersurface : les particules de matière, mais aussi les photons et les neutrinos. C'est pour cela que nous nous sommes amusés à figurer une géodésique qui traverse l'objet complètement. Un neutrino peut traverser le soleil sans problème.

Mais qu'est-ce que ce plan sur lequel on projette ces géodésiques ? C'est la manière dont nous représentons l'espace. Notre "univers mental" est complètement euclidien et notre pensée "plate". Quand nous voyons une comète frôler le soleil, il ne nous viendrait jamais à l'idée qu'en fait elle va "tout droit", c'est à dire qu'elle suit une géodésique de l'hypersurface. Notre perception du monde, c'est la figure 24', où un astre "attire" les objets qui passent dans son voisinage.

COSMOLOGIE page 5

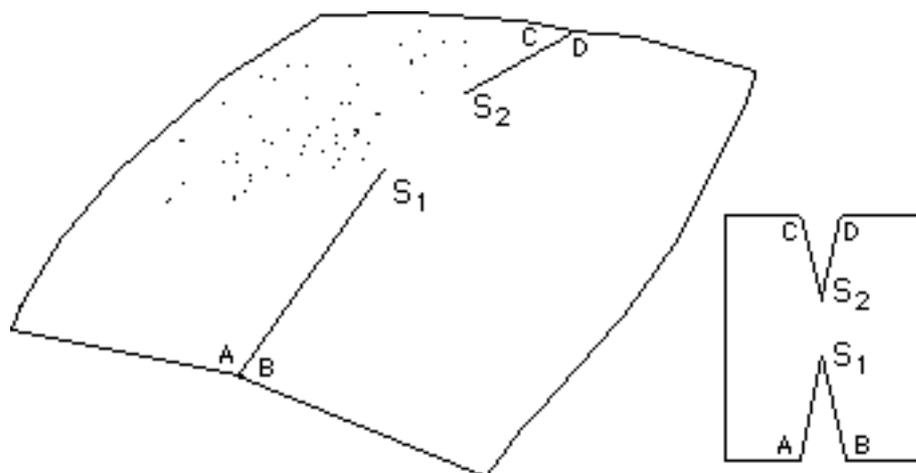
Relativité Générale et courbure.

Nous avons dit que la matière courbait l'espace, déterminait la géométrie de l'univers, de "l'hypersurface univers". Mais, dans la Relativité Générale, la courbure est soit positive, soit nulle. Dans notre environnement nous voyons des concentrations de masse : le soleil, les planètes, les étoiles, etc... Entre elles, quelque chose que nous assimilons à du vide. Mais ce vide existe-t-il ?

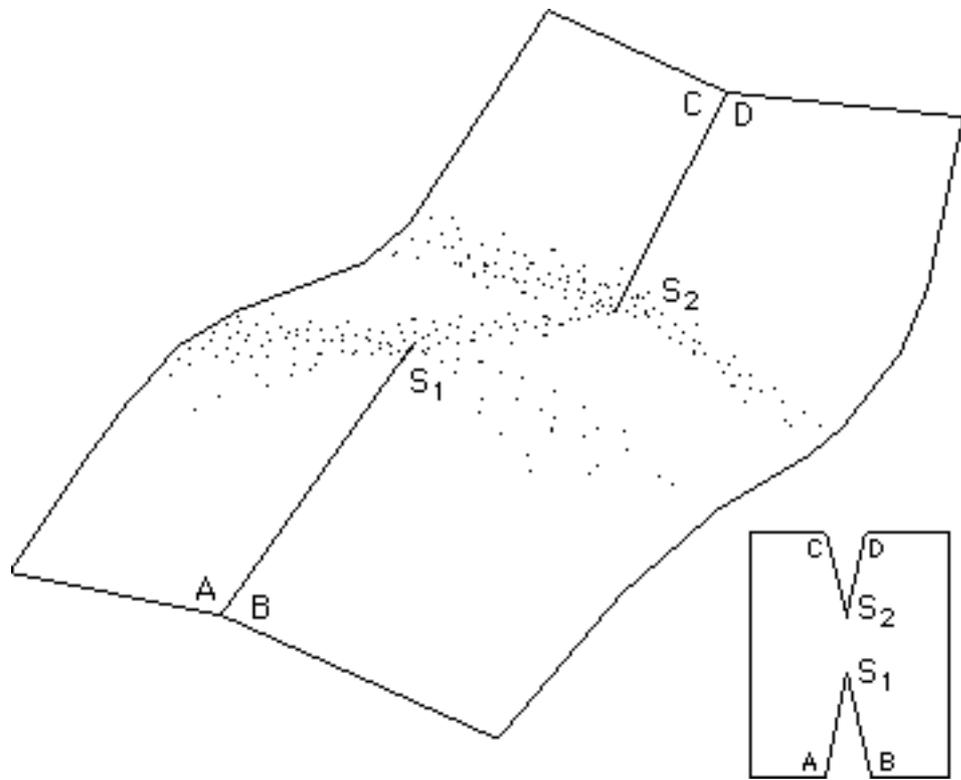
Le vide du physicien, c'est ce qui reste quand on a enlevé la matière. Mais ça n'est pas *rien* . Le vide le plus poussé est toujours peuplé de photons. Question : les photons créent-ils une courbure, dans l'univers ?

On serait tenté de répondre "non", puisque les photons sont censés avoir une masse nulle. Mais il s'agit de leur "masse inertielle". Ont-ils une "masse gravifique", contribuant au champ de gravité ?

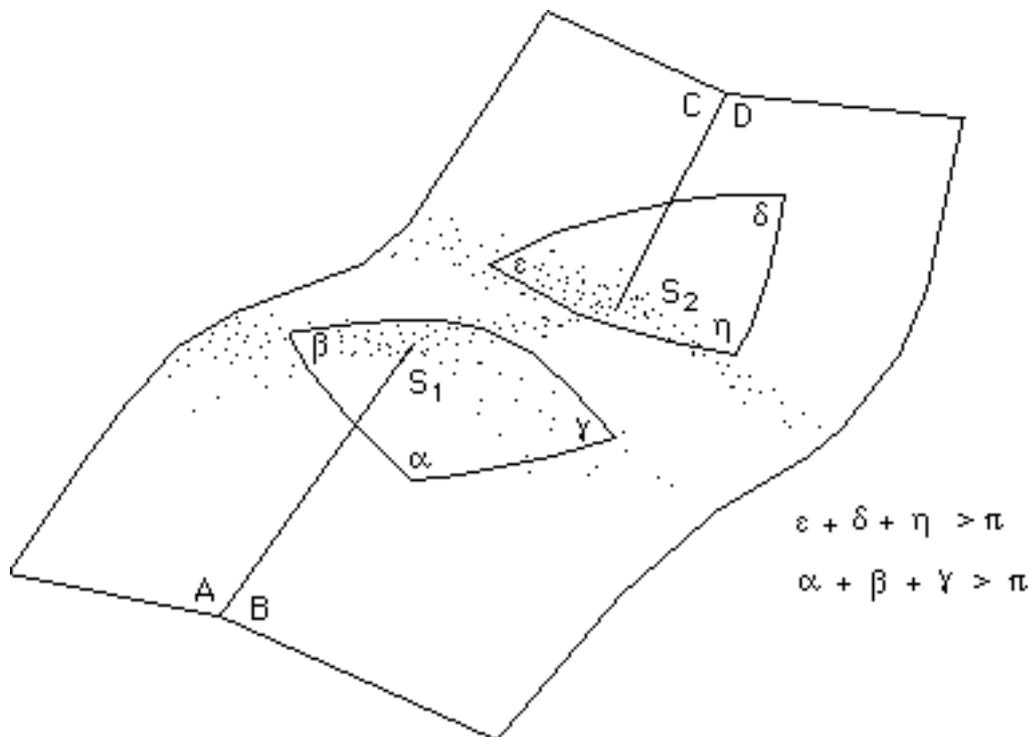
Avant de parler photons, parlons de l'anti-matière. Tout à l'heure nous avons fabriqué une surface avec deux points coniques.



Machinalement, si vous avez fabriqué l'objet, vous avez du disposer les deux éléments coniques dans le même sens. Mais vous auriez pu procéder différemment :



Mais un cône, c'est un cône, qu'il dirige sa "pointe" vers le haut ou vers le bas. Si vous construisez cet objet étrange et que vous tracez dessus des géodésiques, avec votre ruban adhésif, vous parviendrez au même résultat. Ces deux points coniques S_1 et S_2 sont bien des points de courbure concentrée positive.

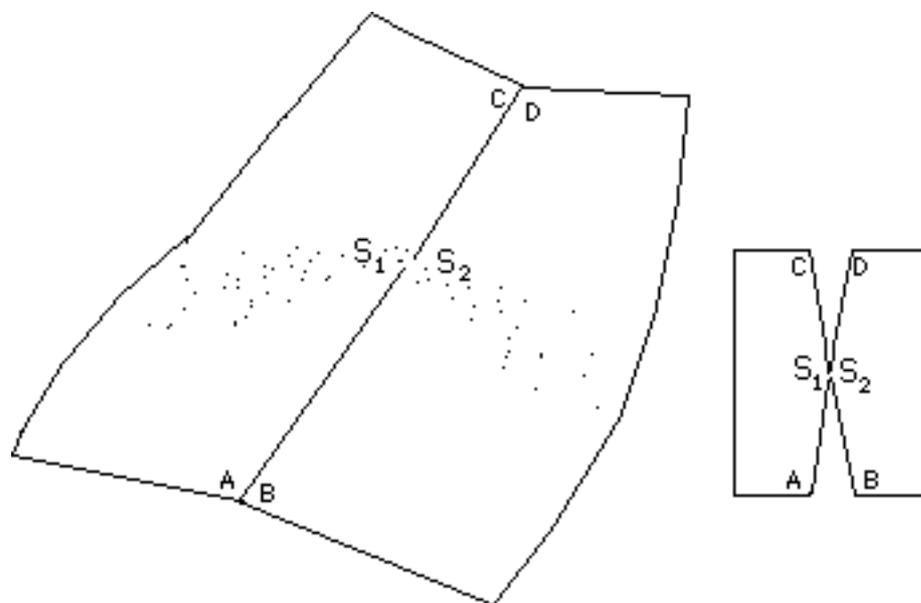


Si on assimile courbure et masse, c'est toujours l'image didactique de la géométrie au voisinage de deux masses ponctuelles positives.

Ca n'est pas une si mauvaise image de la dualité matière antimatière et cela nous fait toucher

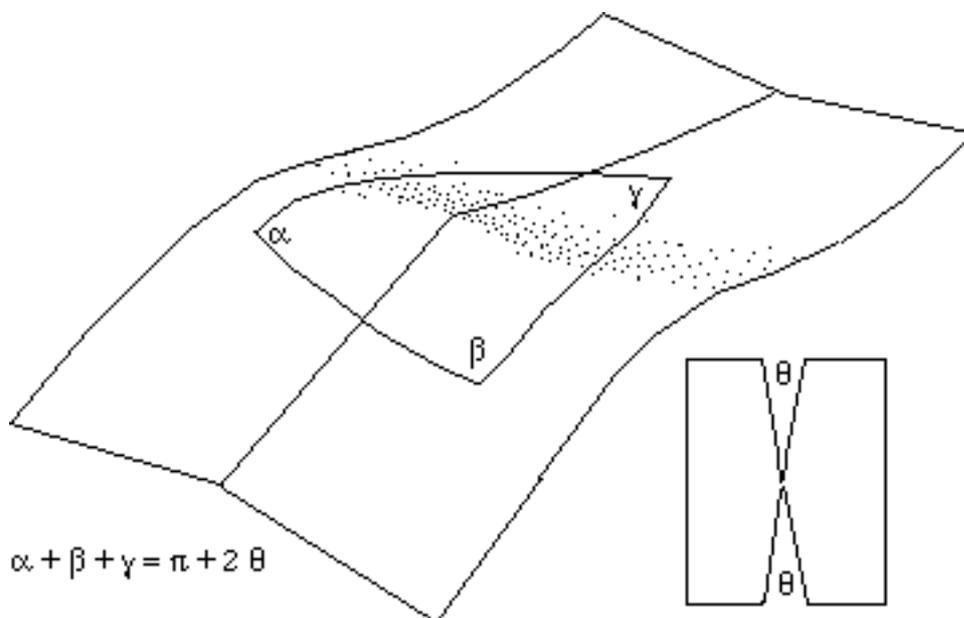
du doigt une chose: *l'antimatière a une masse positive. Comme la matière, elle contribue à créer localement une courbure positive.*

Matière et antimatière peuvent, en se rencontrant, s'annihiler pour donner du rayonnement, des photons. Et vice-versa. On peut donc donner une image didactique du photon en rapprochant les deux sommets S_1 et S_2 . Puis vous fabriquez vos deux éléments coniques en joignant A et B, C et D.



Au passage ce modèle suggère que le photon est son antiparticule. En effet on ne peut plus dire dans quelle direction s'oriente la pointe du cône.

Comment peut-on faire subir à du bristol de pareilles contorsions ? Mais nous en ferons bien d'autres par la suite, dans ce genre-là. Toujours est-il que si vous tracez un triangle géodésiques autour du point où vous aurez fait converger vos deux points coniques, vous retrouverez un excès positif à la somme euclidienne

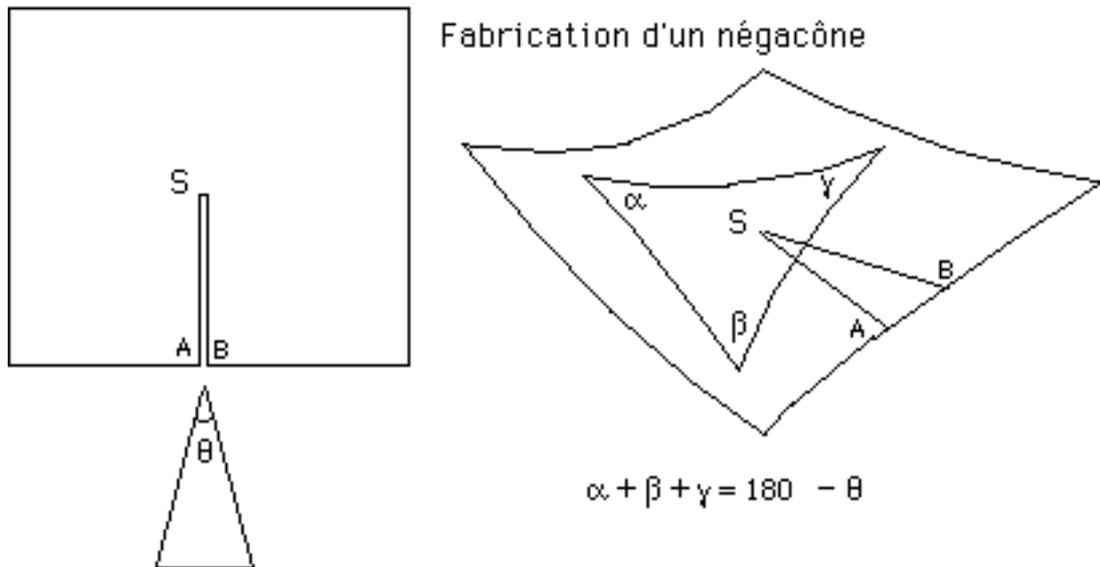


Le photon, en tant que résultat de cette annihilation, de cette conjonction de matière et d'antimatière, courbe positivement l'espace.

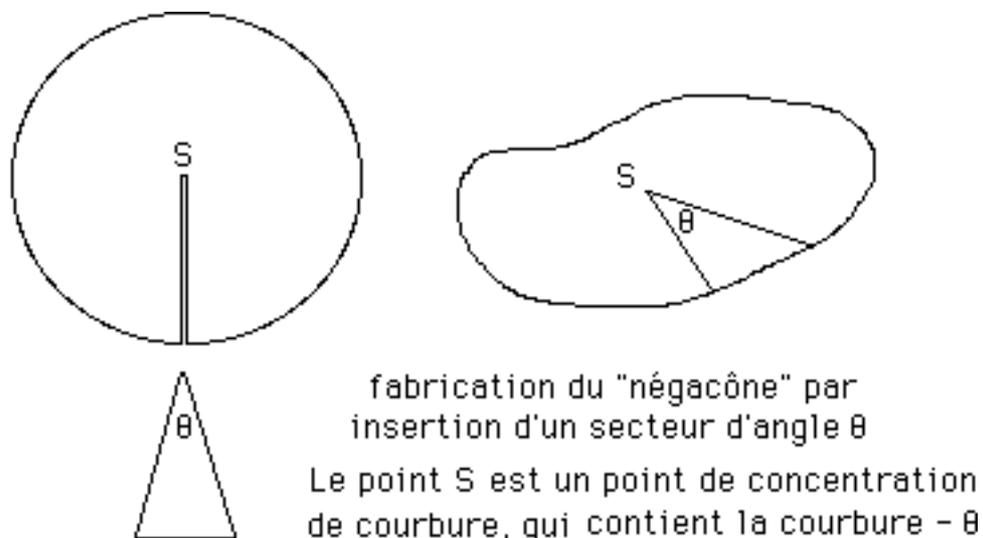
Au stade où nous en sommes, tout est positif : les masses, la courbure, l'énergie. Quelle serait la géométrie créée par une masse négative ? Si ces masses existaient, elles créeraient une courbure locale négative. Ceci nous amène à parler des négacônes.

Les négacônes.

Pour fabriquer un cône classique, un "posicône", on enlevait un secteur correspondant à un angle θ et on joignait bord à bord. Là nous allons faire l'inverse. Nous allons donner un coup de ciseau dans notre feuille de bristol et au contraire y adapter une sorte de coin plat, d'angle θ .



On a fait figurer, à droite, un triangle constitué de géodésiques. La somme est cette fois inférieure à la somme euclidienne, d'un angle θ . Nous dirons que le point S est un *point de concentration de courbure négative*. Avec un bord rond, nous aurions :

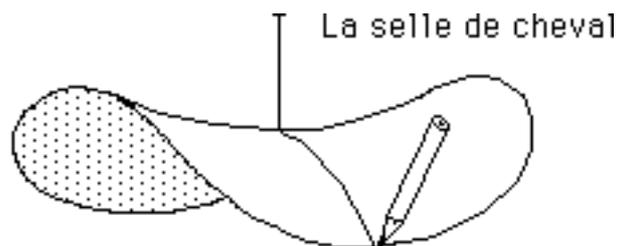


Bien sûr, si le triangle constitué par des géodésiques ne contient pas le point S, la somme sera égale à π . Le "flanc" de ce négacône est euclidien, ne contient aucune courbure. Cette-ci, négative, est concentrée en S.

La selle de cheval.

On peut (au moins par la pensée) fabriquer un grand nombre de mini négacônes et les joindre les uns aux autres. Si les sommets sont distribués de manière à peu près régulière sur cette surface, on fabriquera un élément de surface à densité de courbure négative constante. Mais ça ne sera pas comme avec la sphère. Cette surface là ne se refermera pas.

Imaginons que nous ayons fabriqué un bout de surface à densité de courbure négative constante (on dira à courbure négative constante). On peut prendre un point quelconque, un clou, une ficelle, et tracer un contour circulaire en obtenant ce qu'on appelle une *selle de cheval* (surface à courbure négative constante).

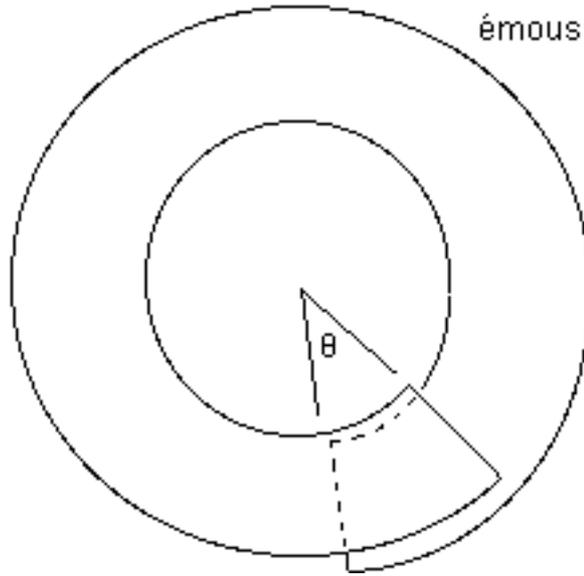


Le négacône émoussé.

Plus haut, nous avons fabriqué un cône émoussé (un "posicône émoussé") en partant d'une calotte sphérique et en la bordant avec un tronc de cône. Nous avons même trouvé comment nous y prendre pour qu'il n'y ait pas discontinuité du plan tangent. Il fallait que l'angle qui avait servi à fabriquer le cône d'où ce tronc de posicône était extrait soit égal à la quantité de courbure angulaire contenue dans la calotte sphérique.

Il y a un moyen de mesurer la quantité de courbure angulaire (négative) contenue dans une selle de cheval, en comparant le périmètre et le rayon, opération qui s'effectue assez rarement dans les selleries. Supposons que nous la connaissions. Nous pouvons fabriquer le tronc de négacône en conséquence.

le flanc du négacône
émoussé, mis à plat

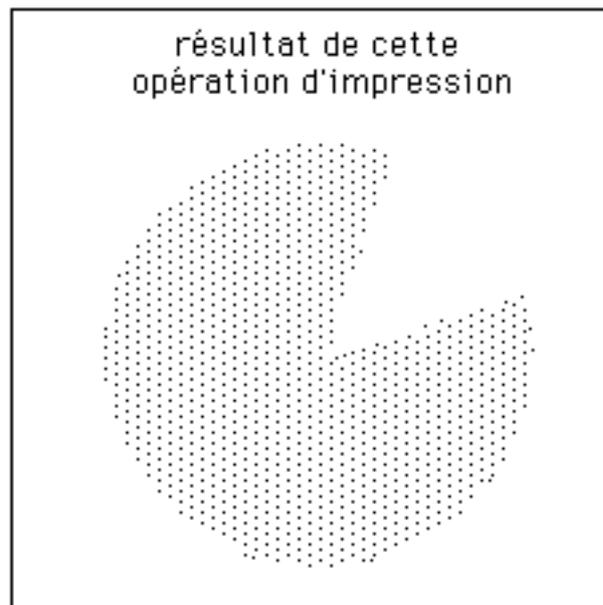
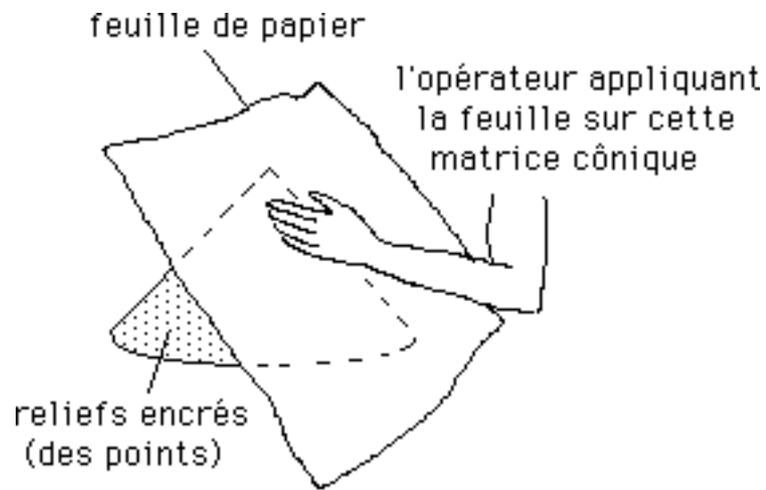


NB : Le négacône est, comme le cône, une surface développable. Cela veut dire qu'on peut "l'appliquer" sur un plan. Mais l'opération semble plus délicate. On voit mal comment on pourrait aisément faire rouler un négacône sur un plan rigide.

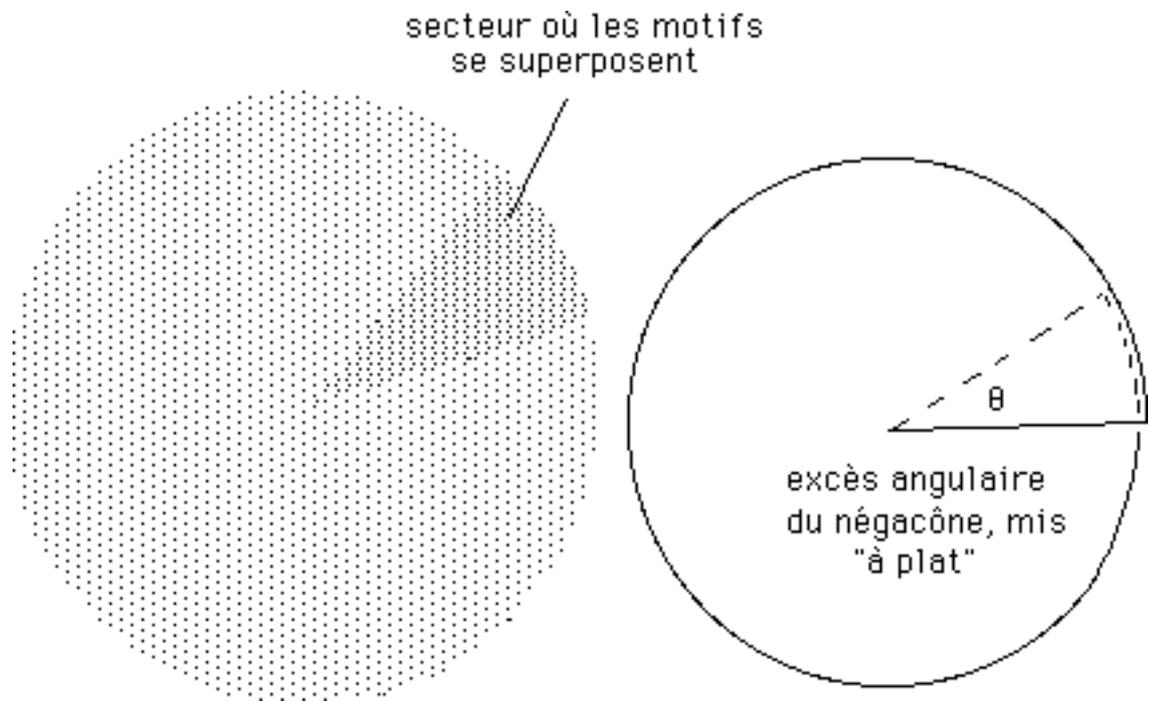
Plutôt qu'une opération de roulement, il est préférable d'envisager une opération d'application, ou de manière plus parlante d'impression. Que veut dire imprimer ? C'est appliquer une surface porteuse de reliefs encrés, sur une autre surface.

A l'époque de Gutenberg, on plaquait un plan sur un autre plan. Lorsqu'on imprime un motif sur un tissu, on roule dessus un cylindre. On fait défiler un ruban de papier entre deux cylindres, sur une rotative, et on imprime sur le support le motif en relief porté par l'un d'eux.

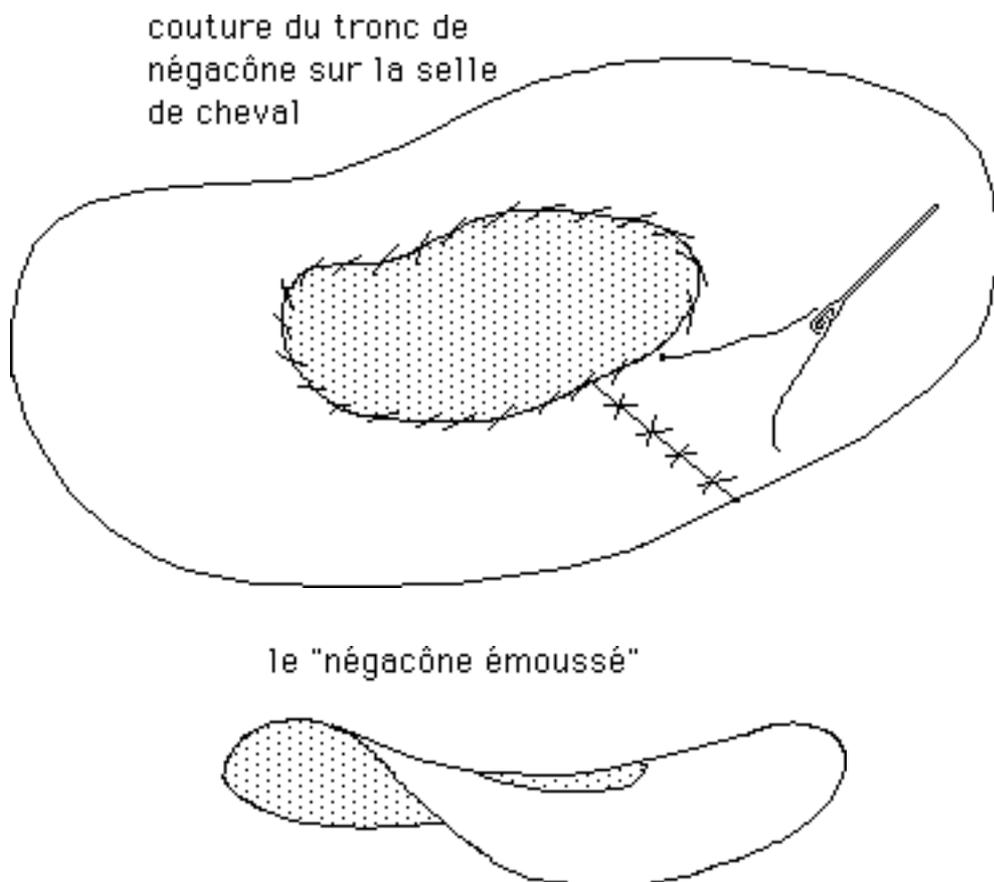
Finalement, peu importe la façon dont on s'y prend pour plaquer la feuille sur la matrice, du moment que celle-ci est une surface développable. Au lieu de faire rouler un cône sur un plan rigide, on pourrait tout aussi bien plaquer le papier sur le cône, à la main, de proche en proche, en évitant de glisser. Si on portait sur le cône des signes en relief, et que ceux-ci, encrés, s'impriment sur la feuille, on obtiendrait en fin d'opération ceci



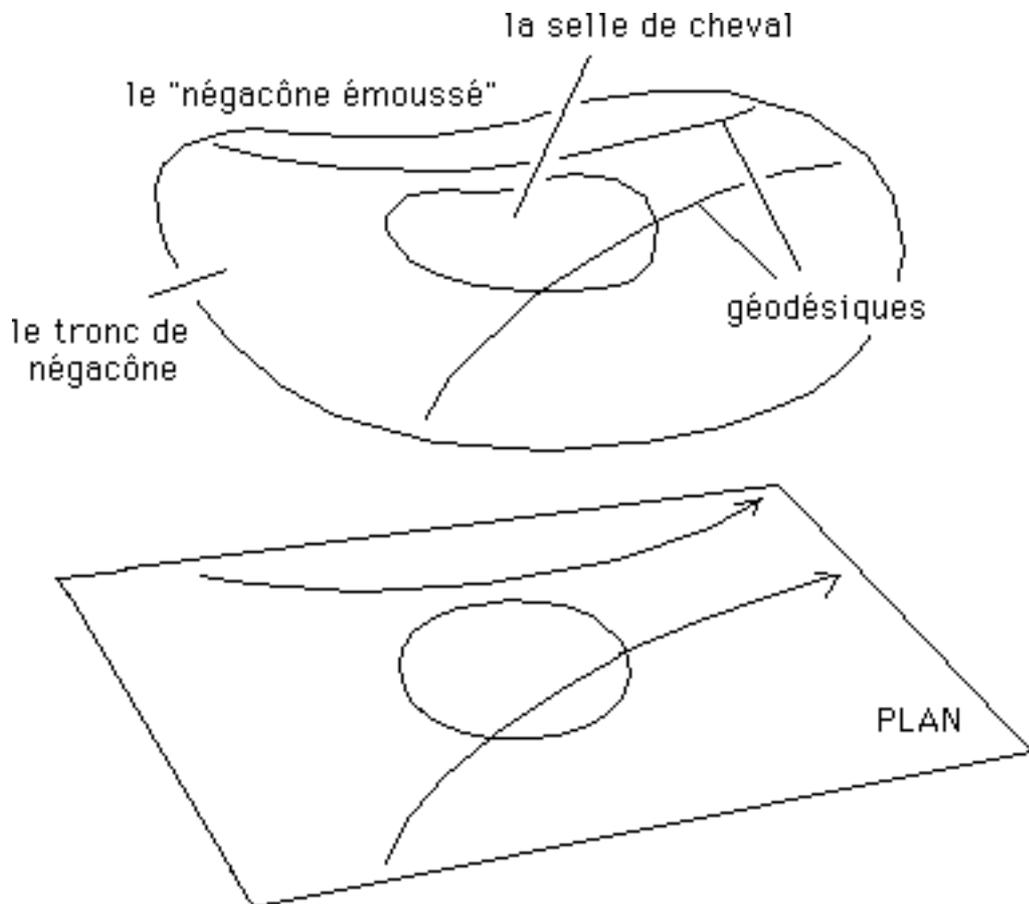
On pourrait procéder de la même façon en plaquant une feuille de papier, objet souple, sur un négacône porteur de reliefs encrés. On obtiendrait alors ceci (en ayant reproduit sur la feuille tous les motifs).



Simple jeu pour illustrer le fait que le négacône est bien une surface développable.



Sur un tel objet, comme sur le positif émoussé, nous pouvons tracer des géodésiques, puis les projeter sur un plan.



La projection plane nous indique comment nous percevrions les trajectoires selon notre vision euclidienne du monde. L'objet équivalent à notre selle de cheval produirait des trajectoires dont la forme évoquerait une *force gravitationnelle répulsive* .

On se propose d'appeler cette bizarre surface un "negacône émoussé". Ca n'est qu'un mot, mais il faut bien en trouver un. On avait vu plus haut qu'on pouvait passer continûment du cône (posicône) émoussé au cône pointu, l'opération inverse consistant à émousser l'objet.

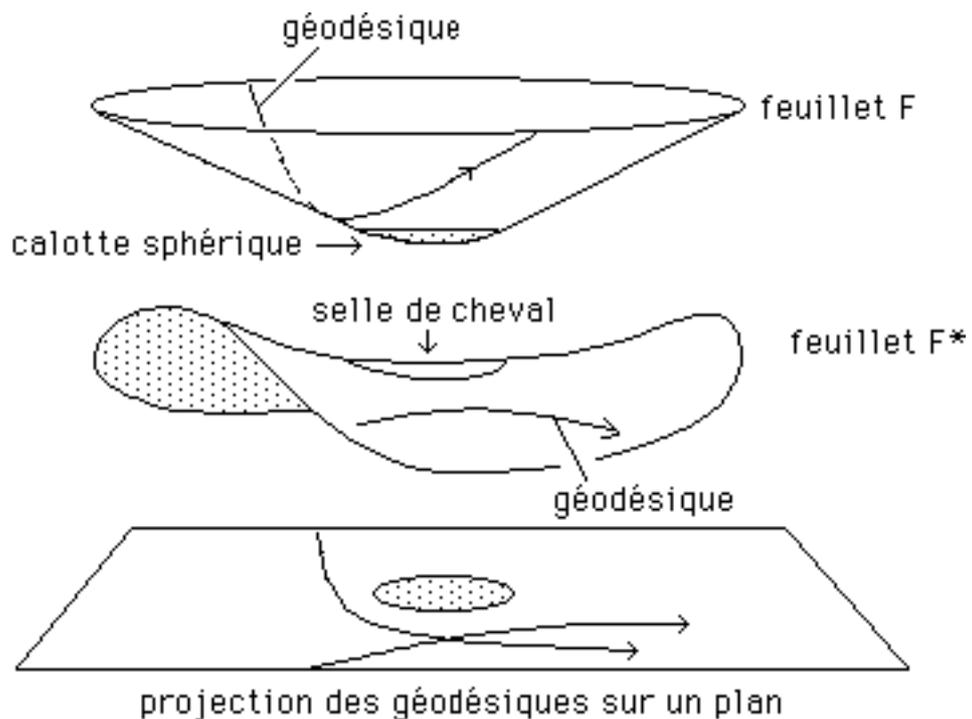
Même chose pour le passage en continu du "negacône émoussé" au negacône porteur d'un point de courbure (négative) concentrée.

COSMOLOGIE page 7

Géométries conjuguées.

Nous allons associer alors un "cône émoussé" et un "négacône émoussé", comportant les mêmes quantités de courbure, mais de signe opposé : $+\theta$ et $-\theta$. On peut les mettre face à face (en créant au passage une "application point par point" : bi-univoque, *injective*). Il y a alors deux nappes. Appelons-les F et F*. A tout point de F correspond un point de F*.

Débrouillons-nous pour que les contours circulaires des "parties émoussées", porteuses de courbure (positive dans une nappe, négative dans l'autre) se correspondent point par point. On illustre ceci en projetant le tout sur un plan. On obtient deux surfaces ayant des *courbures conjuguées*.



Les flancs coniques sont "non-courbes", ce sont des éléments de surfaces euclidiennes. On dira qu'en tout point de ces surfaces la courbure locale est nulle. La calotte sphérique et la selle de cheval se correspondent point par point. Leurs courbures sont opposées.

La Relativité Générale.

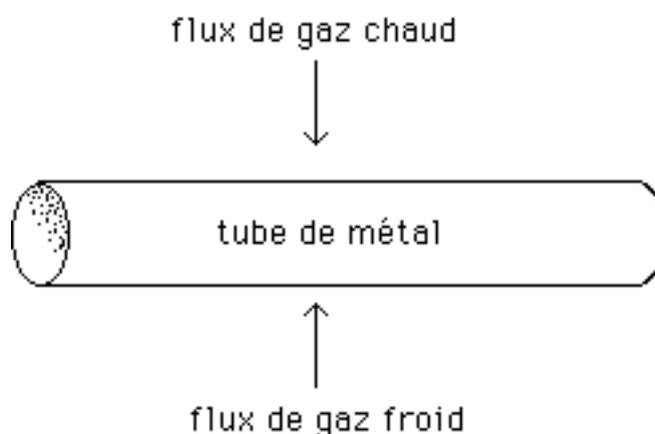
Le point de départ est l'idée que la géométrie du cosmos est déterminée par son contenu en "énergie-matière". Notons qu'on emploie le vocable énergie-matière et non seulement matière,

ce qui montre bien que tout contenu cosmique a une influence sur la géométrie, y compris le rayonnement, les photons (ou les neutrinos). Nous avons vu plus haut qu'un photon créait une mini-courbure positive dans l'espace.

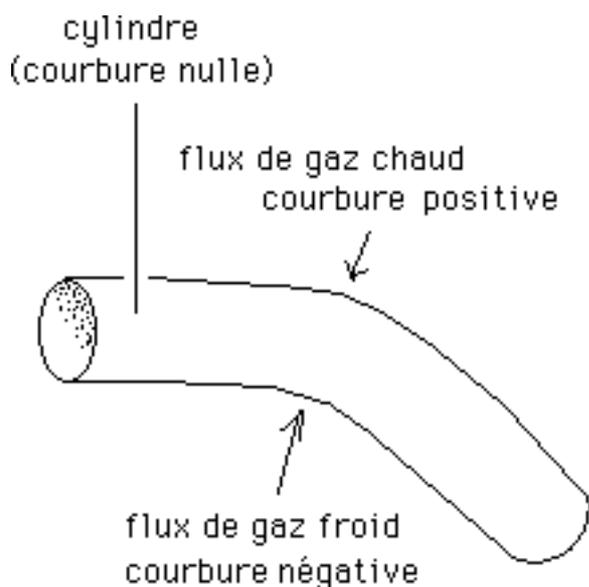
Nous allons d'abord raisonner en stationnaire. Une surface plane, libre, est une surface où la tension est nulle. On peut modifier sa géométrie en y créant des tensions, positives ou négatives (le signe est une question de conventions). Si je chauffe par exemple un film plastique je pourrai y faire apparaître une cloque, c'est à dire une région à courbure positive.

Je peux aussi mettre à la surface d'une feuille de papier un produit qui, en séchant, va se contracter. La tension fera apparaître une région à courbure négative.

Un chaudronnier formeur sait jouer sur ces tensions pour déformer une tôle. Prenons par exemple un tube de métal. Je chauffe d'un côté, je refroidis de l'autre. Que va-t-il se passer ?



Le tube va se courber, la partie chauffée se dilatant et la partie refroidie se contractant.



Ce faisant, nous avons créé des *tensions* dans le métal. C'est l'origine du mot *tenseur*, en mathématiques et en géométrie. Le spécialiste de résistance de matériaux parlera de *tenseur des contraintes*. Le géomètre parlera de *tenseur de courbure*.

La petite expérience ci-dessus illustre l'idée :

Contenu local en énergie -----> géométrie locale

En Relativité Générale, on fait de même. La différence est que ce contenu local en énergie-matière détermine la géométrie d'une hypersurface à quatre dimensions et non, comme ici, la géométrie d'une surface à deux dimensions. Mais l'idée est similaire.

Le mathématicien utilisera alors une écriture *tensorielle* . On ne peut guère en dire plus ici pour un non-mathématicien. Mais le tenseur d'Einstein **S** (on utilisera des lettres grasses) correspond à l'aspect géométrie. Dans l'équation d'Einstein on l'identifie à un autre tenseur **T**, qui décrit le contenu en énergie-matière, à une constante multiplicative près, la "constante d'Einstein χ ".

La célèbre équation d'Einstein s'écrit donc :

$$\mathbf{S} = \chi \mathbf{T}$$

Dans le tenseur **T** interviennent la masse volumique ρ et la pression p (en fait le tenseur **T** le plus général est plus complexe, mais nous nous contenterons de cette expression, usuelle, d'ailleurs). Dans une configuration stationnaire on se donnera donc une certaine distribution de densité et de pression $\rho(x,y,z)$, $p(x,y,z)$. Avec ceci on sait construire le tenseur **T** qui contient ainsi toutes les données du problème. La question est alors : "quelle est la géométrie qui va avec ce tenseur **T**, satisfaisant l'équation ci-dessus ?".

Autrement dit, le physicien, connaissant le contenu local de l'univers cherche à déterminer la géométrie de l'hypersurface univers.

Qui dit géométrie dit géodésiques. C'est ici qu'intervient la deuxième hypothèse de la Relativité Générale :

*On suppose que les objets qui cheminent dans l'univers
suivent des géodésiques de l'hypersurface espace-temps.*

Par objet on entendra particules (particules dites élémentaires, photons, neutrinos) mais aussi planètes, étoiles, etc....

A ce stade, une remarque : où sont les particules dans toute cette affaire-là ?

Réponse : le spécialiste de la Relativité Générale fait dans le macroscopique. Les fonctions-entrées du problème, la masse volumique ρ et la pression p , correspondent à une description

macroscopique du contenu cosmique. Même chose pour la "sortie". Et le géomètre d'ajouter :

- Vous m'avez donné des fonctions $\rho(x,y,z)$ et $p(x,y,z)$, je vous ai construit l'hypersurface qui allait avec, avec ses familles de géodésiques. Mais je ne peux pas faire plus. Je suis en particulier incapable de vous fabriquer des particules, des atomes, etc. Pour cela, voyez un autre service...

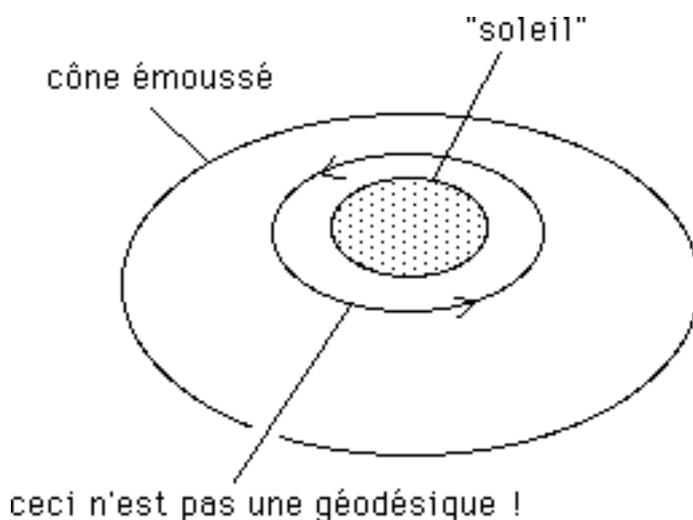
En clair : le pont entre la Relativité Générale et la physique des particules n'est pas encore bâti.

Mais l'astronome s'écrira :

- Qu'importe. Cette hypothèse selon laquelle les photons suivent certaines géodésiques de cette hypersurface fonctionne. La preuve : je peux faire des observations. Si je suppose que les planètes, assimilées à des masses ponctuelles, suivent également des géodésiques de cette hypersurface, je peux construire leurs trajectoires. Il y a aussi les effets de lentille gravitationnelle....

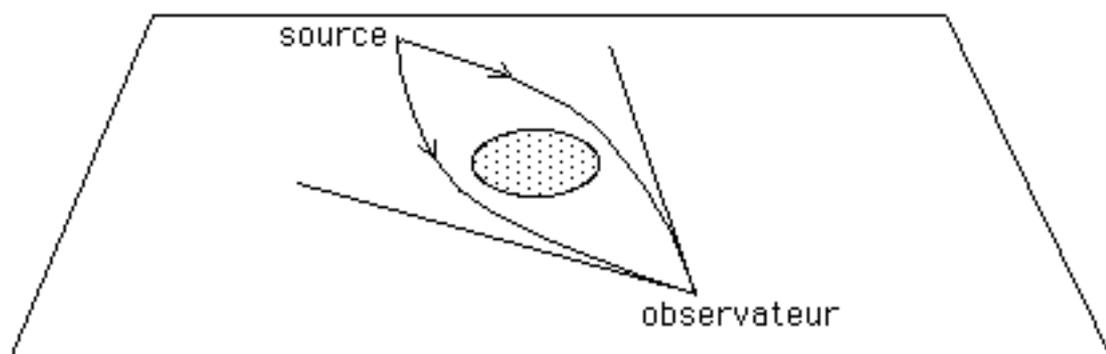
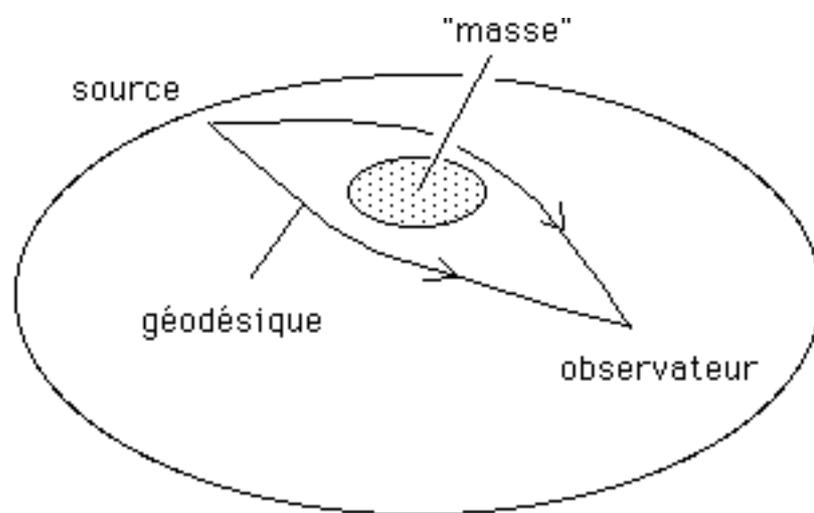
Il a raison.

Ces effets de lentille gravitationnelle, disons-en quelques mots. Bien sûr, cette image du cône émoussé n'est qu'une image didactique. Une planète qui orbite circulairement autour d'une étoile suit aussi une géodésique de l'espace temps. Or un cercle tracé sur un cône émoussé n'est pas une géodésique :



Cela montre simplement les limites des images didactiques, fussent-elles géométriques.

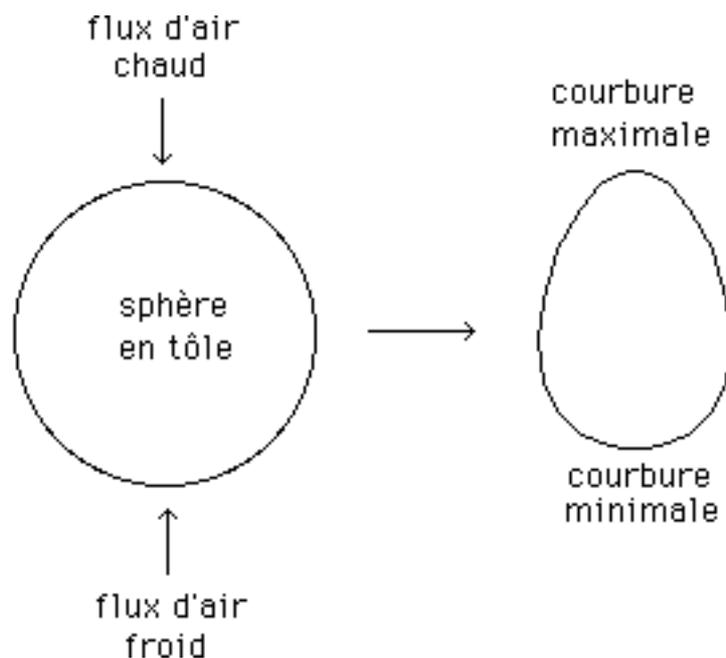
Les photons suivent effectivement des géodésiques de l'hypersurface espace-temps. On pourra se servir de cette image du cône émoussé pour l'illustrer. Les rayons lumineux peuvent passer de part et d'autre d'un objet massif, puis converger vers l'observateur. Si nous projetons ces géodésiques, nous obtiendrons un effet de mirage : l'observateur aura l'impression qu'il y a deux sources au lieu d'une :



Invariance par changement de coordonnées.

Voilà un concept-clef de la Relativité Générale, qui n'est pas facile à présenter. Nous avons dit que rechercher une "solution cosmologique", stationnaire ou instationnaire, revient à construire une hypersurface à quatre dimensions qui soit "solution de l'équation de champ".

Prenons par exemple un objet en tôle qui ait la topologie de la sphère. C'est "une sphère en tôle". Là encore on imagine bien qu'on puisse déformer cette surface en chauffant et en refroidissant par endroits. Par exemple en chauffant en un point et en refroidissant la région antipodale on transformerait cette sphère en œuf. Un œuf est un objet qui a la topologie de la sphère, mais qui est une surface à courbure variable.



En chauffant à un endroit et en refroidissant à un autre, on va créer des *tensions* dans le métal. Bien sûr, comme ce matériau est conducteur, si on cessait de chauffer et de refroidir, la température s'homogénéiserait et l'objet reprendrait sa forme sphérique. Ce qui compte c'est qu'on arrive à créer une situation stationnaire avec un *champ* de température non-uniforme. Ce champ engendre des *tensions* et on pourrait concrétiser ces tensions sous la forme d'un objet mathématique **T** appelé *tenseur*.

Quelque chose décrit la géométrie de l'objet. Cela s'appelle une *métrique*. C'est à partir de ce second objet mathématique qu'on peut :

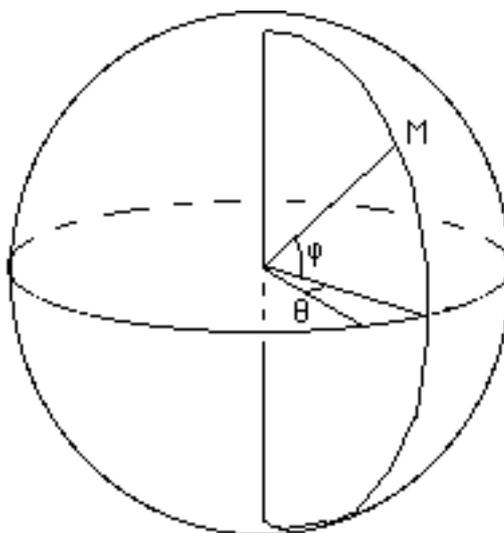
- Calculer le tenseur géométrique **S**
- Calculer les géodésiques de la surface.

La géométrie de cette surface pourrait se calculer à partir d'une équation analogue à l'équation d'Einstein, du style :

$$\mathbf{S} = a \mathbf{T}$$

où a est une constante. En connaissant a priori le champ de température dans la tôle, donc le tenseur des tensions, on pourrait en déduire sa géométrie. La meilleure façon de "lire" cette géométrie serait d'analyser alors le système des géodésiques. Nous connaissons celles de la sphère (ses "grands cercles"). Les géodésiques d'un œuf sont différentes.

Pour décrire ces géodésiques nous aurons besoin de définir un système de coordonnées sur la surface. Pour la sphère, on pourra prendre le classique système azimut-site.



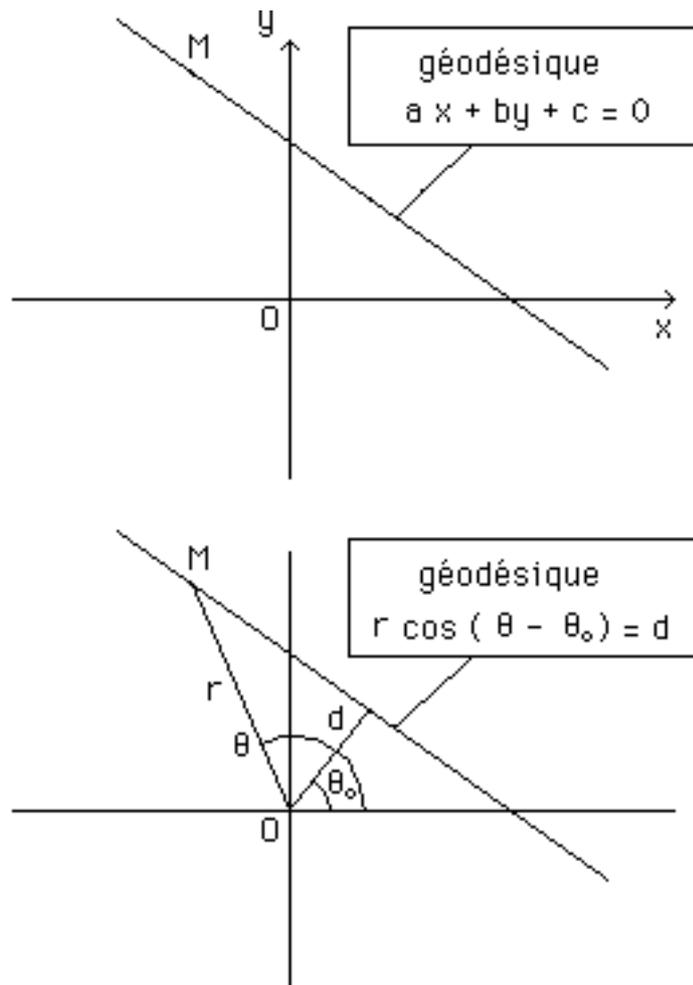
Dans ce système de coordonnées particulières, les géodésiques de la sphère correspondraient à certaines équations.

Sur cette sphère les courbes $\theta = \text{Cte}$ représentent la famille de géodésiques passant par deux points. Par contre les courbes $\varphi = \text{Cte}$ (parallèles) ne sont pas des géodésiques de la surface.

On pourrait aussi définir un système de coordonnées analogues et écrire les équations des géodésiques de la surface "œuf". Mais on remarque aussitôt une chose essentielle : *les géodésiques de la surface sont indépendantes des coordonnées que l'on choisit pour les décrire*, de même que les points d'une sphère, ou d'un œuf, existent, indépendamment du système de coordonnées utilisé pour les repérer.

De même, sur un plan, on peut représenter des points en coordonnées cartésiennes ou en coordonnées polaires. Les droites du plan sont des géodésiques.

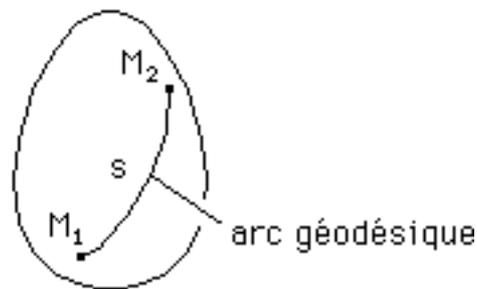
Une droite peut être décrite dans deux systèmes de coordonnées :



Il s'agit de la *même* géodésique, avec deux descriptions totalement différentes. Les droites du plan existent indépendamment de la manière dont on les décrit, du choix des coordonnées utilisées. Et on peut en imaginer... une infinité.

Alors, qu'est-ce qui est intrinsèque ? Réponse : la longueur s mesurée sur une droite (ou le long d'un contour curviligne quelconque). Entre deux points M_1 et M_2 d'une surface le trajet de longueur minimal est une géodésique.

De même la distance séparant deux points, sur une géodésique des objets "sphère" ou "œuf" est également une grandeur qui est indépendante du système de coordonnées choisies. Si on prend deux points M_1 et M_2 sur une surface et qu'on trace l'arc géodésique qui les joint, la longueur s mesurée le long de cet arc sera la même, quel que soit le système des coordonnées utilisé pour repérer les points.



Il en est de même pour l'hypersurface à quatre dimensions que nous appelons "univers". Elle possède son système de géodésiques, également invariantes par changement de coordonnées. Nous n'habitons pas dans un espace (x, y, z, t) avec des coordonnées de position et une coordonnée de temps, mais dans une hypersurface quadridimensionnelle qui peut être entièrement décrite par son réseau de géodésiques. Sur ces géodésiques il existe une longueur s qui est également invariante par changement de coordonnées. Les points de cette hypersurface ne sont plus des points de l'espace, mais des points d'une hypersurface espace-temps. On les appelle des *événements*. Deux événements distincts sont donc séparés par quelque chose qu'on appelle s . Mais qu'est-ce que c'est donc ?

C'est le temps propre .

Une trajectoire géodésique dans cette hypersurface espace-temps sépare deux événements M_1 et M_2 . Tout ce que je puis dire c'est que si j'avais utilisé un véhicule pour effectuer ce trajet dans l'espace temps, il se serait écoulé un laps de temps s , sur mon horloge de bord.

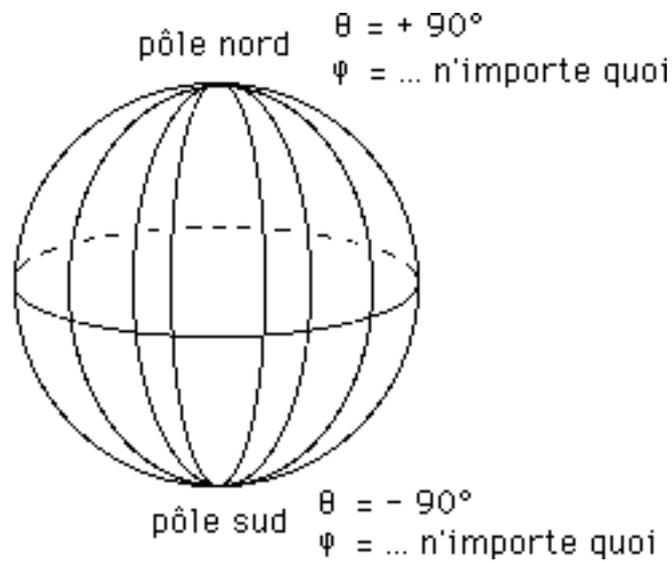
Un choix de coordonnées consiste à repérer les points de l'espace temps par des coordonnées d'espace (x, y, z) et une coordonnée de temps t . Mais comme ce choix est arbitraire cet espace et ce temps n'ont pas d'existence intrinsèque. Ce ne sont que des façons de "lire" la surface, de la parcourir. Seule contrainte : en fonction de l'hypothèse faite, on ne peut se déplacer que selon des géodésiques et sur ces dernières, la seule chose fiable à laquelle on peut s'accrocher, c'est le "temps propre écoulé" s , et non ce temps t , simple système de repérage chronologique (chronological marker).

Pour chaque choix du système de coordonnées, un système différent de lecture des événements, des phénomènes.

Les physiciens ont donc cherché un formalisme qui soit indépendant du choix des coordonnées. C'est l'essence du formalisme *tensoriel*. On ne peut pas en dire plus sur ce sujet, sous peine d'entrer dans des détails techniques relativement complexes.

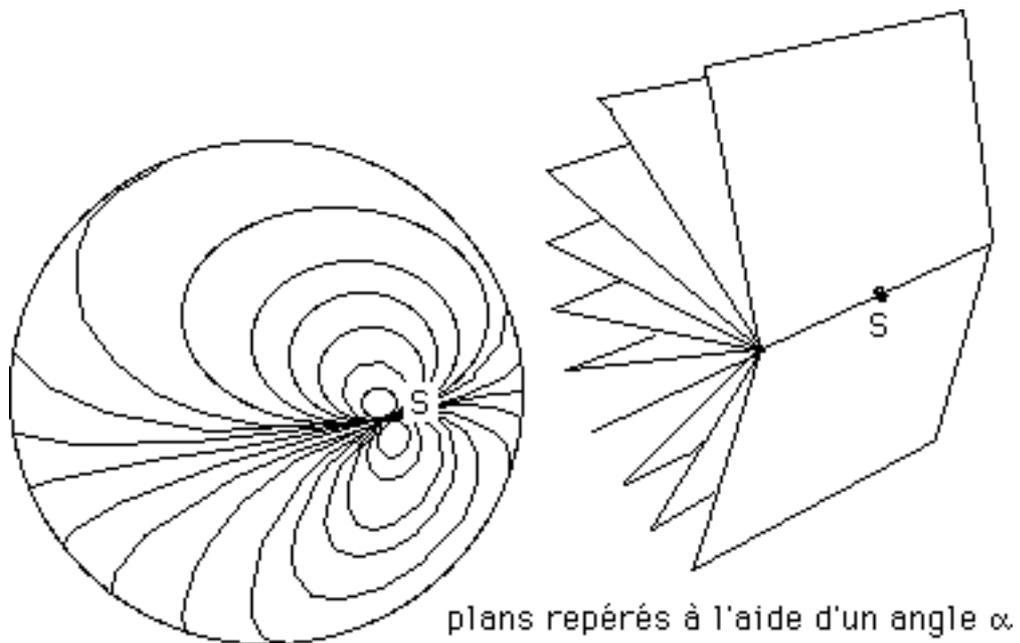
Le problème des singularités.

Sur une sphère, le choix de coordonnées angulaires classique introduit deux singularités polaires.

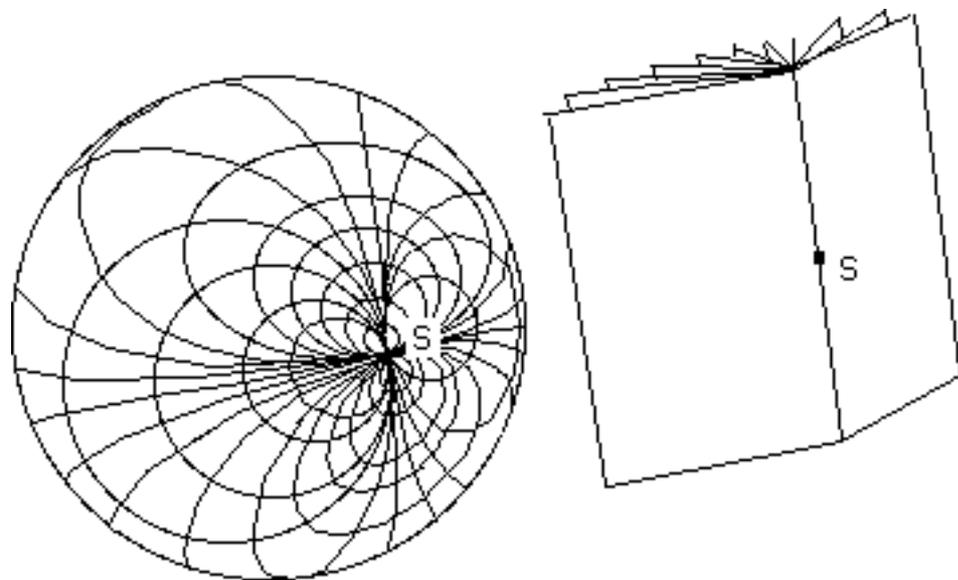


Impossible de cartographier une sphère sans introduire ce genre de singularités polaires.

A noter qu'on peut cartographier une sphère avec une singularité unique. On crée sur la sphère une première famille de courbes (des cercles) en la coupant par des plans, comme indiqué ci-après :

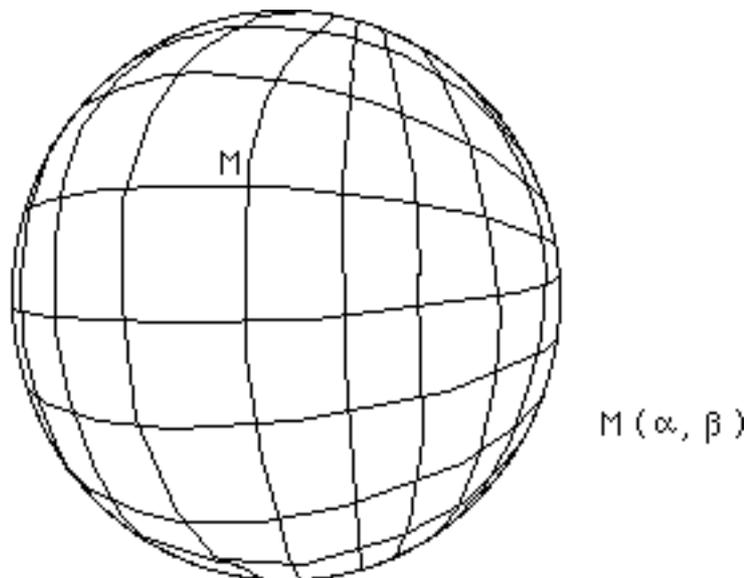


Puis une seconde famille :



plans repérés à l'aide d'un angle β

En dehors de cette unique singularité, pas de problème. Si on regardait cette sphère de l'autre côté, on verrait ceci :



En dehors de l'unique singularité S , on repère les points sans difficultés. Mais les valeurs des paramètres α et β définissant cette *singularité de maillage* S sont n'importe quoi...

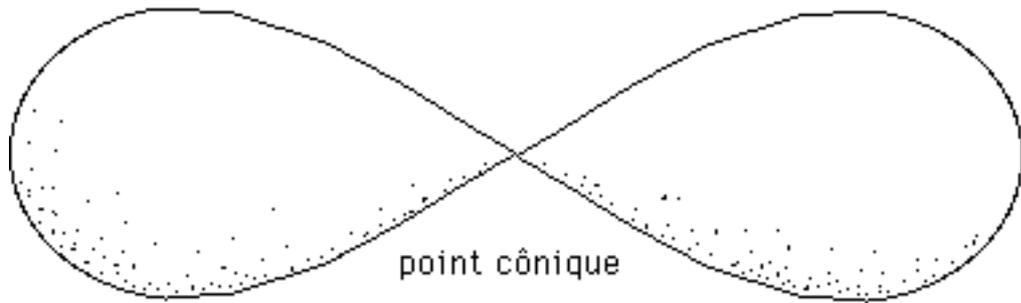
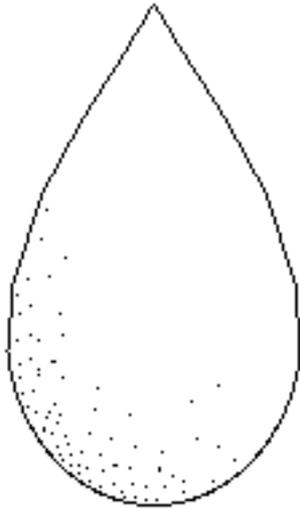
Pourtant une sphère n'est pas géométriquement, intrinsèquement singulière. Tournez une boule de billard en tous sens, ou un œuf, vous n'y découvrirez aucun point singulier.

Ces singularités-la ont donc été créées par le choix des coordonnées.

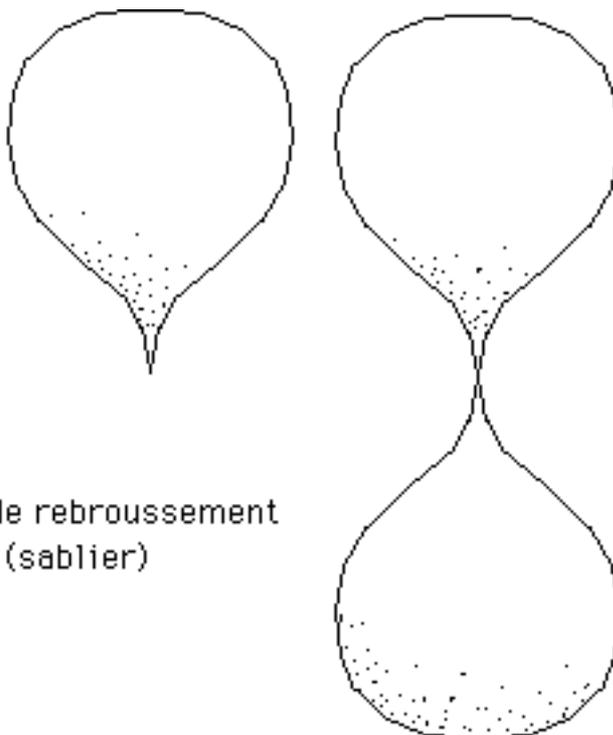


Il existera, par contre, de véritable singularités géométriques :

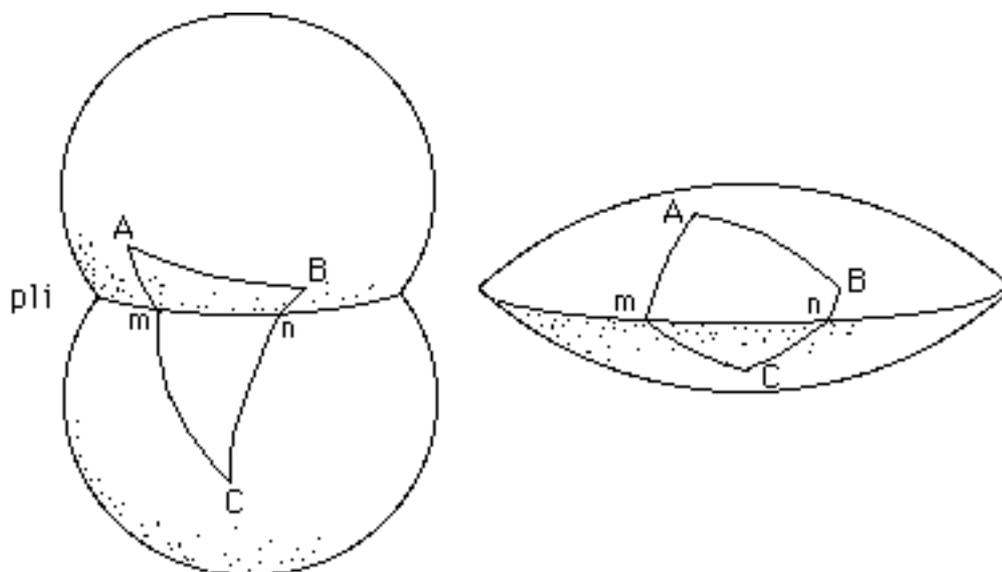
point cône



point cône



point de rebroussement
(sablier)



Etc....

Au passage le pli est une région particulière de la surface qui contient de la *courbure linéique*, à gauche négative, à droite, positive. A dessein on a fabriqué ces deux surfaces avec des calottes sphériques. L'objet final a la topologie de la sphère. Il possède donc une courbure totale égale à 4π . Supposons que l'objet de gauche ait été fabriqué avec deux fois trois quarts de sphère (partant de sphères de même rayon). Ces composants correspondent donc chacun à une courbure de 3π . Total 6π . On sait donc immédiatement combien le pli contient de courbure (négative) : -2π . Celle-ci est uniformément distribuée le long du pli circulaire. On sait donc calculer la somme des angles du triangle ABC. En mesurant sa surface on connaît d'abord la quantité de courbure (angulaire) qu'il contient C'est :

$$4\pi \times \frac{\text{surface du triangle}}{\text{surface de la sphère}}$$

Il faut retrancher la quantité de courbure contenue dans l'arc mn. C'est :

$$-2\pi \times \frac{\text{longueur arc mn}}{\text{périmètre du cercle-pli}}$$

La lentille a aussi la topologie de la sphère. Donc le pli contient une courbure linéique positive égale à 2π .

On peut également calculer la somme des angles du bizarre triangle ABC, qui est constitué par trois lignes géodésiques. Les géodésiques franchissent allègrement les plis. Vous n'avez qu'à faire l'expérience avec votre ruban adhésif.

L'arc mn contient la courbure linéique : Supposons que l'espèce de lentille indiquée plus haut ait été fabriquée avec deux quarts de sphères, identiques. Chacun contient une courbure égale à π . Donc, dans la surface (sans le pli) contient la courbure 2π .

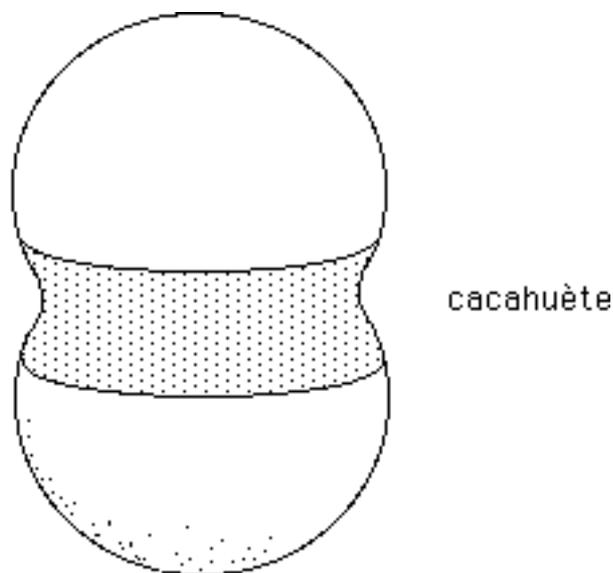
$$+ 2 \pi \times \frac{\text{longueur arc mn}}{\text{périmètre du cercle-pli}}$$

En comptabilisant la courbure angulaire contenue dans le triangle ABC et dans l'arc-pli on peut connaître l'écart, positif, à la somme euclidienne π .

On voit qu'on peut assez facilement jongler avec ces problèmes de courbure, pour les surfaces.

Une surface peut comporter des points singuliers ou des plis. Dans ce cas il s'agit de singularités réellement géométriques, intrinsèques, et non résultant d'un choix de coordonnées.

Au passage notons que cette courbure linéique pourrait être répartie sur une portion de surface. Par exemple, pour la figure de gauche, on obtiendrait :



$$+ 2 \pi \times \frac{\text{longueur arc mn}}{\text{périmètre du cercle-pli}}$$

C'est la démarche analogue à celle qui avait été présentée plus haut, où la courbure concentrée au sommet d'un cône avait été distribuée sur une calotte sphérique (cône émoussé). Si les deux calottes sphériques composant la surface ci-dessus représente par exemple chacune deux tiers de sphère, soit une courbure

$$4 \pi \times \frac{2}{3} \times 2 = \frac{16 \pi}{3}$$

La surface grisée contiendra une courbure négative C , uniformément distribuée, telle que :

$$C + \frac{16 \pi}{3} = 4 \pi \quad \text{soit} \quad C = - \frac{4 \pi}{3}$$

COSMOLOGIE page 10

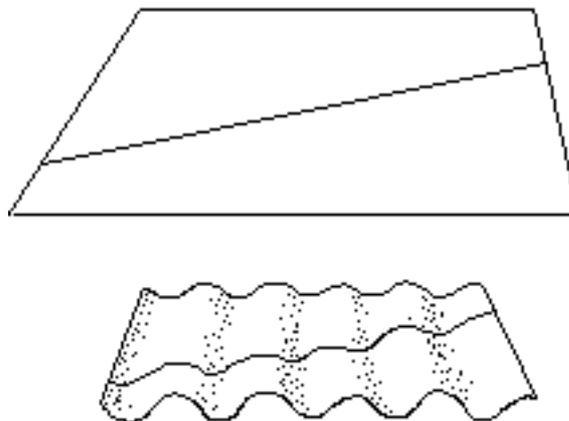
Espace de représentation.

On avait vu qu'un cylindre était une surface développable. Prenez maintenant une feuille de papier. C'est une surface plane, euclidienne. Ses géodésiques sont des droites. Tracez quelques droites sur cette feuille, puis chiffonnez-la.



Si vous pouviez rigidifier cette surface plane chiffonnée, vous vous apercevriez que cette opération n'a nullement modifié la distribution de ses géodésiques, que vous pourriez tracer de nouveau avec votre ruban adhésif. Vous avez simplement joué avec le mode de représentation de ce plan dans son espace de plongement tridimensionnel.

Une façon moins compliquée de procéder consiste à transformer une tôle en...tôle ondulée :



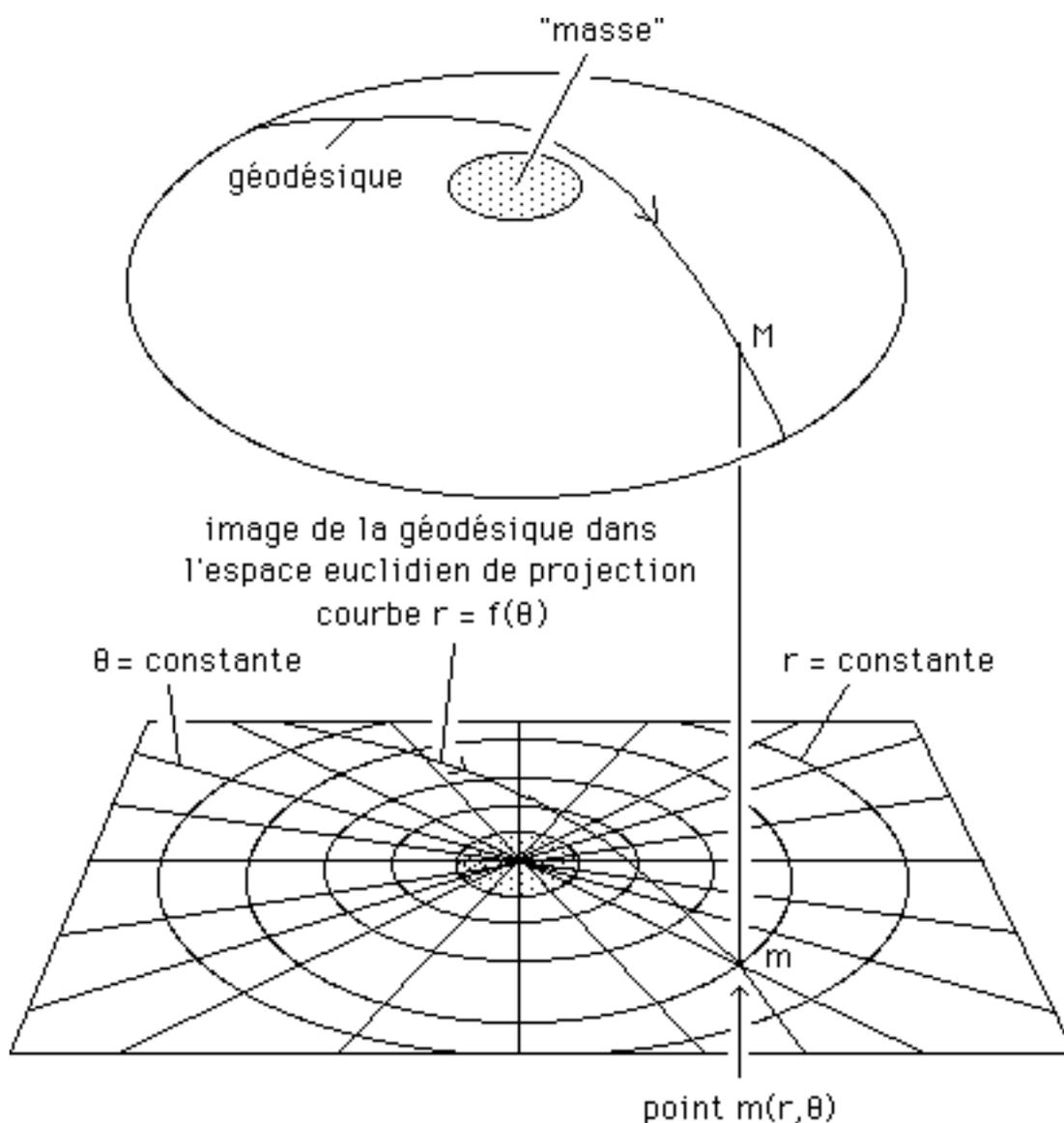
Géodésiques : inchangées.

Les objets géométriques existent indépendamment de la façon dont nous nous les représentons, indépendamment de leur *espace de représentation* .

Nous sommes censé habiter dans une "hypersurface quadridimensionnelle" : l'espace temps. La Relativité Générale consiste à essayer de construire sa géométrie, en tant que solution d'une équation de champ, puis à "lire" cette géométrie, en analysant les géodésiques de l'hypersurface. Il est évident qu'il n'est plus question alors d'espace de représentation. Pour ce faire il faudrait disposer d'une vision dans cinq dimensions, que nous ne possédons pas.

En pratique, nous utilisons des coordonnées qui sont celles de l'espace euclidien, de projection. Imaginons que nous recherchions une solution géométrique propre à décrire l'espace temps au voisinage d'un corps massif et à l'intérieur de celui-ci. Nous allons supposer que le système possède la symétrie sphérique. De plus nous supposerons que ce système est stationnaire (ou quasi-stationnaire).

Nous utiliserons alors les coordonnées sphériques (r, θ, φ) . En deux dimensions, nous n'en aurons que deux et notre symétrie sera circulaire. Nous utiliserons alors le système des coordonnées polaires du plan :



Ce modèle du corps émoussé est une image didactique 2d d'une solution stationnaire qui existe effectivement en Relativité Générale et qui a été inventée par l'autrichien Schwarzschild, en 1917, en tant que solution particulière de "l'équation d'Einstein" :

$$\mathbf{S} = \chi \mathbf{T}$$

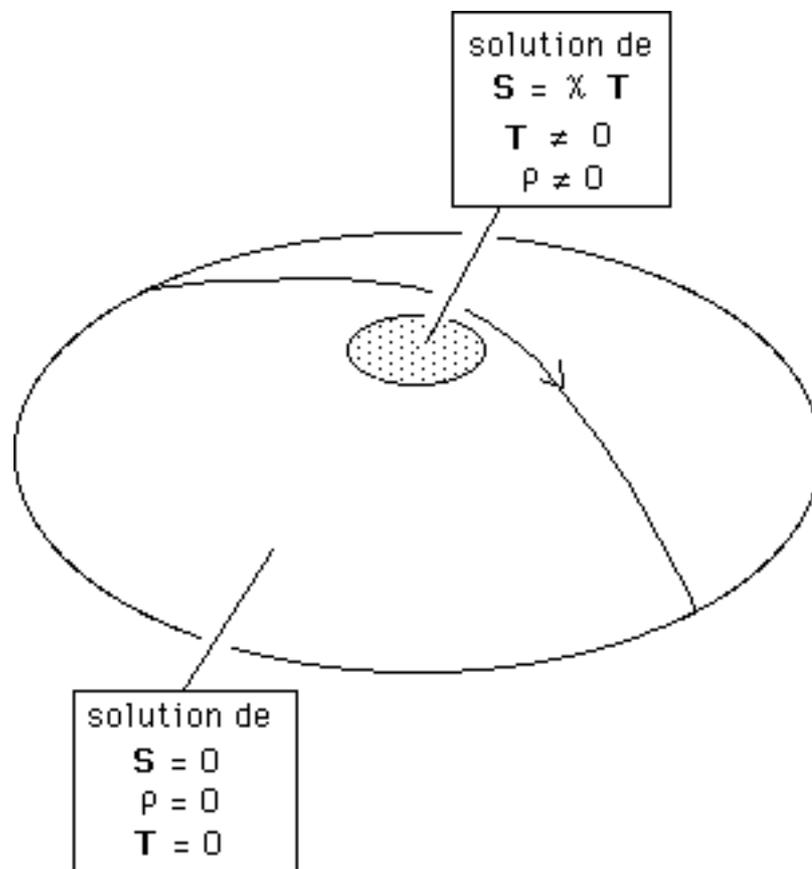
déjà présentée plus haut. Cette solution est intelligente et subtile. Au plan calcul, elle n'est pas simple à construire. Cette précision pour tenter de dissiper un mythe : celui d'un Einstein, génie isolé dans le monde de son temps, peuplé d'ignorants.

A partir de cette solution on montre alors qu'il existe, autour d'une masse possédant la symétrie sphérique des géodésiques *planes*, situées dans des plans, et on sait calculer leur forme : $r = f(\theta)$. Ces trajectoires (ou du moins leur projection dans notre espace mental de représentation, euclidien) sont "quasi Keplériennes" et les lois de Kepler apparaissent alors comme une approximation, lorsque la masse qui crée cette géométrie (dans la vision newtonienne, cette "force") reste modérée, c'est à dire que la courbure locale, dans cette masse, reste faible.

Cette solution est un des pivots de la Relativité Générale et, bien que cela ne puisse pas être évoqué par de simples images didactiques comme celles que nous offrons au lecteur, c'est elle qui permet de prévoir et de calculer par exemple l'avance du périhélie de Mercure. Einstein se servit de cette solution pour expliquer cet effet, déjà connu et récolta du même coup tous les lauriers de ce qu'on appela désormais "la théorie d'Einstein". Pourquoi Schwarzschild n'exploita-t-il pas lui-même sa découverte ? Parce qu'il tint absolument à s'engager et à partir sur les tranchées, où il fut gazé et mourut peu après.

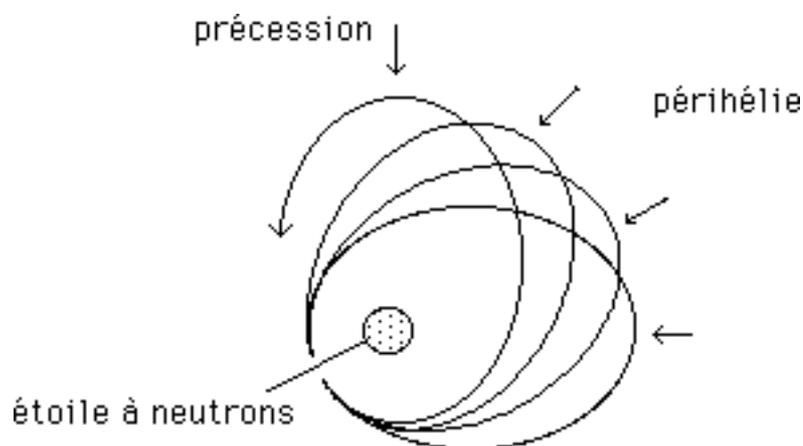
On n'est d'ailleurs pas très sûr que cette célèbre équation d'Einstein est bien de lui. Apparemment elle lui aurait été suggérée par le grand mathématicien Hilberth. Einstein n'accueillit pas non plus avec enthousiasme la découverte ultérieure du russe Friedmann, qui découvrit, lui, la solution instationnaire de l'équation de champ permettant de décrire l'évolution de l'univers. Même chose, en 1921 pour les travaux du jeune mathématicien Kaluza, dont les travaux, redécouverts, constituent maintenant le point de départ de la théorie des supercordes. Ces choses sont scientifiquement de peu d'intérêt et ne diminuent en rien la valeur d'Einstein, mais montrent que l'esprit sportif ne va pas forcément avec la valeur scientifique d'un individu.

Dans la solution développée par Schwarzschild, techniquement, l'espace est en deux parties. A l'intérieur de l'astre la densité de matière ρ est supposée constante. Le tenseur énergie-matière \mathbf{T} , qui en dépend, est également non nul. A l'extérieur ρ et \mathbf{T} sont nuls.



Cette géométrie composite est donc solution de deux équations différentes, avec ou sans second membre. La densité de matière présente une discontinuité à la surface de l'astre (c'est également le cas pour le couple solution de Schwarzschild "intérieure" et solution de Schwarzschild "extérieure". Dans ce cas l'astre est une sphère de densité constante et celle-ci tombe brutalement à zéro à la surface de l'astre). Mais la continuité des géodésiques peut néanmoins être assurée, à travers des conditions mathématiques dont l'image a été donnée plus haut (raccord tronc de cône-calotte sphérique).

Lorsque la masse devient importante et les effets de courbure prononcés, les trajectoires s'écartent alors plus nettement du modèle képlérien, par exemple au voisinage d'une étoile à neutrons. Ci-après l'avance du périhélie autour d'un tel astre (autour du soleil l'ellipse trajectoire de Mercure avance de 0,15 degré par siècle).



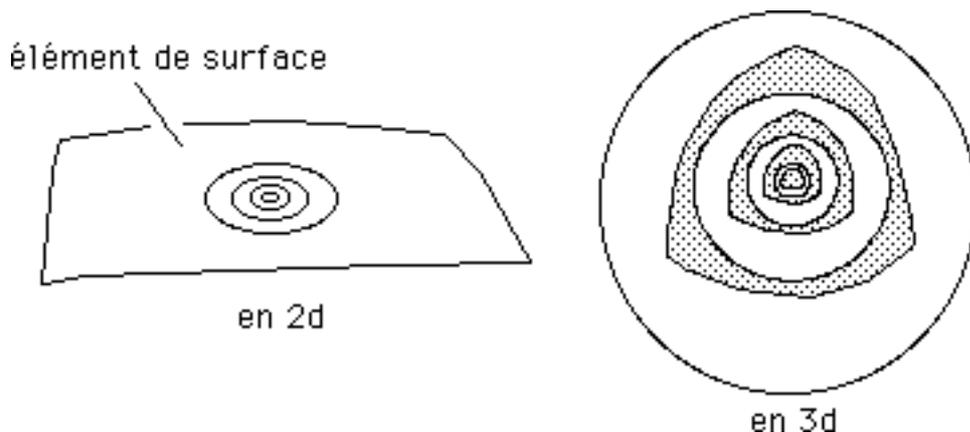
La formule et le programme qui permettent de calculer ces trajectoires n'ont d'ailleurs rien de

compliqué. Nous les donneront un jour sur ce site, pour les curieux.

En ce moment nous posons quelques jalons géométriques en vue de discussions ultérieures, tout en rappelant que les modèles indiquées n'ont qu'un caractère indicatif.

Eventuels problèmes posés par un choix de coordonnées.

Nous allons évoquer les risques encourus en plaquant un système de coordonnées sur une solution géométrique, en exprimant cette solution dans ce système de coordonnées particulier : encore faut-il que celui-ci soit adéquat. Quand nous regardons la solution ci-dessus, en supposant que cette géométrie soit solution d'une équation de champ, le recours à un système de coordonnées (r, θ) présupposait que la topologie était "localement sphérique", en deux dimensions, bien sûr. C'est à dire qu'à l'intérieur de tout cercle "centré sur ce centre géométrique hypothétique on pouvait toujours inscrire un cercle plus petit, jusqu'à ce que ce cercle devienne un point. Mathématiquement on dirait que tout cercle de rayon r délimite une "cellule contractile".



En 3d, localement, l'univers serait "en poupées russes". A l'intérieur d'une sphère on pourrait toujours inscrire une sphère d'aire plus faible. En 3d, il s'agit d'une topologie localement sphérique.

Peut-il en être autrement ?

Oui, si la topologie de la surface est "localement torique". En 2d cela donne ceci :

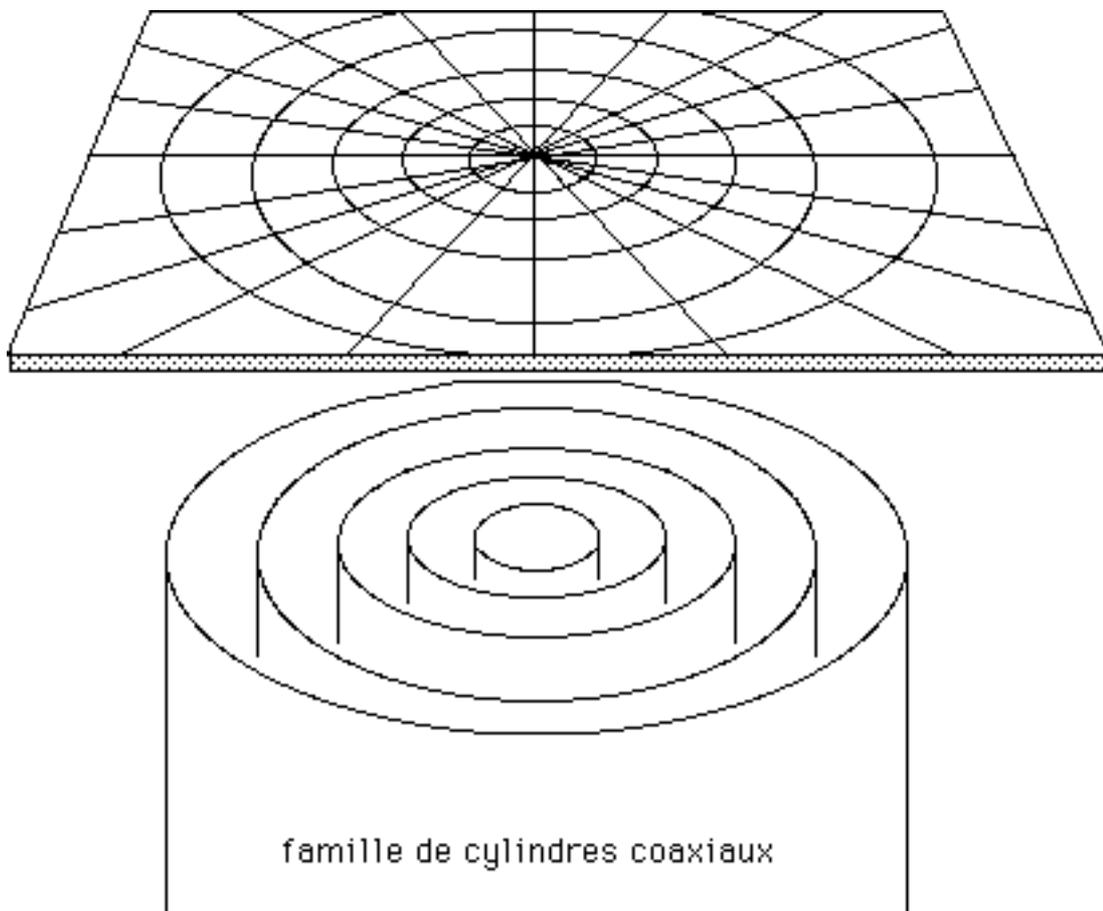


Remarque : l'objet de la figureci-dessus est une surface 2d au sens où il faut deux paramètres pour y repérer la position d'un point. En ce sens une courbe est une "surface à une dimension". Quand il parlera du cercle, le géomètre emploiera l'expression "sphère S1", c'est à dire "sphère à une seule dimension" : il ne faut qu'un unique paramètre, l'abscisse, pour repérer un point sur une courbe, objet unidimensionnel. La sphère S2, la sphère "ordinaire" et le cercle, la sphère S1 on quelque chose en commun : ce sont des objets "fermés" (concept alors emprunté à la topologie).

Ce nombre de quantités servant à définir la position d'un point dans un espace est précisément la définition de la *dimension* de cet espace. Ainsi considèrera-t-on l'espace temps (x,y,z,t) comme une hypersurface à quatre dimensions, parce qu'il faut quatre quantités pour y définir un point, dit "événement".

Fin de cette remarque sur le concept de dimension.

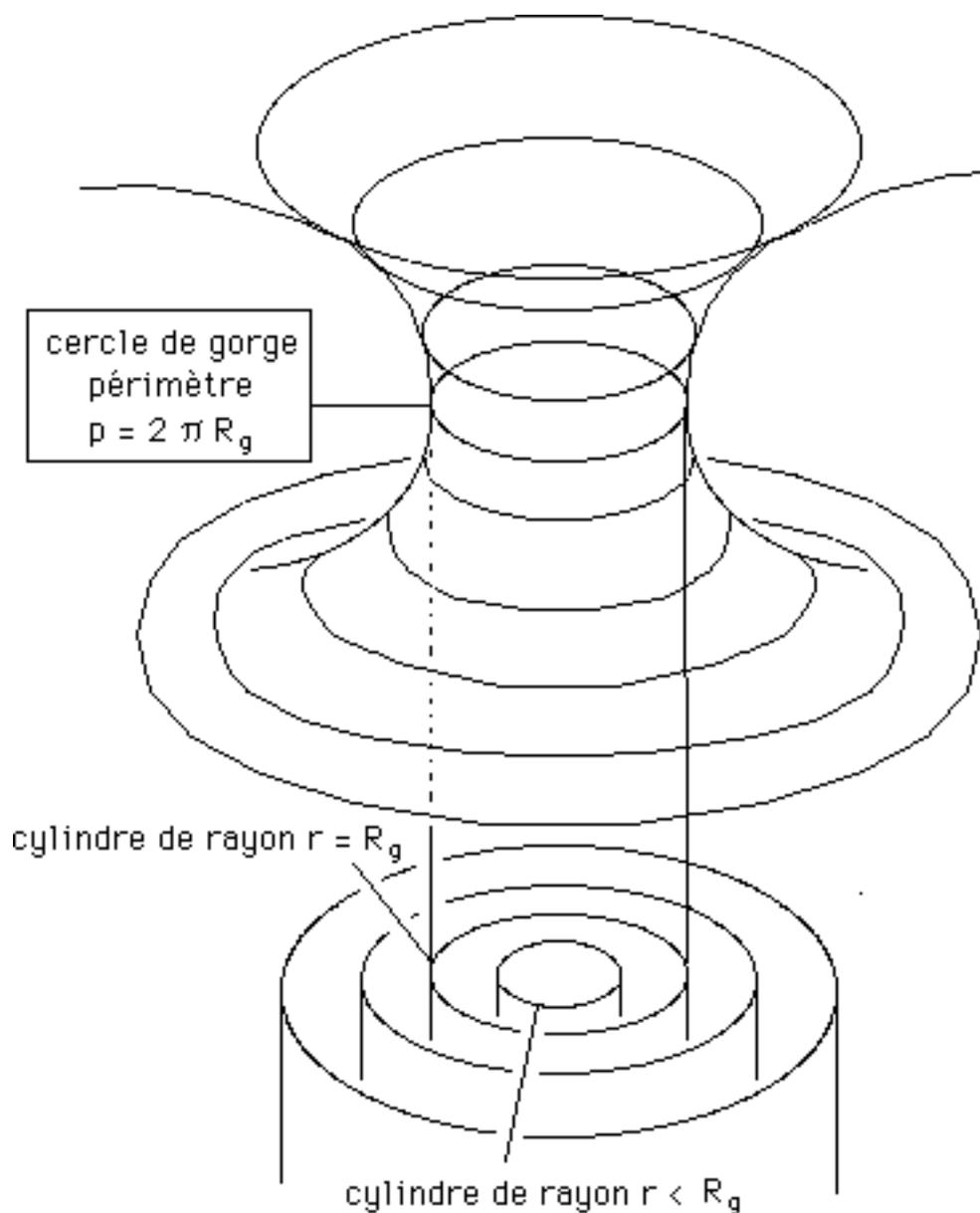
Il faut bien garder une chose en tête. Le géomètre qui construit une solution particulière d'une équation de champ est aveugle, il ne peut pas *voir* l'objet géométrique qu'il obtient. Il ne peut que l'explorer, à travers ses géodésiques, en décrivant celles-ci dans un système de coordonnées particulières. Les coordonnées polaires de tout à l'heure correspondaient à l'intersection de la surface par une famille de cylindres coaxiaux :



et par une famille de plans passant par l'axe commun de ceux-ci.

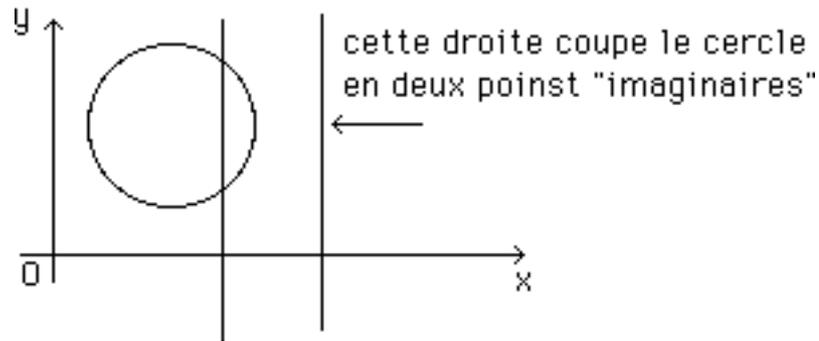
En 3d il s'agirait de l'intersection de l'espace par une famille de sphères concentriques.

...Mais que se passe-t-il si on coupe la surface présentant cette sorte de pont tubulaire par une famille de cylindres concentriques ? Tant que les cylindres coupent la surface, ça va. Mais quand leur périmètre devient inférieur à celui du "cercle de gorge" ces sections deviennent des ... courbes imaginaires. Soit p le périmètre du cercle de gorge. Associons-le à une longueur R_g telle que $p = 2 \pi R_g$.



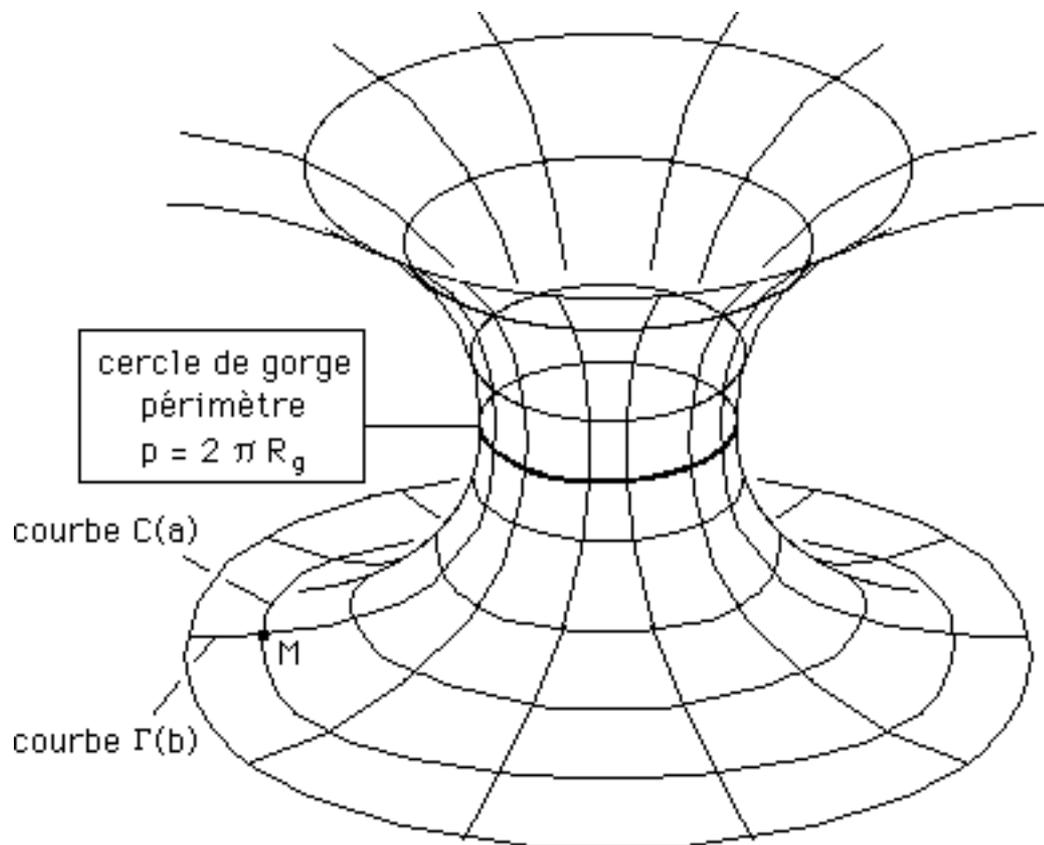
Il est clair que tout cylindre de la famille tel que $r < R_g$ ne coupe pas la surface. Lorsque le géomètre s'intéressera à l'allure des géodésiques de la surface pour $r < R_g$ il trouvera des objets géométriques imaginaires.

Quand on cherche l'intersection de deux points avec une droite, correspondant par exemple à $x = x_0$ on trouve deux valeurs réelles, pour y , lorsque la droite coupe effectivement le cercle. Sinon ces valeurs sont imaginaires pures.



Si un homme, qui explore une surface dans l'obscurité, sans pouvoir en percevoir la *forme*, qu'il ignore que la topologie de celle-ci est *localement torique*, il pourra être extrêmement déconcerté.

La surface peut être repérée à l'aide de deux familles de courbes :

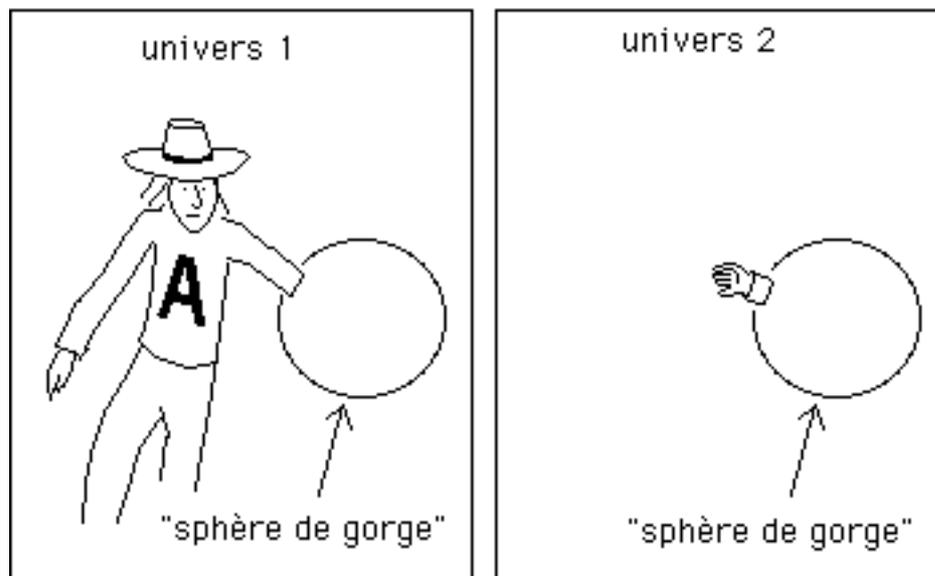


Chaque courbe est définie par un paramètre. Un point M , à l'intersection de ces deux courbes, est bien défini par deux quantités (a,b) , les deux valeurs des courbes passant par M .

La première est constituée par des cercles qui ne sont pas des géodésiques de la surface (sauf le cercle de gorge), la seconde par des géodésiques, d'allure hyperbolique, orthogonales à ces cercles. Les courbes hyperboliques évoquent des trajectoires plongeantes, qui permettent de passer d'une nappe à une autre.

On peut évidemment avoir la même situation pour une espace 3d, localement hypertorique. Les cercles seront remplacés par une famille de sphère, parmi lesquels on trouvera une *sphère de*

gorge , d'aire minimale. Les lignes constituant les trajectoires orthogonales à cette famille de sphères constituent des trajectoires plongeantes permettant de passer par ce tunnel hypertorique et de réapparaître dans une autre nappe (ou feuillet) 3d.



Cette remarque n'est pas gratuite. On aura l'occasion d'y revenir lorsqu'on mettra le modèle du trou noir en examen. En effet, dans ce modèle, lorsqu'on pénètre "à l'intérieur de la sphère horizon" la masse d'une particule devient... imaginaire pure (cela et bien d'autres choses encore). On est alors en droit de se demander si on est encore dans l'hypersurface espace-temps. Le choix particulier de coordonnées

$$(t, r, \theta, \varphi)$$

qui implique une topologie *localement hypersphérique* (existence d'une coordonnée radiale r , capable de prendre des valeurs inférieure au rayon de la sphère horizon, de la sphère de Schwarzschild) serait-il pertinent?

Un astrophysicien connu écrivait, il y a quelques années :

- *Nous en savons maintenant beaucoup plus sur l'intérieur des trous noirs.*

Mais les trous noirs, s'ils existent, ont-ils un intérieur, ou correspondent-ils à une topologie localement hypertorique ?

On voit tout ce que peut induire un choix de système de coordonnées. La solution géométrique existe. Elle possède des géodésiques. Mais nous ne savons "lire" tout ceci qu'en projetant dans notre espace mental de représentation : un espace temps euclidien, qui n'est même pas relativiste. Choisir un système de coordonnées, c'est choisir un système de lecture, un système de projection.

Tels les personnages de Platon, nous ne pouvons qu'observer des ombres sur un "écran

euclidien". Encore faut-il choisir le bon objectif du "système de projection".

bien qu'on n'ait jamais eu la
preuve formelle de celle-ci, les
scientifiques ne doutent plus
maintenant de l'existence des
trous noirs

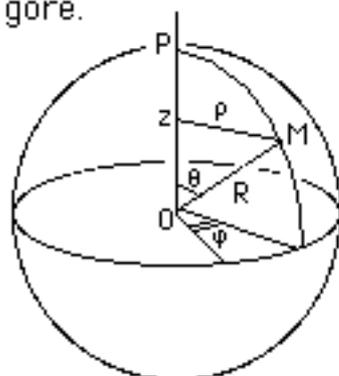


Le passage qui va suivre va être présente en encadré, parce que, dérogeant à la règle que nous nous sommes imposée dans cette première partie, où on souhaite toucher le plus large public possible, nous allons faire un peu de trigonométrie, d'algèbre, introduire une ou deux différentielles, bref quitter la géométrie purement visuelle. Certains trouveront cela facile et éclairant, d'autres abscons, question de bagage. Si tout cela vous rebute, ou vous déconcerte, sautez carrément cette partie encadrée, et passez à la suite. Elle n'est d'ailleurs nullement indispensable pour comprendre la suite du récit. SI VOUS LE SOUHAITEZ VOUS POUVEZ SAUTER A LA PAGE.15.....

Métrie et signature

1

En restant dans le domaine des surfaces 2d, à quoi ressemble une métrique, par exemple celle d'une simple sphère ? C'est, dans un système de coordonnées choisi, l'expression du théorème de Pythagore.

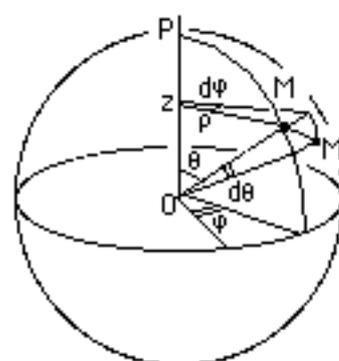


Voici le système de coordonnées (θ, φ)

permettent de repérer la position d'un point M sur la sphère. R est le rayon de celle-ci.

$$\rho = R \sin \varphi = OZ = \text{distance à l'axe.}$$

Envisageons maintenant un déplacement élémentaire $(d\theta, d\varphi)$, qui fait passer du point M au point M'.



Le déplacement MM' est en quelque sorte la diagonale d'un mini-rectangle, en confondant au voisinage de M la surface de la sphère avec son plan tangent.

M	M ₁	posons $ds = MM'$
		$MM_2 = R d\theta$
M ₂	M'	$MM_1 = \rho d\varphi = R \sin \theta d\varphi$

$$MM'^2 = MM_2^2 + MM_1^2 \text{ (Pythagore)}$$

$$ds^2 = R^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

est la métrique de la sphère S_2 , exprimée avec les coordonnées (θ, φ) . Mais on pourrait faire n'importe quel changement de coordonnées :

$$\zeta = \zeta(\theta, \varphi) \quad \xi = \xi(\theta, \varphi)$$

(θ, φ) . Mais on pourrait faire n'importe quel changement de coordonnées :

$$\zeta = \zeta(\theta, \varphi) \quad \xi = \xi(\theta, \varphi)$$

ou, en fait, en utilisant les expressions inverses :

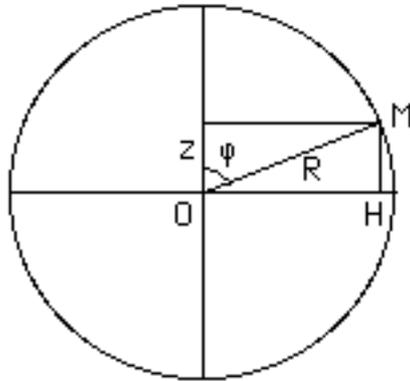
$$\theta = \theta(\zeta, \xi) \quad \varphi = \varphi(\zeta, \xi)$$

avec :

$$d\theta = \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} d\zeta + \frac{\partial \theta}{\partial \xi} d\xi$$

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} d\zeta + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} d\xi$$

On trouverait une nouvelle expression de la métrique de la sphère dans ce nouveau système de coordonnées. Vous pourrez en imaginer autant que vous le voudrez. Mais le nouveau jeu de coordonnées ne pourra pas être utilisé sans précautions. Décidons par exemple de remplacer l'angle ψ par la cote z du point.



$$z = R \cos \psi$$

$$dz = R \sin \psi d\psi$$

$$d\psi = \frac{dz}{R \sin \psi}$$

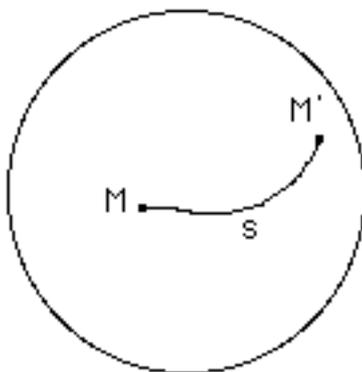
$$\sin \psi = \frac{OH}{OM} = \frac{OH}{R} = \frac{\sqrt{R^2 - z^2}}{R}$$

$$d\psi = \frac{dz}{\sqrt{R^2 - z^2}}$$

$$ds^2 = R^2 d\theta^2 + R^2 \sin^2 \theta d\psi^2 = R^2 d\theta^2 + \frac{R^2}{R^2 - z^2} dz^2$$

Le point M correspond aux coordonnées (θ, ψ) ou, indifféremment, aux coordonnées (θ, z)

Le point M' correspond aux coordonnées (θ', ψ') ou, indifféremment, aux coordonnées (θ', z')



Il s'agit du même couple de points, sur la même surface, entre lesquels je peux tracer une courbe, où le chemin parcouru sera s . Celle-ci ne sera pas nécessairement un arc géodésique (mais dans la pratique seuls les trajets géodésiques retiendront notre intérêt).

Je pourrais calculer la longueur de ce trajet MM' en intégrant ds et en utilisant l'un ou l'autre des systèmes de coordonnées, des façons de repérer les points. Mais ces points, la courbe qu'on a tracée pour les joindre et la longueur du chemin parcouru *existent* indépendamment du système de coordonnées choisi et en décrivant l'un ou l'autre des systèmes de coordonnées, des façons de repérer les points. Mais ces points, la courbe qu'on a tracée pour les joindre et la longueur du chemin parcouru *existent* indépendamment du système de coordonnées choisi pour décrire ces points et ce trajet.

Ceci étant, j'ai deux expressions de la métrique de la sphère S_2

$$(1) \quad ds^2 = R^2 d\theta^2 + R^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

$$(2) \quad ds^2 = R^2 d\theta^2 + \frac{R^2}{R^2 - z^2} dz^2$$

Le carré de l'élément de longueur est, dans les deux cas, un polynôme de degré deux selon les accroissements élémentaires des variables : $(d\theta, d\phi)$ ou $(d\theta, dz)$, ce qui signifie que cette métrique est Riemannienne.

Je pourrais imaginer un changement de variables (η, ϕ) tel qu'apparaissent des termes croisés $d\eta d\phi$ mais, inversement, je peux me débrouiller pour que les termes croisés disparaissent. Les signes des termes du second membre des expressions (1) et (2) constituent ce qu'on appelle la **signature** de la métrique.

On la notera ici : $(+, +)$

Un **espace Euclidien** est un espace défini par une métrique où on peut trouver un système de coordonnées où les coefficients des termes du second membre deviennent des constantes, qu'on peut rendre égales à l'unité.

Ainsi, la métrique de l'espace euclidien à deux dimensions est

$$(3) \quad ds^2 = dx^2 + dy^2$$

Ceci étant, vous pourrez faire tous les changements de variable que vous voudrez, sur les formes (1) ou (2), vous n'obtiendrez jamais (3), parce que la sphère n'est pas un espace euclidien.

Il est clair que dans (1) je peux donner aux variables n'importe quelles valeurs, sans changer la signature $(+, +)$

Par contre, dans (2) cette signature sera conservée si et seulement si $z^2 < R^2$. Dans le cas contraire, je quitte la surface.

Nous sommes partis d'un objet bien défini : une surface fermée appelée sphère. Nous l'avons décrite dans un système de coordonnées "sans problèmes". Puis nous avons décidé d'en employer un

appelée sphère. Nous l'avons décrite dans un système de coordonnées "sans problèmes". Puis nous avons décidé d'en employer un

autre, plus "problématique".

Mais tout dépend de ce dont on parle. Un mathématicien pourra très bien s'intéresser à l'objet géométrique décrit par :

$$ds^2 = R^2 d\theta^2 + \frac{R^2}{R^2 - z^2} dz^2 \quad z^2 > R^2$$

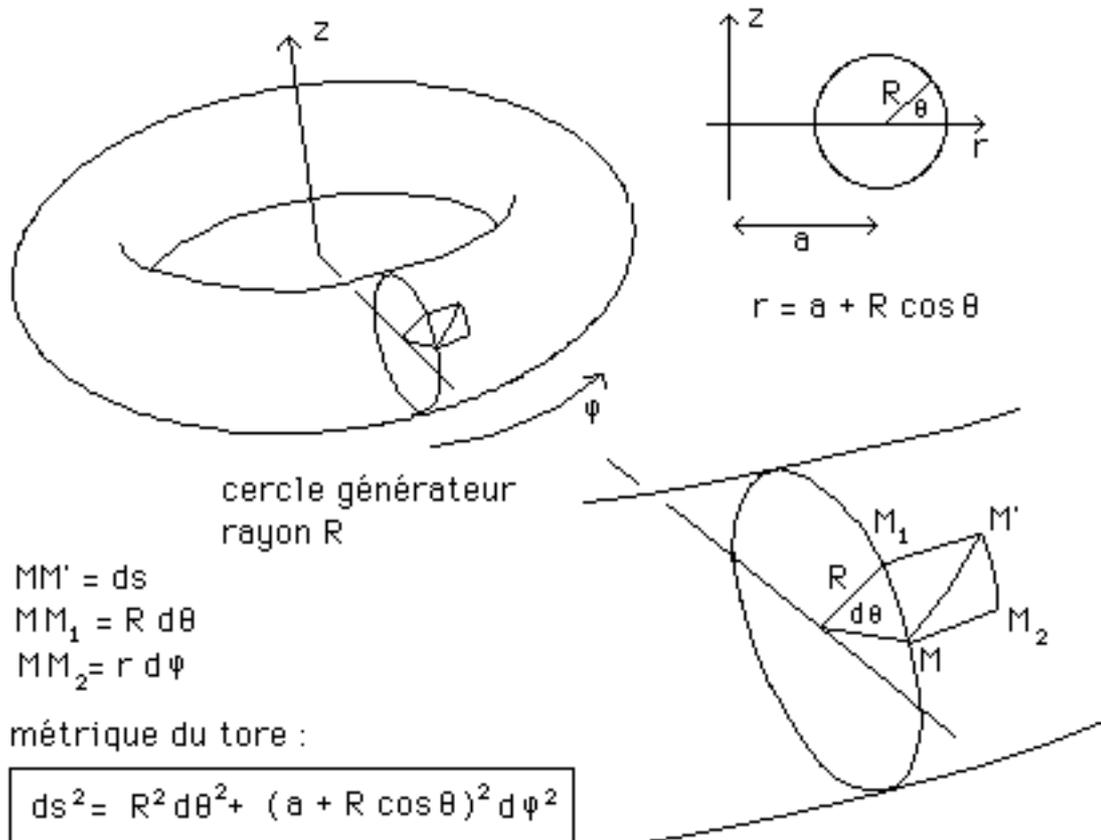
En mathématiques "tout existe". Dans une école des Beaux-Arts, non. Dans l'objet ci-dessus, étant donné que le second terme du second membre est alors négatif, il existe dans cet "objet" des trajets... de longueur nulle, qui joignent cependant des points distincts : ds peut être ... nul.

$$ds^2 = R^2 d\theta^2 - \frac{R^2}{z^2 - R^2} dz^2 \quad z^2 > R^2$$

Avant tout : de quoi parle-t-on ?

Le Tore.

Nous allons illustrer l'histoire de la figure 73 en traitant du tore T_2 . Un tore est une surface engendrée par la rotation d'un cercle, dit cercle générateur, autour d'un axe situé dans le même plan.



On peut changer de coordonnées et passer d'un système (ψ, θ) à un système (ψ, r)

$$\cos \theta = \frac{r-a}{R} \quad - \sin \theta \, d\theta = \frac{dr}{R} \quad d\theta^2 = \frac{dr^2}{R^2 \sin^2 \theta}$$

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1 - \left[\frac{r-a}{R} \right]^2} + r^2 d\psi^2$$

Autre expression de la métrique du tore, dans un autre système de coordonnées.

Mais, dans la première formulation, quelles que soient les valeurs des angles θ et ψ on est toujours dans la surface.

Alors que quand $(r-a)^2 > R^2$ on est en dehors de la surface.

On sera donc attentif, dans les métriques, aux changements de signes des termes.

NB : Il y a une autre façon de construire la métrique du tore.

Faites-le à titre d'exercice. En partant des paramètres θ et ψ construisez la représentation :

$x = x(\theta, \psi)$ puis différenciez et calculez :

$y = y(\theta, \psi)$ $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$

$z = z(\theta, \psi)$

vous retrouverez l'expression n°1 sans difficulté. C'est ce qu'on appelle une *métrique induite*.

Géodésiques.

Nous sommes à l'intérieur de ce qui s'appellerait, dans un article, un "encadré", c'est à dire une partie du discours où le niveau, par exemple, monte un peu. Nous avons donc mis quelques x , quelques y , des dérivées, des différentielles. Certains s'y seront trouvés à l'aise, d'autres, non. Ma foi, si ces lignes vous donnent le tournis refermez ce " tiroir " sans états d'âme. Tout ceci n'est pas indispensable à la compréhension de la suite. Mais si vous vous sentez d'attaque, pourquoi ne pas faire quelques pas de plus ?

Les géodésiques correspondent à un "problème d'extremal". Au sens où elles sont aussi le plus court chemin pour aller

d'attaque, pourquoi ne pas faire quelques pas de plus ?

Les géodésiques correspondent à un "problème d'extremal".
 Au sens où elles sont aussi le plus court chemin pour aller
 d'un point à un autre, sur la surface.

6

Nous avons exprimé la métrique du tore dans des coordonnées
 (ψ, θ) . C'est à dire sous une forme :

$$ds^2 = A(\psi, \theta) d\theta^2 + B(\theta, \psi) d\psi^2$$

divisons par ds :

$$1 = A(\psi, \theta) d\theta^2 + B(\theta, \psi) d\psi^2$$

$$(1) \quad 1 = A(\theta, \psi) \left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 + B(\theta, \psi) \left(\frac{d\psi}{ds}\right)^2$$

On peut alors poser :

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{ds} \quad \dot{\psi} = \frac{d\psi}{ds}$$

Si on pose :

$$F(\psi, \theta, \dot{\psi}, \dot{\theta}) = A(\theta, \psi) \left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 + B(\theta, \psi) \left(\frac{d\psi}{ds}\right)^2$$

on peut montrer (problème d'extremal de Lagrange) que les
 géodésiques correspondent à :

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{\theta}} \right) = \frac{\partial F}{\partial \theta} \quad \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{\psi}} \right) = \frac{\partial F}{\partial \psi}$$

et, plus généralement, avec $F = F(x^i, \dot{x}^i)$

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}^i} \right) = \frac{\partial F}{\partial x^i}$$

(équations de Lagrange). Dans le cas du tore, nous avons :

$$F(\theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}) = R^2 \dot{\psi}^2 + (a + R \cos \psi)^2 \dot{\theta}^2$$

Ce qui nous conduit aux trois équations :

$$(1) \quad R^2 \ddot{\psi} + (a + R \cos \psi)^2 \dot{\theta}^2 \sin \psi = 0$$

$$(2) \quad (a + R \cos \psi) \ddot{\theta} - 2 \sin \psi \dot{\theta} \dot{\psi} = 0$$

$$(3) \quad 1 = R^2 \dot{\psi}^2 + (a + R \cos \psi)^2 \dot{\theta}^2$$

Deux sous-solutions apparaissent immédiatement :

$$1) \theta = \text{Cte} \rightarrow 1 = R^2 \dot{\phi}^2 \rightarrow \dot{\phi} = \pm \frac{1}{R} \rightarrow \phi = \pm \frac{s}{R} + \text{cte}$$

ce sont les "méridiens" du tore.

$$2) \psi = \text{Cte} \rightarrow (a + R \cos \phi) \sin \phi = 0 \rightarrow \phi = \{ 0, \pi \}$$

$$\cos \phi = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} \theta = \pm \frac{s}{a - R} + \text{cte} \\ \theta = \pm \frac{s}{a + R} + \text{cte} \end{cases}$$

On obtient le cercle de gorge et le "cercle de jante". La résolution du système (1) + (2) + (3) fournirait la troisième famille : les géodésiques qui s'enroulent autour du tore.

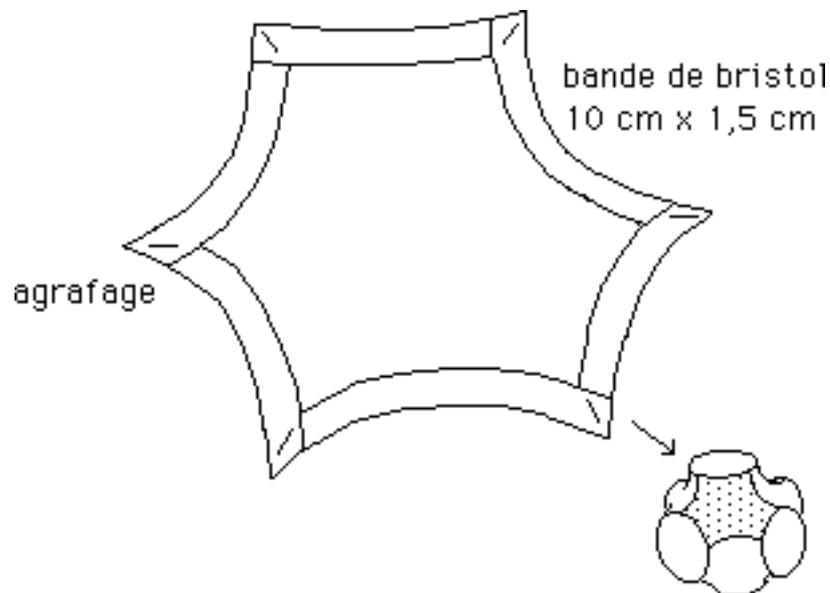
Le recours aux équations de Lagrange est la méthode classique employée pour déterminer les géodésiques liées à une métrique donnée. On notera au passage que le fait que le temps intervienne ou non n'a rien à voir à l'affaire.

Structure de l'espace-temps à l'échelle microscopique.

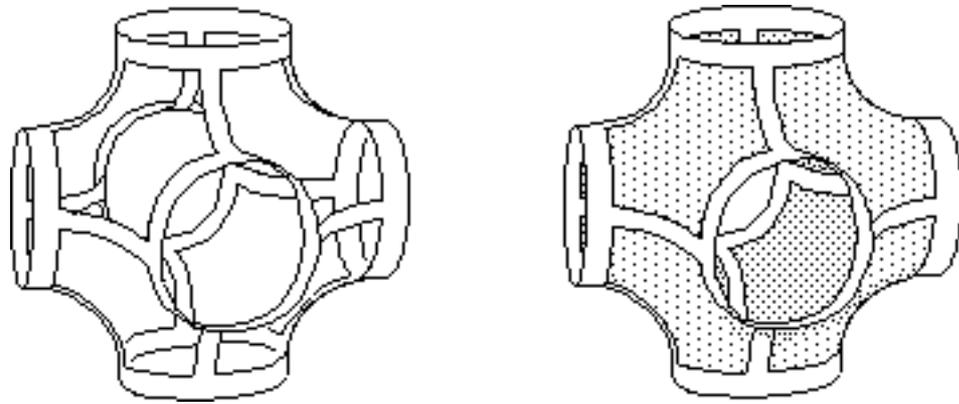
Nous ignorons tout de la structure de l'espace-temps à l'échelle microscopique. Nous faisons simplement l'hypothèse que c'est un continuum (en termes savants, une *variété différentiable*). Nous supposons également qu'en tout point la topologie de l'espace est hypersphérique. Pourtant, lorsque nous poussons cet espace temps dans ses derniers retranchements, nous nous heurtons à deux barrières : la longueur de Planck, 10^{-33} cm et le temps de Planck : 10^{-43} seconde. En deçà, plus rien n'a de sens.

On peut imaginer toutes les micro-textures possibles. Prenons par exemple un espace 3d. On peut le partager en deux domaines disjoints à l'aide de la surface décrite ci-après.

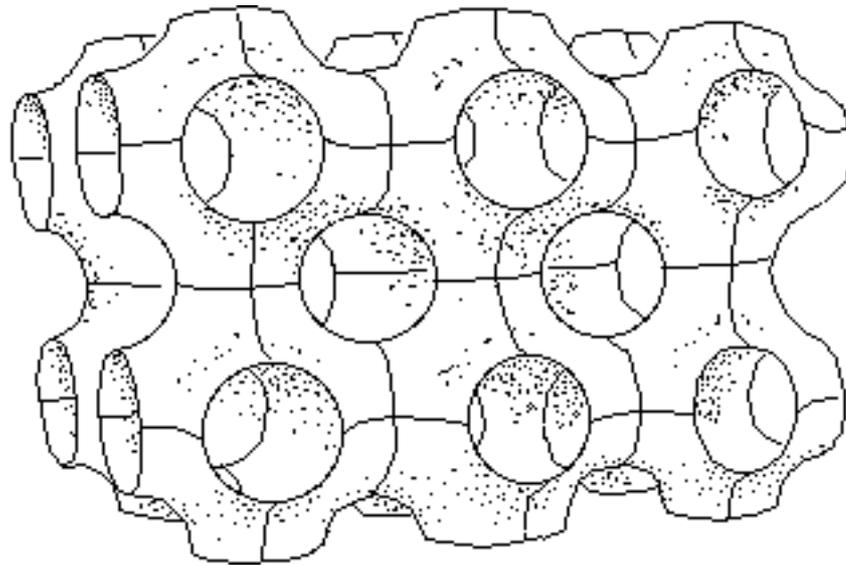
Vous pourrez la construire en utilisant des bandes de bristol souple de 10 cm par un cm, et une agrafeuse. Avec ce matériel vous pouvez fabriquer un "recta-hexagone" :



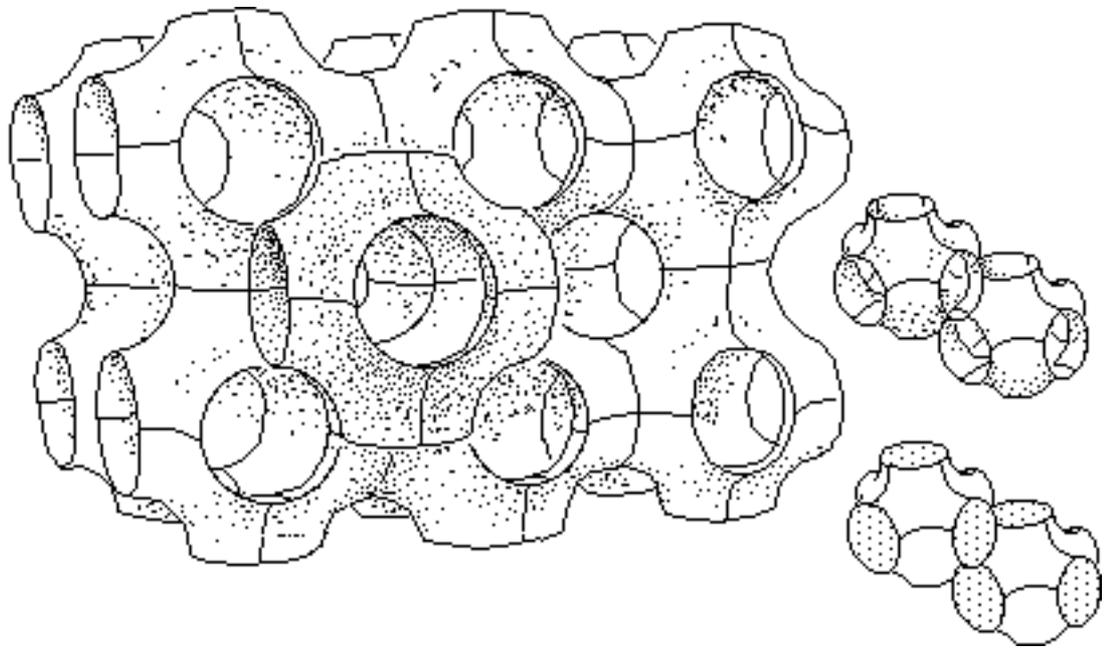
Avec ces étranges facettes, à courbure négative (puisque la somme des angles de cet hexagone excède la somme euclidienne) on peut fabriquer l'objet ci-après :



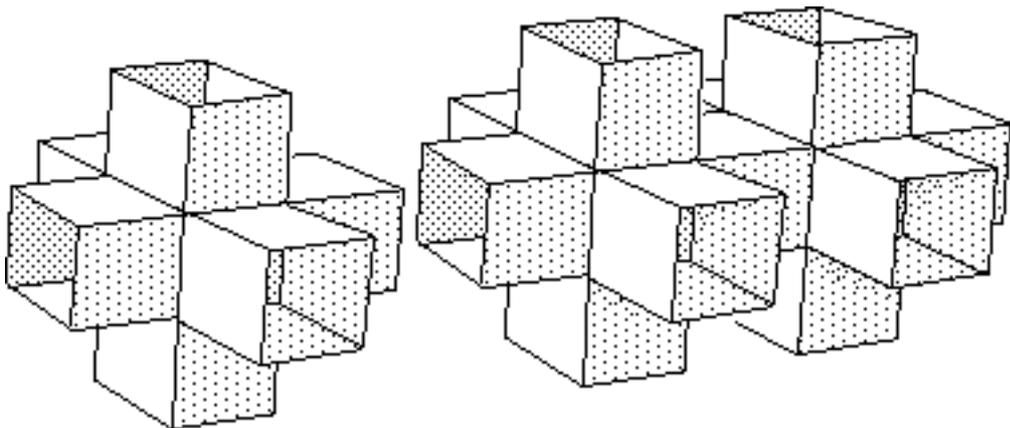
Une sorte d'élément d'un chauffage central original, avec six ouvertures, grâce auquel on peut fabriquer la surface (infinie) :



On remarquera au passage que les bande de bristol utilisées sont des géodésiques (circulaires) de cette surface. Celle-ci partage le volume 3d en deux. Les deux "demi-univers 3d" ont des géométries et des volumes identiques. On passe de l'un à l'autre par une translation :



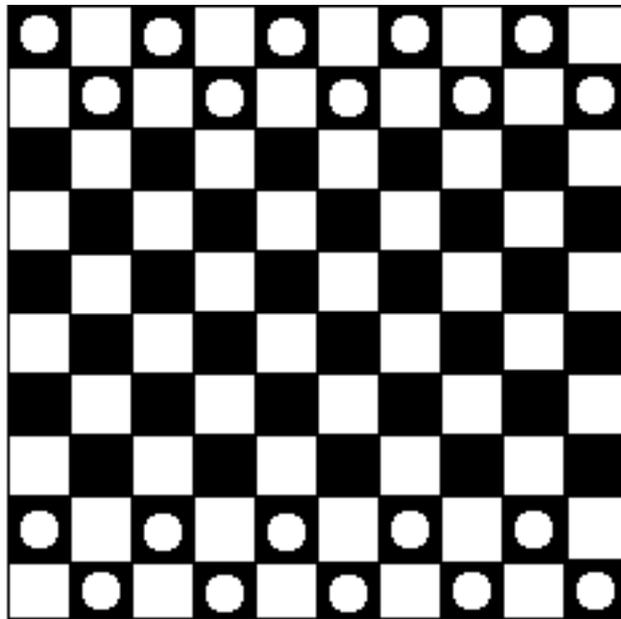
Pour ceux qui ont du mal à voir dans l'espace, il existe une version "polyédrique" de cette surface. Il suffit de construire des éléments qui ressemblent à la croix verte des pharmaciens, et de les assembler.



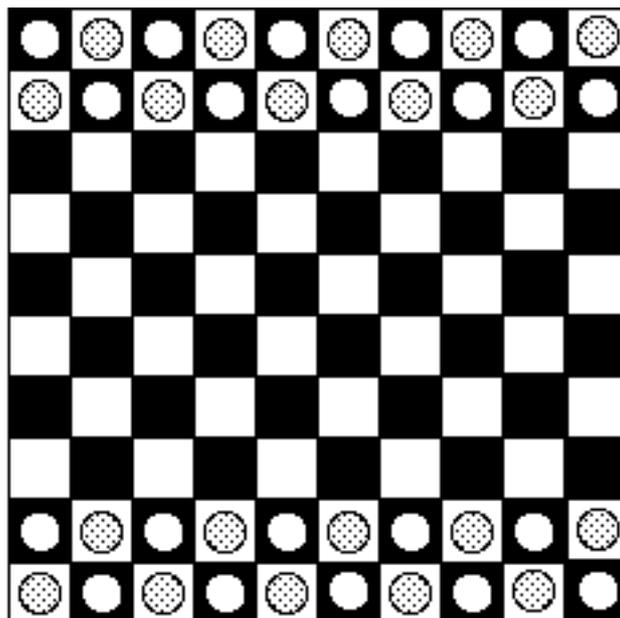
On obtient ainsi une surface qui partage l'espace 3d en deux volumes égaux, qui se déduisent également l'un de l'autre par translation.

Cette image nous permet d'imaginer à quoi pourraient ressembler deux univers 3d qui "cohabiteraient l'un dans l'autre". On pourrait y cheminer, mais les particules "habitant" dans ces deux univers ne se rencontreraient jamais.

L'image 2d d'une telle structure est simplement le jeu de dames. On sait qu'on y joue en déplaçant des pièces sur les cases noires.



Cela laisse la moitié de l'espace inutilisé. Dans un club assez encombré on pourrait donc faire se disputer deux parties simultanément en mettant les pièces d'un second couple de joueurs sur les cases blanches.



Les pièces des deux parties ne pourraient se prendre.

L'énigme du solar neutrino deficit.

En Relativité Générale classique on suppose implicitement que l'univers est composé d'un unique feuillet. Rien n'indique, disent certains, qu'il soit nécessaire d'envisager une configuration différente.

Voire.

Les réaction de fusion qui sont à l'oeuvre dans le coeur du soleil produisent de l'énergie sous forme :

- De photons
- De neutrinos.

Les neutrinos interagissent très peu avec la matière, ils quittent donc le soleil sans encombre. L'énergie sous forme de photons transite péniblement vers la surface du soleil, la chromosphère, au rythme d'absorptions et de réémissions successives et grâce à la convection qui règne dans l'astre. Quand cette énergie atteint la chromosphère elle est émise sous forme de photons.

Sur Terre nous captions donc, modulo ce retard, photons et neutrinos. Jusqu'à une date assez récente on ne savait pas mesurer ce flux de neutrinos, bien que chaque centimètre cube de notre personne soit traversé chaque seconde, sauf erreur par dix milliards de neutrinos.

La mesure de ce flux a révélé un fait troublant. On ne capte qu'environ la moitié des neutrinos attendus. C'est le solar neutrino déficit, le déficit en neutrinos solaires. Il faudra absolument trouver un jour une explication à ce phénomène sinon c'est toute notre connaissance de la dynamique du soleil (et des étoiles) qui s'effondre.

Dans mon dernier livre, paru aux Editions Albin Michel, intitulé "on a perdu la moitié de l'univers", j'avais écrit dans la première partie qu'on avait une prise théorique du fonctionnement des étoiles considérée comme satisfaisante. Mais comme les choses bougent, dans le livre suivant je devrai inclure un chapitre intitulé :

On a perdu la moitié des neutrinos solaires.

Certains physiciens théoriciens sont consternés, d'autres ravis. En effet voilà le premier phénomène qui prend réellement la mécanique quantique en défaut. Il va falloir remettre cela sur le métier.



Un univers, ou deux ?

Quelles sont les idées spéculatives en cours ?

Deux premières références :

R. Foot and R.R. Volkas Phys. Rev. D Vol. 52 n°11, 1° dec 1995

Z.G.Berezhiani and R.N. Mohapatra Phys. Rev. Vol. 52 n° 11 1 dec 1995.

Foot et Volkas pensent que l'univers est composé de deux "secteurs", le nôtre et un "mirror sector", en miroir, énantiomorphe, c'est à dire "P-symétrique". L'énergie dégagée par la fusion mettrait donc en jeu à la fois des neutrinos "classiques" et des "mirrors neutrinos", des neutrinos appartenant au second "secteur" (neutrinos des trois types : électronique, muonique et tauonique, et, bien sûr, leurs anti-particules). Secteur, feuillet, nappe : des mots synonymes.

Notre univers n'est pas symétrique. Il est le siège de ce qu'on appelle la violation du principe de parité. Des réactions "droites" ne se déroulent pas au même rythme que leurs images en miroir. Référence classique :

T.D.Lee and C.N.Yang Phys. Rev. 104, 254 (1956)

Foot et Volkas "symétrisent" l'univers en supposant qu'il possède un double, le mirror universe, où cette violation du principe de parité s'effectuerait dans le sens inverse. Au passage, nous avons construit un modèle où les neutrinos possèderaient des "petits frères", CPT-symétrique, en utilisant la théorie des groupes.

Voir : "J.P.Petit & P.Midy : Geometrization of antimatter through coadjoint action of a group on its momentum space." 3 : Twin group. [Sur site: *Geometrical Physics B, 1-3*], 1998.

Il existe un autre problème, qui incite à considérer deux univers au lieu d'un seul, c'est l'absence d'antimatière primordiale dans notre univers. Normalement, dans son état le plus primitif l'univers était constitué, pour reprendre le mot de Steven Weinberg, par "toutes sortes de rayonnements". Les photons donnaient naissance à des couples particule-antiparticule, qui s'empressaient d'aller s'annihiler un peu plus loin (les électrons et les anti-électrons, par exemple, dotés de charges électriques opposées, s'attirent). L'univers primitif (le tohu-bohu des Hébreux) est donc un mélange très turbulent, où le rayonnement se convertit sans cesse en matière-antimatière et vice-versa. Puis l'expansion de l'univers abaisse l'énergie des photons, qui ne sont alors plus capable de fournir ces couples de frères ennemis. L'univers se dépeuple alors à une allure effrénée. Au bout de treize seconde, tout est joué. Question : pourquoi sommes-nous là ? Pourquoi cette annihilation n'a-t-elle pas été complète. Réponse : pas de réponse.

D'où les quelques papiers d'Andréi Sakharov, qui fut le premier à suggérer que deux univers puissent s'être créés en même temps, au lieu d'un seul.

A.Sakharov : "CP violation and baryonic asymmetry of the Universe". *ZhETF Pis'ma* 5 : 32-35 (1967) ; Traduction *JETP Lett.* 5 : 24-27 (1967)

A.Sakharov : "A multisheet Cosmological model" Preprint Institute of Applied Mathematics, Moscow 1970

A.Sakharov : "Cosmological model of the Universe with a time vector inversion". *ZhETF* 79 : 689-693 (1980); traduction in *Sov. Phys. JETP* 52 : 349-351 (1980)

A.Sakharov : "Topological structure of elementary particles and CPT asymmetry" in "Problems in theoretical physics", dedicated to the memory of I.E.Tamm, Nauka, Moscow 1972, pp. 243-247

Détail : Dans ces deux univers, les flèches du temps sont opposées. Dans certaines de ses publications, Andréi Sakharov évoqua le fait que ces "univers jumeaux" puissent être également énantiomorphes, en miroir.

Autre approche : les supercordes. Il s'agit alors de suggestions formulées par Schwarz (Caltech), Green (Queen Mary College) et le prix Nobel Abdus Salam (Directeur du Centre de Physique Théorique de Trieste, professeur à l'Imperial College de Londres).

Point de départ : les groupes et le modèle $E_8 \times E_8$. Référence : "Superstrings, a theory of everything ? ". P.C.W.Davis & J.Brown, Cambridge University Press 1988.

John Schwarz :

La seconde symétrie E_8 se réfère à une autre espèce de matière, qu'on appelle souvent matière-ombre (shadow matter). Les objets formés à partir de ce constituant seraient totalement invisibles pour nous.

Michael Green :

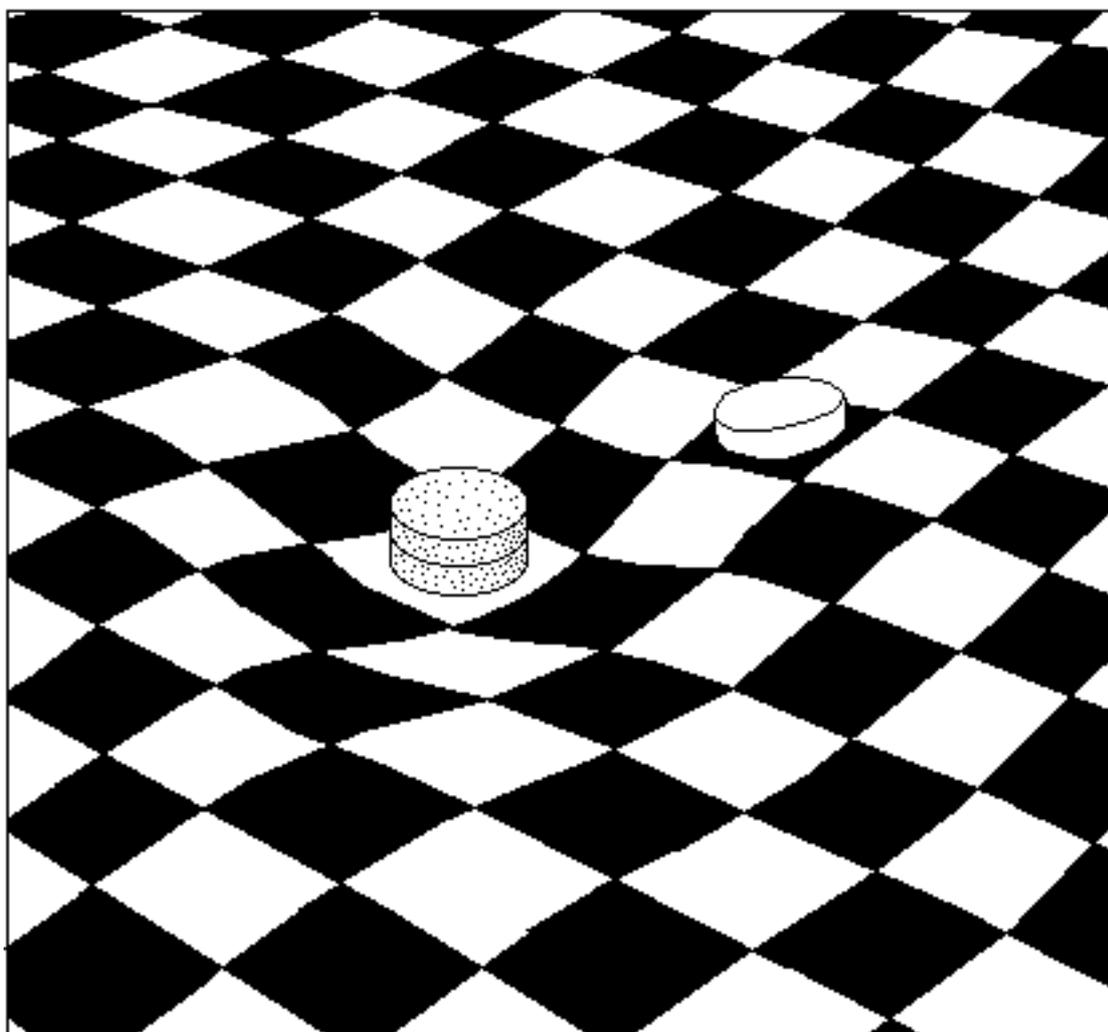
Un des prédictions qui émerge de ces théories concerne un nouveau type de matière que nous ne serions pas en mesure d'observer directement, mais qui interagirait avec la nôtre par le moyen des forces de gravitation, bien que ces particules de shadow matter puissent agir les unes sur les autres par l'intermédiaire des autres forces.

Abdus Salam :

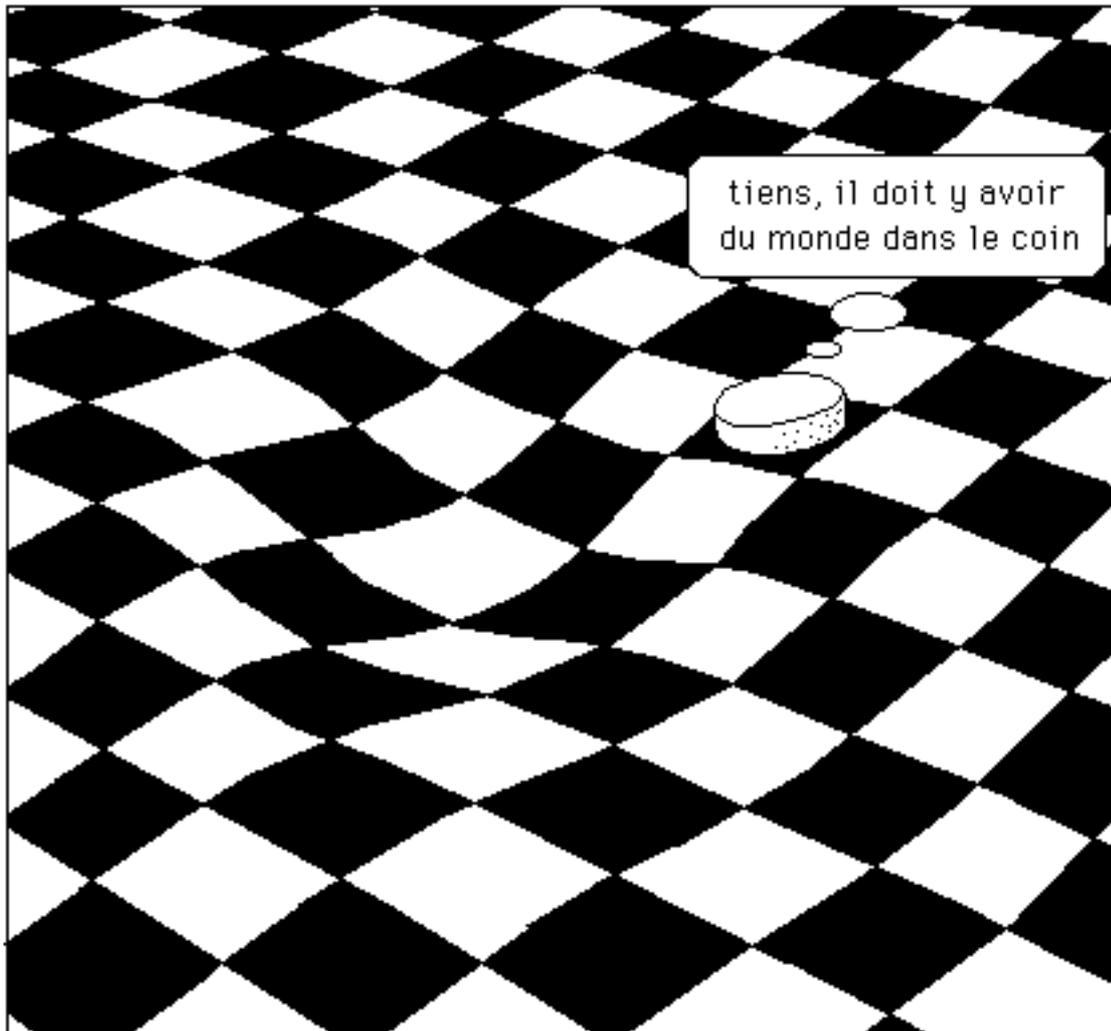
A partir de la théorie des superstrings émerge une sorte d'univers qui serait un double du nôtre, mais qui ne pourrait communiquer avec lui qu'à travers les forces de gravitation. Ce qui est intéressant c'est que cet univers déterminerait la façon dont la supersymétrie serait brisée dans notre propre univers et pourrait apporter quelque lumière sur les valeurs particulières des masses des différentes particules.

Mais pour le moment ça ne va pas plus loin. Les supercordes non plus, d'ailleurs.

Ceci étant, comment représenter deux univers étroitement imbriqués l'un dans l'autre et ne communiquant qu'à travers la gravitation ? On peut imaginer deux couples de joueurs équipés de lunettes filtrantes, qui seraient alors incapables de voir les pièces de l'autre équipe. Par contre chacune pourrait deviner la présence d'une pièce adverse, proche, sur un "damier mou" :



La pièce de matière (partie jouée sur les cases noires) , ne voit pas la dame appartenant à la "partie fantôme" , mais détecte sa présence sur fait de la courbure qu'elle crée sur le damier (gravitation). Voir ci-après :



L'origine des "masses négatives".

Au chapitre "l'univers serait-il une combinaison de deux trucs ? " citons les travaux de Souriau : Structure des Systèmes Dynamiques, Dunod 1970, pp. 197-200 (récemment traduit en anglais : Structure of Dynamical Systems, Birkhauser Ed. 1997). Point de départ : les groupes. En analysant l'action du groupe de Poincaré "complet" sur son moment, Souriau montre que l'univers pourrait mettre en œuvre à la fois des particules d'énergie positive et d'énergie négative (donc de masse négative). La théorie des groupes ne s'y oppose point. Mais la rencontre éventuelle entre deux particules de masses opposées (rien à voir avec l'antimatière, qui a une masse positive, voir plus haut) soulève un problème. Le résultat serait une annihilation complète. Même pas de photons. Du rien à l'état pur. Un univers constitué d'un mélange en parts égales de masses positives et négatives disparaîtrait purement et simplement. Solutions suggérées par Souriau :

- Soit Dieu, dans son infinie sagesse et sagacité, a délibérément omis de créer des masses négatives.
- Soit on ampute par précaution le groupe de Poincaré de ses deux composantes "antichrones", qui non seulement inversent les masses, mais aussi le temps, en ne conservant que ses deux composantes "orthochrones".

Souriau n'exclut pourtant point la possibilité de l'existence de masses négatives dans l'univers, et il opte alors pour la dynamique suivante :

- Les masses positives s'attirent selon Newton.
- Les masses négatives se repoussent selon "anti-Newton".
- Une masse positive et une masse négative se repoussent selon "anti-Newton".

En se repoussant, les masses négatives ne créeraient pas de structures, d'objets, d'étoiles, de galaxies. Elles se fuiraient et fuiraient tout ce qui se trouve dans l'univers. Une *panphobie*, en quelque sorte (étymologiquement : horreur de tout). Ce comportement foncièrement isolationniste garantirait alors leurs existence.

A quoi pourrait ressembler un univers qui contiendrait des masses négatives ?

Celles-ci empliraient toute région de l'espace désertée par la matière. Dans ces régions cette matière négative adopterait une distribution la plus uniforme possible. Ainsi, la lumière, en traversant ces no-matter's land ne subirait aucun effet de lentille gravitationnelle. Donc, côté détection par l'observation : zéro.

L'effet de lentille gravitationnelle inverse.

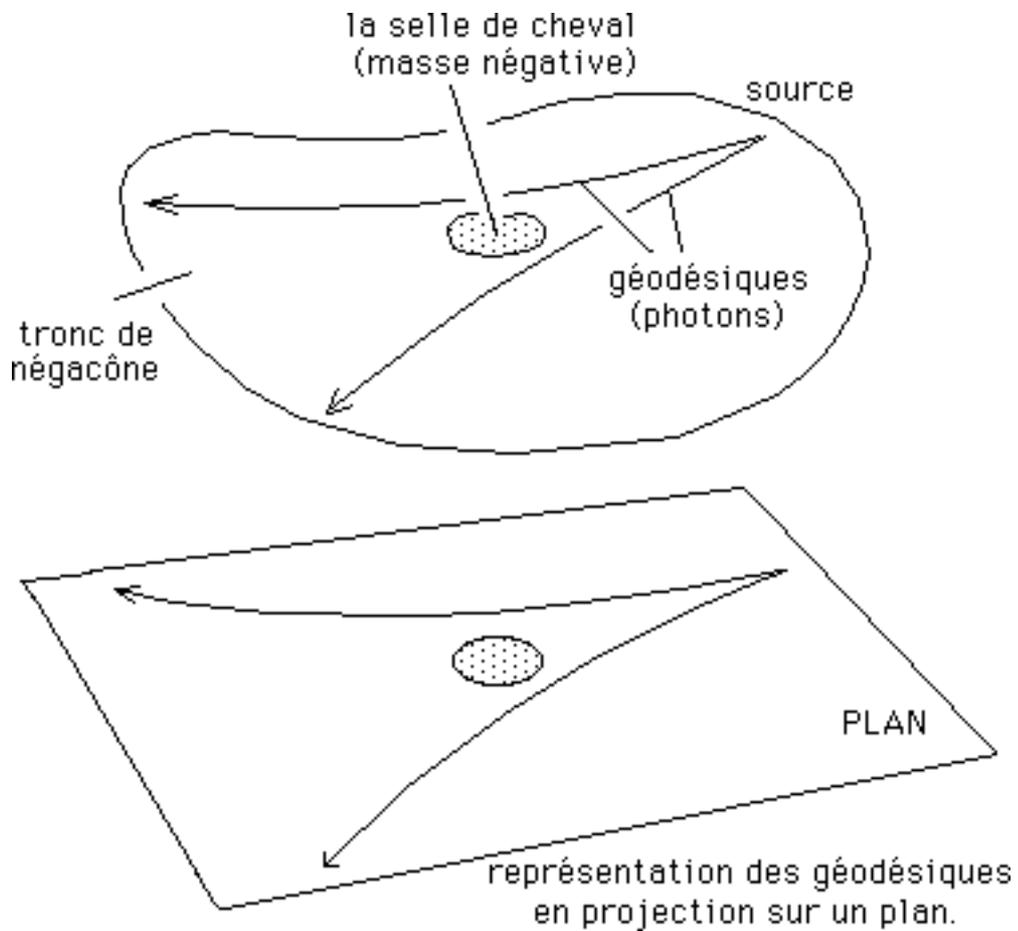
Nous avons évoqué plus haut l'effet de lentille gravitationnelle, la courbure des rayons lumineux, dû à la présence d'une concentration de matière. Voir figure 44. Le modèle didactique 2d est alors le bon vieux modèle du positône émoussé.

Quid de l'effet la présence d'une concentration de masse négative sur la trajectoire de photons. Celle-ci correspond à zone de une courbure négative, à un "négacone émoussé", voir figures 88 et 89. Les géodésiques divergent.

Cette géométrie est aussi solution de l'équation d'Einstein.

Voir : "Jean-Pierre Petit and Pierre Midy : Matter ghost matter astrophysics. 2 : Conjugated steady state metrics. Exact solutions. [Voiresur site: *Geometrical Physics A*, 2- 5], 1998."

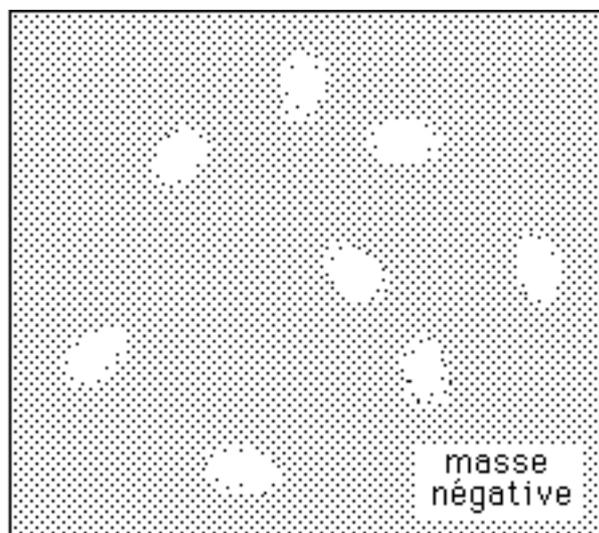
Il suffit de reprendre les solutions de Schwarzschild (intérieure et extérieure) et d'inverser le signe de la masse. Ci-après l'image didactique 2d. Les masses négatives "repoussent" les rayons lumineux.



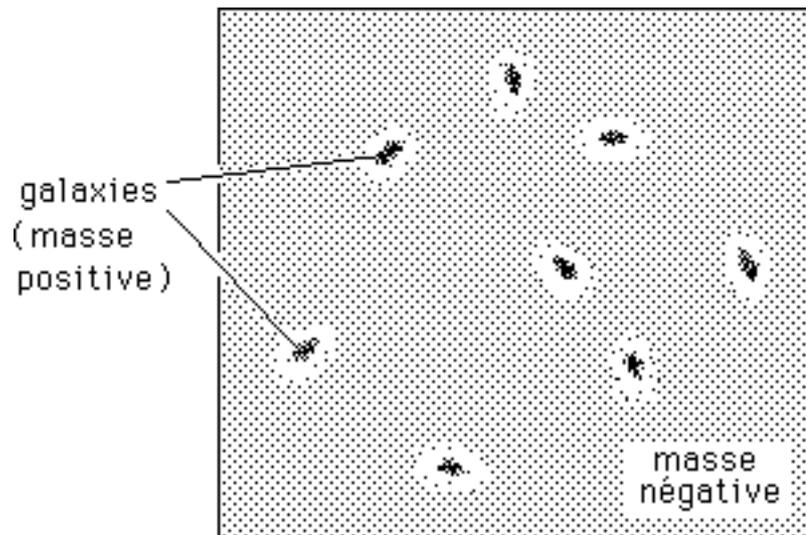
Mais une distribution uniforme de masse, positive ou négative, ne produit pas d'effet de lentille gravitationnelle, positif ou négatif.

Effet de confinement dû à des masses négatives.

Les masses positives sont auto-attractives, sensibles à l'instabilité gravitationnelle. Elles donnent naissance à des condensations, qui chassent les masses négatives, dont la distributions devient alors lacunaire.

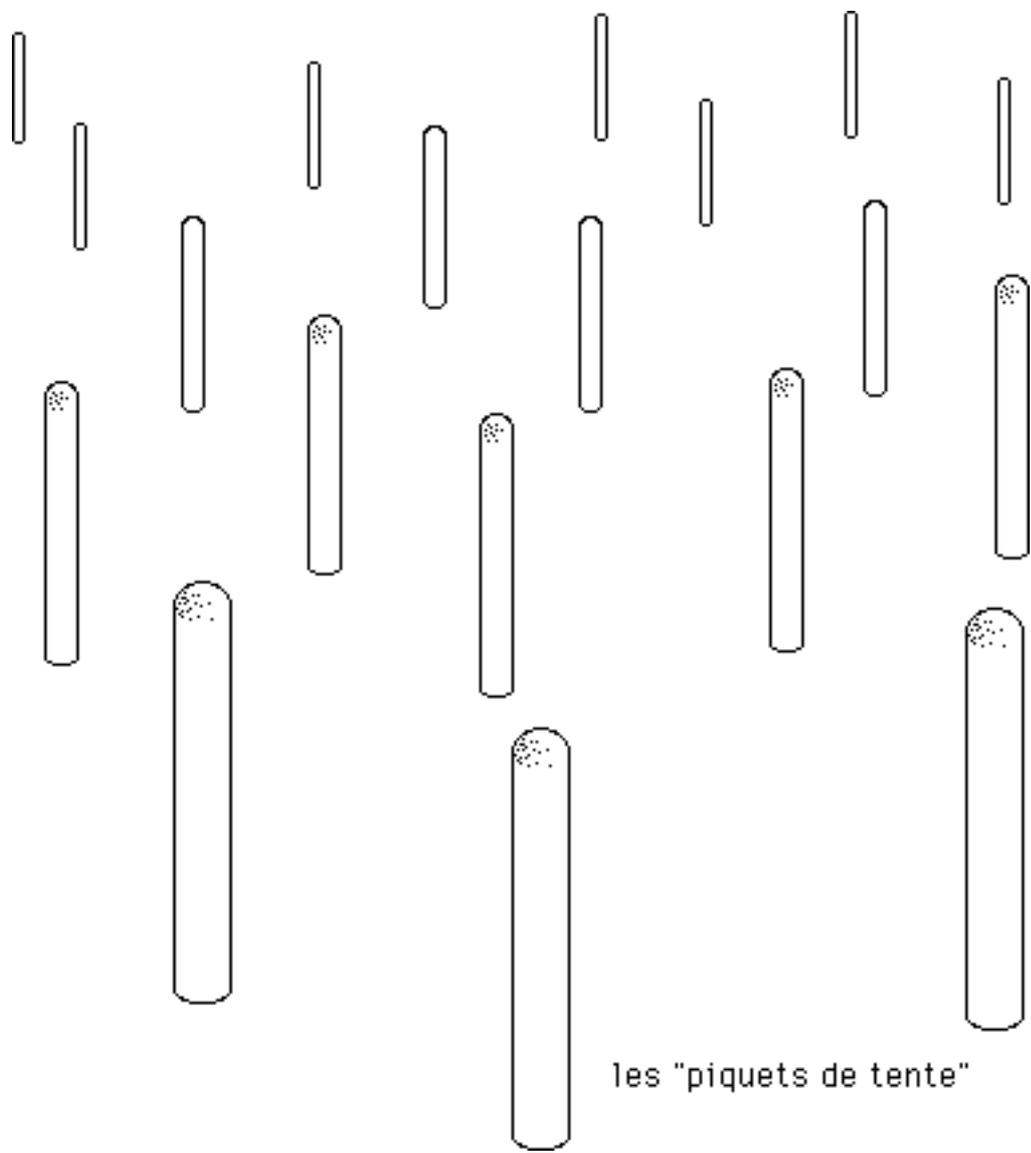


Les galaxies, par exemple, pourraient venir se loger dans une telle distribution lacunaire.

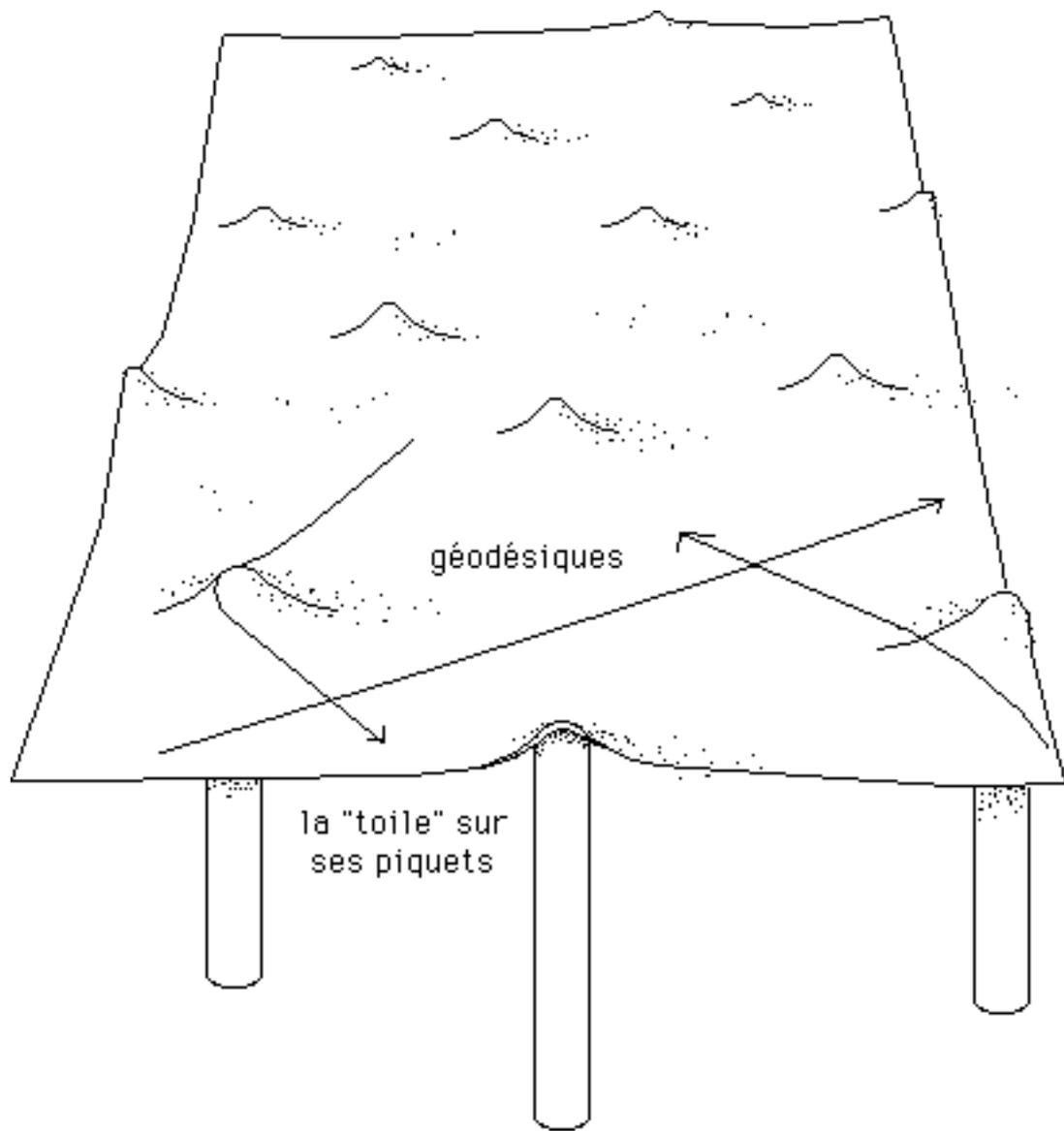


La contre-pression gravitationnelle exercée par les masses négatives sur les masses positives pourrait alors participer à leur *confinement* .

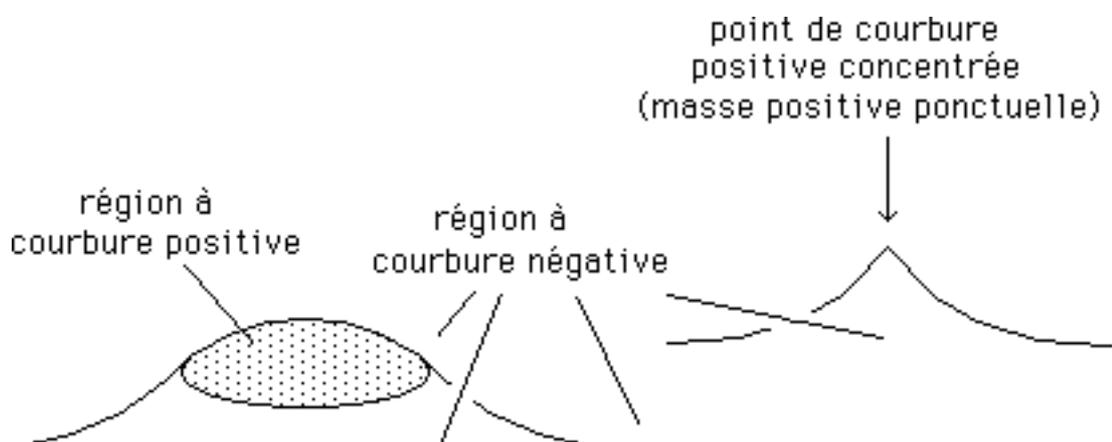
Un mot au passage sur le modèle didactique 2d qui pourrait évoquer la géométrie d'un univers peuplé d'un mélange de masses positives et de masses négatives. Imaginez une toile de tente, très vaste, posée sur des piquets. Si les piquets sont très pointus, il s'agira de masses positives ponctuelles. S'ils sont émoussés, de concentrations de masses positives.



les "piquets de tente"

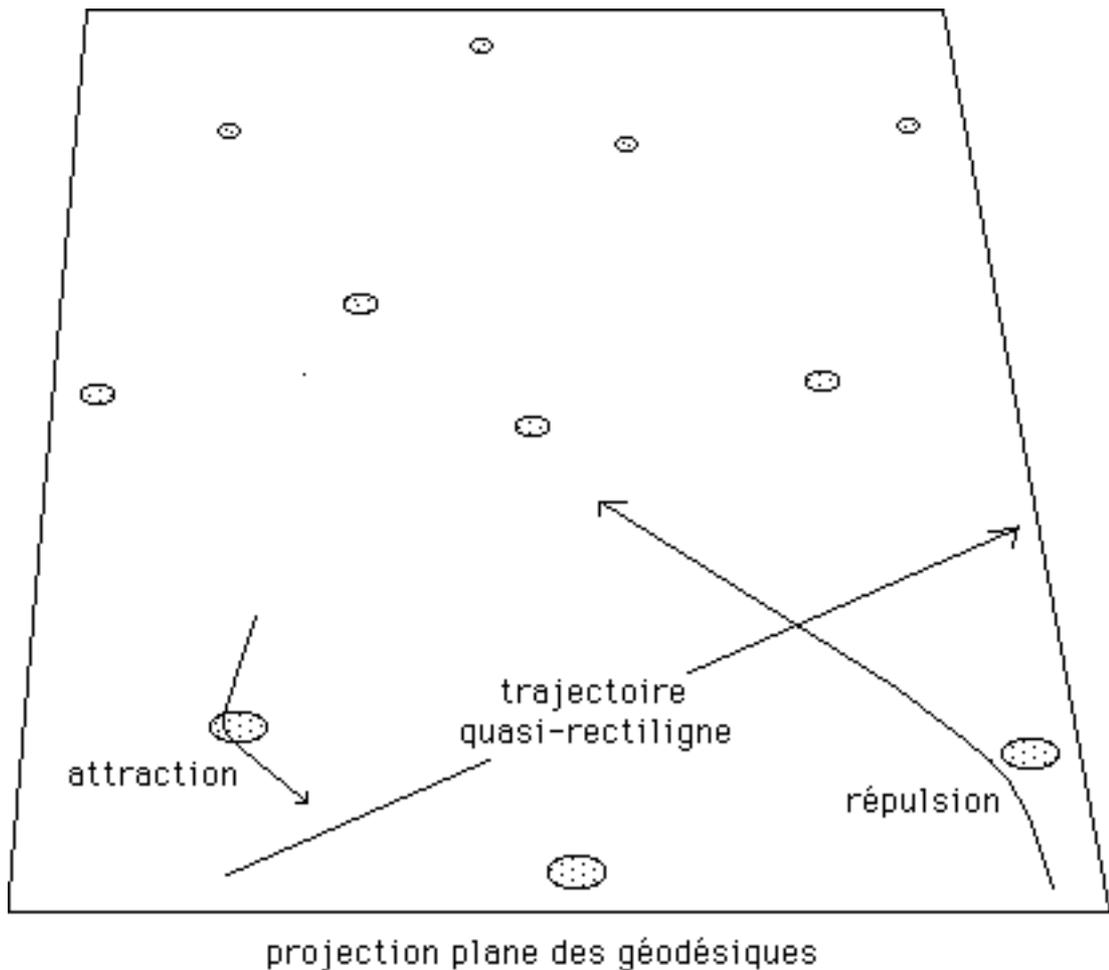


La portion de toile qui épouse la forme arrondie du piquet est à courbure positive. Au delà, la courbure est négative. Si le piquet est pointu, le voisinage du sommet du piquet évoque la forme d'un cône (l'enveloppe du plan tangent). Le point en question représente alors de la courbure concentrée. Si la toile est tendue "sur un sol plan", la courbure globale est nulle. Ce qui signifie qu'il y a autant de courbure positive dans les régions courbées "plus" que de courbure négative dans les régions courbées "moins".



Sur cette toile on a fait figurer quelques géodésiques. Si on projette tout ceci sur le sol, plan, on

obtient :



Mais laissons l'image didactique. Quid d'une "hypersurface 4d" ?

L'équation d'Einstein s'écrivait :

$$\mathbf{S} = \chi \mathbf{T}$$

où \mathbf{S} est un tenseur géométrique et \mathbf{T} le "tenseur énergie-matière". Quand on l'explicite, dans certaines conditions, sous une certaine forme, on voit apparaître explicitement la densité d'énergie matière ρ et la pression p (qui est une densité d'énergie par unité de volume : un pascal, c'est aussi un joule par mètre cube).

Appelons ρ^+ et p^+ les contributions à la densité et à la pression dues aux masses positives. Appelons \mathbf{T}^+ le tenseur construit avec ces grandeurs. Les contributions ρ^- et p^- , dues aux masses négatives, seraient négatives. Avec ces grandeurs on construirait le tenseur \mathbf{T}^- .

L'équation de champ correspondante est alors :

$$\mathbf{S} = \chi (\mathbf{T}^+ + \mathbf{T}^-)$$

Les problèmes en suspens dans l'astrophysique et dans la cosmologie contemporaine.

Ces deux disciplines croulent littéralement sous la masse des problèmes non-résolus. Historiquement, l'étude du cosmos a connu plusieurs étapes. Nous n'allons pas retracer ici l'histoire de l'astronomie. La spectroscopie a permis d'obtenir des données importantes sur la composition et la température d'objets et la mesure de l'effet Doppler a permis d'obtenir des champs de vitesses et de déterminer des masses d'étoiles, à des distances excédant d'un grand nombre d'ordres de grandeur le diamètre du système solaire. La découverte d'étoiles variables céphéïdes a permis d'étendre ces mesures de distance, jusqu'à des échelles cosmologiques (50 millions d'années lumière).

L'application des outils de la géométrie différentielle à la cosmologie (équation de champ) a permis de poser un autre regard sur certains phénomènes (expansion cosmique, phénomènes relativistes locaux).

La découverte de la physique des noyaux a permis de construire des modèles d'étoiles. Mais on a vu plus haut que, brutalement, la maîtrise que l'homme croyait posséder du fonctionnement des étoiles se trouvait soudain remise en cause.

Cette même physique nucléaire a permis de remonter plus loin dans le passé et d'expliquer par exemple l'abondance de l'hélium.

Mais :

- On ne dispose d'aucun modèle théorique de galaxie. Dans ce domaine on n'a pas dépassé le stade de l'empirisme.
- On ne sait ni comment ces objets se forment, pourquoi ils ont telle masse et non telle autre, ni comment ils évoluent. La forme de la courbe de rotation des galaxies, qui présente une forte vitesse périphérique, reste un mystère.
- Les théories de la structure spirale, uniquement basées sur des simulations numériques, restent très contestables.
- Il existe un désaccord considérable entre les mesures de masse et les champs de vitesse mesurés (phénomène de masse manquante).

- Même dissonance concernant les amas de galaxies.
- Il existe de nombreuses galaxies très irrégulières, à propos desquelles l'astronome anglais Sir James Jeans avait dit " *Quand on voit de telles formes on ne peut résister à l'idée que cela est dû à des forces considérables, qui sont à l'œuvre dans le cosmos, et dont nous ignorons la nature* "
- Au plan de la cosmologie il existe un certain désaccord entre l'âge de l'univers, estimé à partir des plus vieilles étoiles de notre galaxie et à partir de mesures sur l'expansion (loi de Hubble, constante de Hubble)
- On ne sait pas expliquer la structure à grande échelle, lacunaire, de l'univers, les galaxies se distribuant autour d'immenses vides.
- On a mis en évidence de nombreux couples de galaxies qui violent la loi de Hubble (la plus proche possède un red shift supérieur à celui de la seconde, située sur l'arrière plan).
- On a découvert des sources à très fort red shift, dont la taille n'excède pas celle du système solaire et qui émettent autant d'énergie qu'une galaxie toute entière (quasars). Source d'énergie inconnue. Des astronomes pensent que ces sources sont des noyaux de "galaxies actives"(galaxies de Seyfert). Mais quand on leur demande la définition d'une "galaxie active", dont le noyau semble en état d'explosion, ils répondent "qu'elle héberge un quasar en son centre".
- A raison d'un par jour, en moyenne, les astronomes enregistrent des flashes gamma. Mécanisme, distance et nature de l'émetteur : inconnus.
- Les effets de mirage gravitationnel, liés aux galaxies et aux amas de galaxies, ne correspondent pas aux masses des dits objets.
- La théorie a prédit l'existence de résidus d'étoiles massives, les étoiles à neutron. En général quand un objet s'est trouvé prédit par un théoricien visionnaire (comme les supernovae par l'américain Fritz Zwicky en 1931) on en a découvert rapidement plusieurs, puis des centaines : les étoiles à neutrons (qui, en rotation rapide, donnent ce qu'on appelle les pulsars). Ceux-ci sont fréquemment associés à une autre étoile qui, par la masse qu'elle leur envoie, doit nécessairement, de temps à autre, leur faire dépasser leur "masse critique", évaluée à 2,5 masses solaires. Dans ces conditions les neutrons qui les constituent, tassés les uns contre les autres, ne peuvent plus contrebalancer la force de gravitation et l'objet s'effondre sur lui-même. On ne sait pas décrire cet effondrement. Le modèle du trou noir, appelé à la rescousse en tant que solution de l'équation de champ, présente un défaut gênant. Il est solution de :

$$\mathbf{S} = 0$$

c'est à dire d'une équation où $\mathbf{T} = 0$, décrivant une région de l'espace où la densité d'énergie-

matière est nulle. De plus, ce qui milite contre ce modèle, c'est la rareté des candidats trous noirs, depuis trente ans, bien qu'on se serve de ces objets, en le mettant à toutes les sauces, pour "expliquer" n'importe quoi et toute autre chose.

- Revenant à la cosmologie, au modèle standard, dit du "Big Bang", celui-ci ne peut expliquer la remarquable homogénéité de cette trace fossile de l'univers primitif que constitue le fond de rayonnement à $2,7^{\circ}\text{K}$. Selon ce modèle, dans la prime enfance de l'univers, deux particules voisines s'éloignent l'un de l'autre à une vitesse supérieure à c . Elles ne peuvent donc interagir. L'univers primitif était donc non-collisionnel. Alors, pourquoi était-il si homogène ?

- Il est impossible de définir le temps à partir d'un certain stade, en remontant dans le passé. De toute manière, la description de l'univers, dans son état hyperdense et hyperchaud, est pénalisée par la crise actuelle en physique des hautes énergies.

- Le modèle standard, fondé sur une solution de l'équation d'Einstein, ne sait pas tenir compte des phénomènes électromagnétique. Plus généralement, le lien entre la physique des particule et le comportement grande échelle du cosmos n'est pas fait. Bien qu'il existe une revue intitulée "Classical and quantum gravity", la méthode de quantification n'a pas pu être étendue à la gravitation. On ne sait pas définir un éventuel graviton.

Cinquante ans de non-physique.

La crise scientifique est en fait totale et ne se limite pas à l'astrophysique et à la cosmologie. Les succès prédictifs de la mécanique quantique font illusion. Beaucoup de pans de la théorie restent du domaine du semi-empirique. On n'a pas exemple aucun moyen de relier les masses et les charges électriques de particules. On ne sait pas prédire les masses de particules. Le modèle des quarks ressemble fâcheusement à celui des épicycles de Ptolémée. La mécanique quantique est impuissante à expliquer le déficit en neutrinos solaires.

Bien que la majorité des physiciens théoriciens se tourne actuellement vers le monde des supercordes (faute de disposer d'une idée différente) cette "nouvelle discipline" s'est avérée incapable, depuis trente ans, de rendre compte de la moindre observation, ni de suggérer la moindre expérience. Selon le mathématicien Jean-Marie Souriau (qui possède sa propre définition de la physique théorique : les mathématiques moins la rigueur. La physique, moins l'expérience), nous venons de vivre "cinquante ans de non-physique". Il estime qu'aucune découverte de physique théorique digne de ce nom n'est intervenue depuis les travaux de Feynmann, qui datent des années cinquante.



Il y a quelques années, me montrant les minutes d'un colloque international sur les superstrings, il m'avait lu un passage du discours introductif du responsable de ce colloque :

- Bien que la théorie des supercordes n'ait à ce jour prédit aucun phénomène ni permis d'interpréter aucune expérience ou observation, étant donné le nombre de papiers qui se publient maintenant on notera l'extrême vigueur de cette nouvelle discipline.

Le monde de la recherche.

Il y a plus de chercheurs au travail, de par le monde, qu'il n'y en a jamais eu dans l'histoire des sciences. Les budgets et les moyens techniques sont importants. Pourtant on serait bien en peine de désigner un physicien dont on soit sûr qu'il laissera un nom dans l'histoire des sciences. Entre 1895 (découverte de la radio-activité par Becquerel) et 1932 (découverte du neutrons par Chadwick) se sont écoulées trente sept petites années. Il serait inutile de rappeler tous les profonds bouleversements de notre vision du monde qui ont secoué cette période et la kyrielle de scientifique éminents qui ont attaché leur nom à cette époque. Inversement, que s'est-il passé depuis 1961, sur la scène science, si on excepte les avancées technologiques (conquête de la Lune, satellites de télécommunication, informatique, Cd rom, etc...) ?

Toute notre science semble vivre un enfermement paradigmatique.

Selon Souriau, la généralisation, dans l'après-guerre, du système des comités de lecture, censés garantir l'indépendance des "referees" (des experts dans la discipline concernée), lors de l'examen des travaux, a provoqué un effet de choc en retour catastrophique. L'anonymat engendre l'impunité la plus totale, facilite le blocage des idées nouvelles, toujours dérangeantes.

Avant la guerre de 39-45, lorsqu'une revue refusait de publier un travail, la personne qui prenait cette décision était connue et prenait donc cette responsabilité. Son attitude pouvait être dénoncée publiquement. Le système des referees soumet le scientifique à un système face auquel il reste, au bout du compte, sans recours.

ΧΟΣΜΟΓΟΝΙΑ

*Revue de cosmologie
et de physique théorique
rue de l'Agora
Eubée
58340 Macédoine*

*Directeur de Publication :
Pr. Aristote.*

*Mr. Nicolas COPERNIC
Rue du Vieux Moulin, 7
2304 Gdansk
Pologne.*

*Eubée, le 30 oct 381 av. JC
Référence : D-5703*

Cher Monsieur

J'ai lu votre article "De revolutionibus orbivm coelestivm" avec la plus grande attention et intérêt. Votre modèle est séduisant, mais hélas absurde. Comme chacun le sait les objets ne peuvent se mouvoir que si une force s'exerce sur eux. De plus, à l'évidence, les objets lourds sont plus sensibles aux forces que les objets légers. Faites une expérience simple : lâchez un caillou et une plume. Le caillou tombe au sol plus vite. Basez-vous sur des faits simples, constatables. Si la Terre bougeait, comme vous le prétendez, c'est qu'elle serait soumise à une force car rien ne se meut, dans l'univers, qui n'y soit soumis. Donc nous, humains, baignerions aussi dans ce champ de force. Tout ce qui grouille à sa surface subirait aussi son effet, y compris nous-mêmes. Comme nous sommes plus légers, la Terre partirait et nous resterions sur place comme des idiots.

Je suis désolé, mais je dois refuser votre article.

*Pr. Aristote
Directeur de Publication*

αριστοτε

COSMOLOGIA

Revue Internationale
d'Astronomie et de
Cosmologie
Uraniborg
26120 Danmark

Directeur de Publication : Pr. Tycho Brahé.

Mr. Nicolas COPERNIC
Rue du Vieux Moulin, 7
2304 Gdansk
Pologne.

Uraniborg, le 6 février 1590
Référence : A-4428

Cher Monsieur,

J'ai lu votre article "De revolutionibus orbivm coelestivm" avec la plus grande attention et intérêt.

Cette idée d'une Terre qui bouge n'est pas nouvelle, mais n'a jamais résisté à l'analyse. Si la Terre tournait autour du soleil, alors les étoiles proches présenteraient un mouvement apparent par rapport aux fond du ciel, aux étoiles lointaines, par effet de parallaxe. Etoiles qui appartiennent à notre voûte céleste, que nous connaissons maintenant assez bien et dont les astres sont à des millions de lieues de nous. Celles-ci ne sont pas toutes à la même distance, comme vous n'êtes pas sans l'ignorer, les plus faibles étant de toute évidence les plus lointaines.

Prenons une image simple. Placez votre doigt devant votre nez. Fermez un œil, puis l'autre. Votre doigt se profilera différemment sur le décor environnant. Quant à votre œil, il représenterait simplement deux positions diamétralement opposées de la Terre sur cette orbite circulaire que vous imaginez.

Or regardez le ciel. Les étoiles sont immobiles, quelle que soit le jour de l'année. Personne n'a jamais pu mettre en évidence la moindre déformations des constellations. Donc il faut vous rendre à l'évidence : votre modèle de Terre baladeuse ne tient pas la route.

.....Le mouvement des planètes, qui a fait l'objet de nombreuses études depuis quatre siècles, est maintenant bien connu. Voir en particulier : C.Ptolémée, *Almageste*, *Eléments de composition mathématique*, thèse de doctorat (231 après Jésus-Christ) au chapitre "mouvements épicycloïdaux des planètes", page 77. Ouvrage qui se trouve très certainement dans la bibliothèque de votre université, et où toutes ces choses se trouvent clairement expliquées.

Je suis désolé, mais nous sommes obligés de refuser votre article.

Pr. Tycho Brahé
Dir. de publication

A handwritten signature in black ink that reads "Tycho Brahe". The signature is written in a cursive, slightly slanted style. The name "Tycho" is written above "Brahe", and there is a horizontal line underlining the entire name.

Les éditeurs sont maîtres après Dieu dans leurs revues. Il n'existe aucune instance supérieure, aucune loi. Le système est coutumier. Le monde de la recherche n'a ni Garde des Sceaux, ni Cour Suprême. Dans le système français, la généralisation de la prise de décision par des commissions, en particulier pour les recrutements et les promotions, sous prétexte de fonctionnement démocratique, s'est avéré à l'usage, selon Souriau, pire que le système mandarinal, si exécuté avant 1968.

Un chercheur porteur d'une idée novatrice est par définition "non-standard", marginal. Sinon ça n'est qu'un fonctionnaire de la science.

Bien que de Gaulle ait dit " *des chercheurs qui cherchent, on en trouve. Des chercheurs qui trouvent, on en cherche* " le recrutement par le CNRS et l'Université met l'accent sur "le profil", sur l'intégration dans l'effort général, sur l'accord avec des programmes de recherche existants, pour éviter "le saupoudrage et la dispersion des crédits". Mais novation et normalisation ne vont pas ensemble.

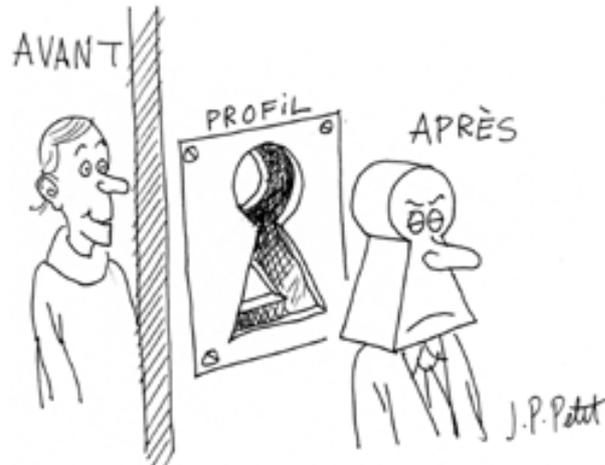
La recherche pure, fondamentale, est négligée au profit de la recherche appliquée, génératrice de profits. Les esprits brillants et créatifs ont donc tendance à se détourner de la première, à moins qu'ils n'acceptent d'emblée que leur carrière prenne figure d'un apostolat.

Entrer dans le monde de la recherche est, pour un jeune, une démarche de plus en plus difficile. L'âge moyen d'entrée au CNRS est par exemple de trente ans. La progression est problématique. Toute marginalisation, ou excès de novation engendre un blocage de carrière immédiat et une difficulté, voire une impossibilité de publier des résultats de travaux. A l'inverse un chercheur médiocre, sachant adroitement jouer du système des revues à comité de lecture, déclinant à l'infini des travaux mineurs peut accumuler les publications, et donner ainsi l'illusion d'une intense activité de recherche. On rétribue aussi les "capacités à gérer" et non à impulser des recherches. L'immense majorité de l'activité de recherche est devenue un vaste fonctionariat.

Lorsqu'un jeune chercheur, ou candidat chercheur (puisque maintenant de nombreuses années vont s'écouler avant qu'il puisse se stabiliser dans cette profession) prend conscience de cette situation, il est

confronté à deux choix :

- Soit il décide de persister dans des idées non-standards, donc dérangeantes, voire source d'une puissante réaction "socio-immunologique". Alors il devra en payer le prix fort, ce choix pouvant lui interdire purement et simplement l'accès à un poste.
- Soit il décidera d'entrer dans le moule en réalisant que le système n'exige nullement de lui qu'il crée des choses réellement nouvelles. Il acceptera donc de se censurer. Le temps passant, ce mécanisme d'auto-censure deviendra très vite inconscient. Beaucoup de jeunes chercheurs sont ainsi stérilisés.



Selon Souriau, c'est ce phénomène qui est la principale cause de la stérilité du monde scientifique depuis près d'un demi-siècle.

Jusqu'à une date très récente, le chercheur n'avait même pas le moyen de s'exprimer. En effet les revues de vulgarisation scientifiques, qui abreuvant leurs lecteurs de "découvertes", qui ne sont le plus souvent que de nouvelles avancées technologiques, donc des applications d'un ensemble fondamental déjà ancien, font partie du système. Le grand public est abreuvé en pseudo-événements.

Je cite un exemple. Récemment, une revue à fort tirage titrait en première page "le mystère des flashes gamma enfin résolu". On aurait pu s'attendre, donc, à la présentation d'un modèle explicatif. Il n'en était rien.

La nouvelle était simplement un début de lien entre le phénomène et la localisation d'une possible source.

Le "modèle" de la matière sombre (dark matter).

On a vu plus haut la liste impressionnante de problèmes liés, ne serait-ce qu'à l'astrophysique. Les galaxies tournent trop vite, par exemple. La masse recensée est 3 à 5 fois trop faible pour contrebalancer la force centrifuge. Situation pire encore pour les amas de galaxies. Un problème déjà ancien, puisqu'il avait été signalé initialement par Fritz Zwicky, il y a des dizaines d'années.

Comment s'en sortir ? Faut-il réviser la loi de Newton ? Certains ont simplement suggéré que les galaxies, les amas de galaxies et même l'univers entier, puissent héberger en leur sein une masse (contribuant au champ de gravité) qui aurait jusqu'ici échappé à l'observation. De quoi pouvait-il s'agir ? Par exemple d'étoiles trop peu émissives. On trouva un nom pour ces objets : les MACHOS (massive compact halo objects, c'est à dire objets compacts et massifs, localisés dans le halo des galaxies : la portion de l'espace galactique située dans et en dehors du "disque"). Mode de détection : occultation de sources situées sur l'arrière plan, essentiellement des étoiles. Méthode : effectuer un suivi d'un très grand nombre d'étoiles et mettre en évidence des baisses de luminosités, dont l'évolution dans le temps différencierait les fluctuations correspondant aux étoiles variables.

Résultats : décevants.

Autre hypothèse : les "particules exotiques", par exemple des neutrinos massifs (dotés d'une faible masse). Mais pas de mise en évidence à ce jour d'une éventuelle masse des neutrinos.

Autre candidat, cher à l'astrophysicienne Françoise Combes : de l'hydrogène froid, à très basse température, donc pratiquement inobservable.

Cette matière sombre permettrait alors de rendre compte des forts effets de lentille gravitationnelle, apparemment liés aux galaxies et aux amas de galaxies (arcs gravitationnels). Beaucoup considèrent ces effets comme une "preuve irréfutable" de l'existence de cette matière non détectée.

Il est alors possible de rendre compte de n'importe quoi et toute autre chose en saupoudrant adroitement l'univers de matière sombre, aux bons endroits. Il s'agit donc d'une théorie parfaitement ad hoc. Certains ne se soucient d'ailleurs même pas de justifier l'origine de ce

composant, sa nature, son origine, ni même de décrire sa dynamique, en se contentant de dire qu'il s'agit d'une nouvelle astronomie, "où on cartographie désormais l'invisible". Des équipes sont à l'œuvre, qui ont entrepris de dresser des cartes de la distribution de matière sombre.

Celle-ci permet de ficeler la structure à grande échelle de l'univers, et ainsi de la "justifier". Ailleurs on produit une distribution de matière sombre qui permet non seulement de justifier la cohésion des galaxies, mais l'allure de leurs courbes de rotation. Tout ceci se publie abondamment et sans problèmes (astrophysical Journal, Astronomy and Astrophysics, etc...). On y distingue la "matière sombre froide" et la "matière sombre chaude".



Certaines spéculations semblent donc "licites".

La question de la constante cosmologique et de l'âge de l'univers.

Situons d'abord son origine. Nanti de son équation de champ :

$$\mathbf{S} = \chi \mathbf{T}$$

Einstein avait aussitôt cherché à construire un modèle d'univers (1917) . Mais comme il ignorait que celui-ci était instationnaire il avait donc cherché à construire un modèle stationnaire. Il se heurta alors à de nombreux problèmes et alla rendre visite au mathématicien français Elie Cartan, lequel lui déclara :

- On peut modifier votre équation. Je vous propose :

$$\mathbf{S} = \chi \mathbf{T} - \Lambda \mathbf{g}$$

où \mathbf{g} est tenseur métrique et Λ une constante. Comme ça l'équation reste bien tensorielle et votre solution toujours invariante par changement de coordonnées.

- Mais, quelle est la signification physique de cette constante Λ ?
- Ca, mon cher, c'est votre problème. Moi, je suis mathématicien.....

A partir d'une équation de champ, en se plaçant dans l'hypothèse où la courbure est faible et les vitesses d'agitation thermiques faibles devant la vitesse de la lumière c on peut retrouver la dynamique Newtonienne. La force de Newton se trouve alors dotée d'un terme correctif :

$$\text{Force de gravitation} \approx \frac{1}{r^2} - \Lambda r$$

Ce terme correctif était ainsi proportionnel à la distance. L'appellation "pouvoir répulsif du vide" est couramment utilisée (ou attractif, tout dépend du signe choisi pour cette constante arbitraire Λ).

Ce pouvoir répulsif du vide était la clef de voûte qui permettait à l'univers stationnaire d'Einstein de connaître un équilibre (instable, d'ailleurs). Mais, très vite :

- La découverte d'Edwin Hubble fit état d'un red shift z , assimilé à un mouvement général d'expansion cosmique (Effet Doppler). Donc adieu le modèle d'univers stationnaire.
- Le russe Friedmann sortit au même moment les solutions instationnaires de l'équation de champ, sans constante cosmologique.

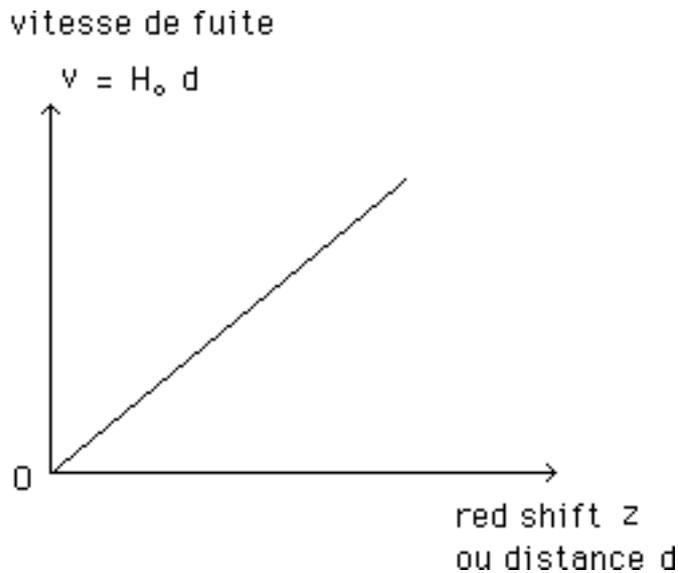
Mécontent, Einstein se retira sous sa tente en disant :

- Si j'avais su que l'univers était instationnaire, j'aurais trouvé avant Friedmann !

Cette constante cosmologique sombra alors dans un quasi oubli pendant des décennies. Certains avancèrent des arguments prônant sa nécessaire nullité. Le fait est que, se référant à des action à très grandes distance, elle ne faisait sentir son action que de manière tardive, lorsque la dimension caractéristique $R(t)$ de l'univers avait atteint "une valeur suffisante".

Les mesures de red shift, de vitesse radiale des galaxies, permettent de calibrer la loi de Hubble, qui découle de la solution de l'équation de champ et qui dit simplement :

La vitesse de fuite est proportionnelle au red shift z



La constante de proportionnalité s'appelle la *constante de Hubble* H_0 .

Une parenthèse pour ceux qui l'ignorent. Un atome, en laboratoire, immobile par rapport à l'appareil de mesure, émet par exemple un rayonnement correspondant à une longueur d'onde λ . Par suite de l'effet Doppler le même atome, en mouvement, donnera une longueur d'onde : $\lambda' = \lambda + \Delta \lambda$

On pose :

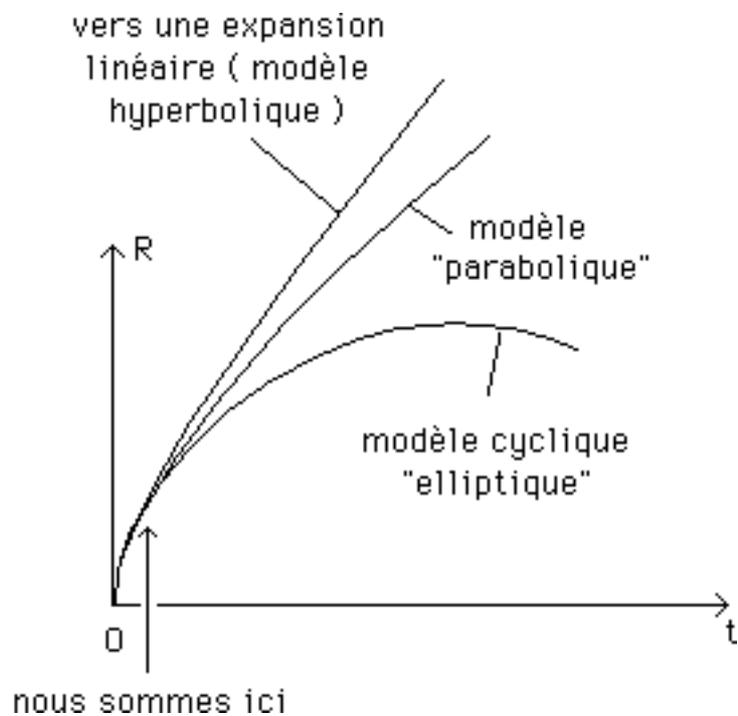
$$z = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$$

Si $\Delta \lambda$ est positif : la source s'éloigne : red shift.

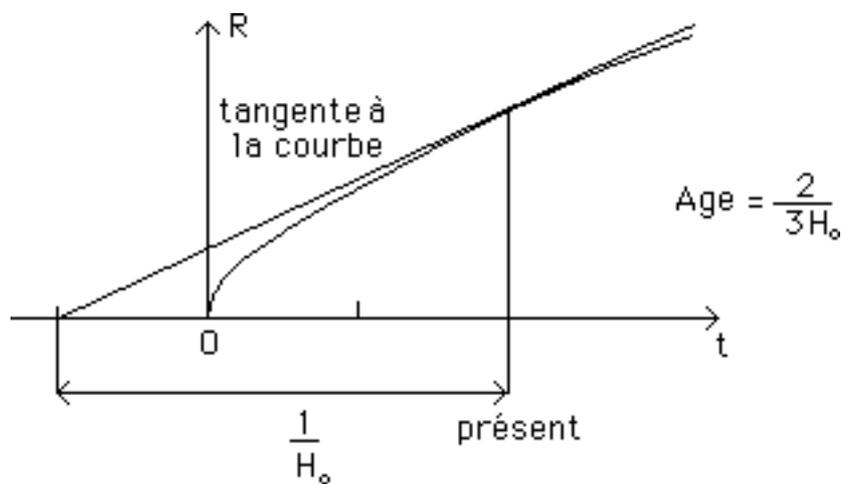
Si $\Delta \lambda$ est négatif, la source se rapproche : "blue shift".

La constante de Hubble apparaît également dans la loi d'expansion $R(t)$ en fonction du temps :

On sait qu'il y a en fait trois modèles de Friedmann, qui ne diffèrent que par la description qu'ils donnent du futur lointain du cosmos.



Dans le schéma ci-après, où on est censé être "assez loin" de ce futur lointain de l'univers les trois courbes sont confondues.



Donc la connaissance de la loi d'expansion cosmique, de la constante de Hubble, permet aussitôt, selon ce modèle (à constante cosmologique nulle) d'en déduire l'âge de l'univers.

Imaginons que nous prenions une photographie instantanée de l'explosion d'une grenade. Le temps de pose donnerait un certain flou aux objets, ce qui permettrait d'évaluer leur vitesse, donc de calculer, en examinant une simple photo le moment où l'explosion a débuté. L'explosion cosmique est bien sûr différente de l'explosion d'une grenade, de par sa dynamique, puisque la force de gravitation, en freinant l'expansion, ralentit celle-ci progressivement.

Les objets du cosmos sont animés de *mouvements propres*, à la manière des molécules d'un gaz, qui sont animées d'un mouvement d'agitation thermique. On parle d'ailleurs de "fluide

cosmologique", un "gaz" dont les molécules seraient les galaxies.

Pour pouvoir évaluer la constante de Hubble il fallait donc asseoir les mesures sur des objets suffisamment lointain, donc animés de vitesses suffisamment fortes pour que celles-ci excèdent la valeur moyenne de la vitesse d'agitation d'une galaxie dans son amas (de l'ordre de 500 à 1000 kilomètres par seconde).

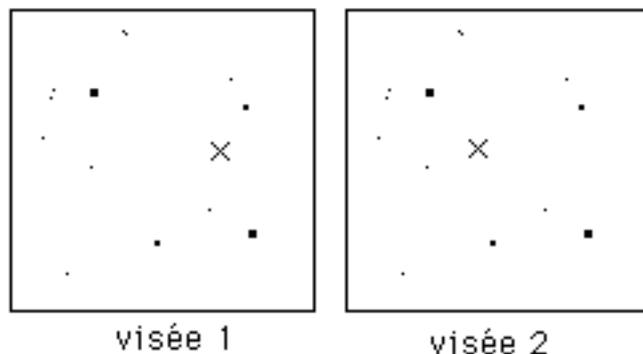
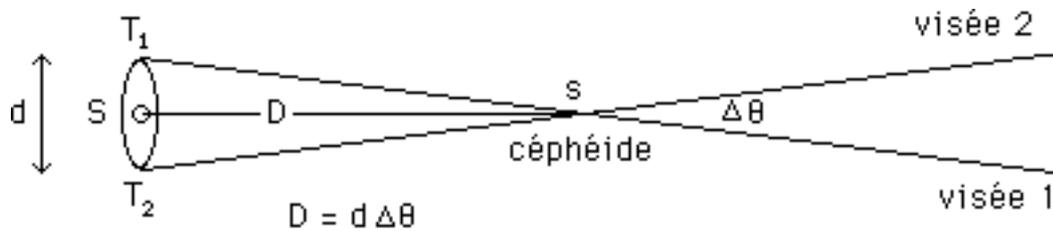
Le problème restait l'évaluation de la distance. Voir une galaxie sur un cliché est une chose, évaluer sa distance en est une autre. Pour ce faire il faut connaître sa *magnitude absolue*, la quantité de lumière qu'elle est censée émettre. Pendant longtemps les astronomes se furent pas d'accord sur l'évaluation de cette constante de Hubble (en la matière, un grand contestataire fut l'astronome français de Vaucouleurs, travaillant aux USA).

Les plus vieilles étoiles de notre propre galaxie appartiennent aux amas stellaires, comme l'amas d'Hercules. Jusqu'ici les astronomes étaient tous d'accord pour situer leur âge maximal autour de 15 milliards d'années (mais certains allaient même jusqu'à 20 ou même 22....). Tout le jeu consistait alors à ajuster l'évaluation de H_0 pour ne pas trop s'écarter de cet âge des plus vieilles étoiles.

En 1993 les astronomes purent, à l'aide du télescope spatial Hubble, observer des céphéïdes dans des galaxies extrêmement distantes (55 et 48 millions d'années-lumière). La céphéïde est l'étalon de distance par excellence, puisqu'on est censé connaître la loi liant leur période de fluctuation et la quantité de lumière qu'elles émettent, leur *magnitude absolue* (loi d'Henrietta Leavitt, 1912). Mesurant, à l'aide du télescope, leur *magnitude apparente*, on en déduit leur distance.

Les mesures effectuées sur des galaxies, en 93-94 divisèrent la distance que l'on avait estimé jusqu'ici de presque un facteur deux. Du coup l'âge de l'univers tombait à 8 ou 9 milliards d'années et celui-ci devenait ... plus jeune que les étoiles qu'il contenait. Et la revue Nature, en 1994, de conclure "il va falloir remettre le modèle sur le métier".

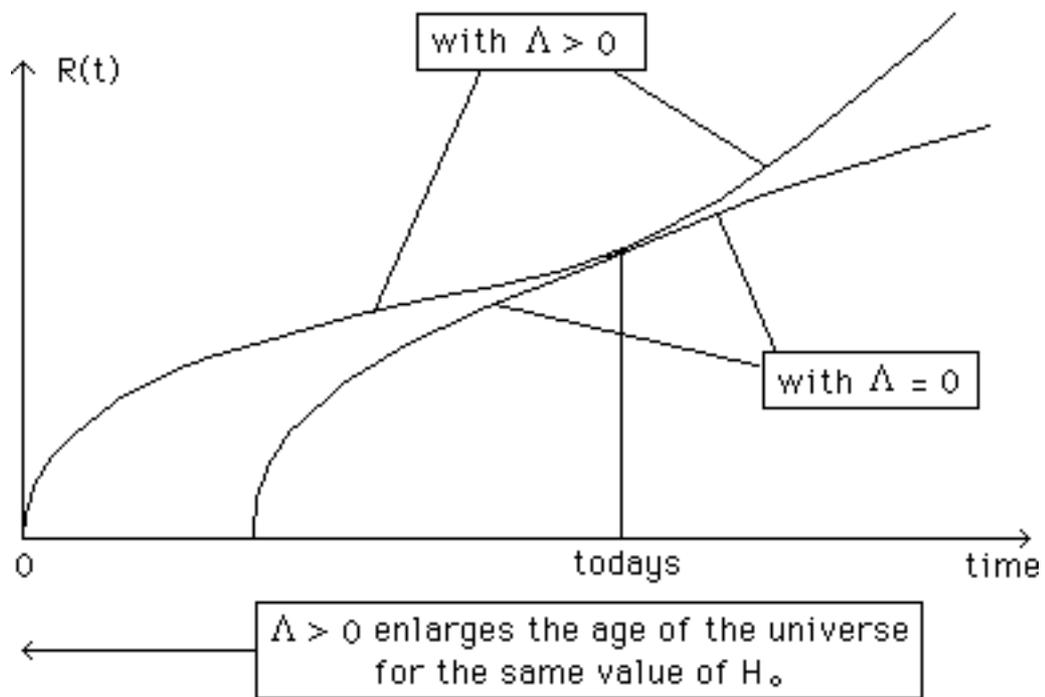
Depuis, deux faits nouveaux sont intervenus. La loi sur les céphéïdes, pour être exploitable, doit être calibrée. Si on admet qu'il existe une relation entre la période de ces étoiles variables et leur magnitude absolue, la quantité de lumière qu'elles émettent, encore faut-il disposer de mesures de distances indépendantes. Celles-ci sont fournies par la méthode du parallaxe, de Bessel. On se sert alors du déplacement saisonnier de la Terre autour du soleil, en prenant deux positions diamétralement opposées. Pour une étoile donnée, relativement proche, vis à vis d'un fond d'étoiles très distantes, à des deux époques de l'année on aura deux positions différentes, correspondant à un certain écart angulaire Dq .



Cette méthode a ses limites. Plus distante est l'étoile, plus grande est la marge d'erreur. Les mesures en distances furent récemment recalibrées en utilisant le satellite Hipparcos. Selon les spécialistes l'analyse des données rapportées par le satellite aurait conduit à une révision des distances estimées pour les céphéïdes servant classiquement à la calibration de la loi, leur distance s'accroissant d'un facteur 1,2 à 1,4. Ainsi les galaxies dans lesquelles le satellite Hubble avait détecté des céphéïdes n'étaient "pas si proches que ça" donc l'univers "pas si jeune que cela". De leur côté, ceux qui évaluaient l'âge des plus vieilles étoiles des amas stellaires de notre galaxie firent de sérieux efforts à la baisse et "tout rentre dans l'ordre", estiment certains.

Admettons...

L'autre solution "classique" consiste, comme l'avait fait Lachièze-Rey, à ressortir, dans l'urgence, la constante cosmologique Λ de sa naphtaline. Dotée du bon signe (pouvoir répulsif du vide) celle-ci a pour effet de relancer l'expansion :



La loi :

$$\text{Age} = \frac{2}{2 H_0}$$

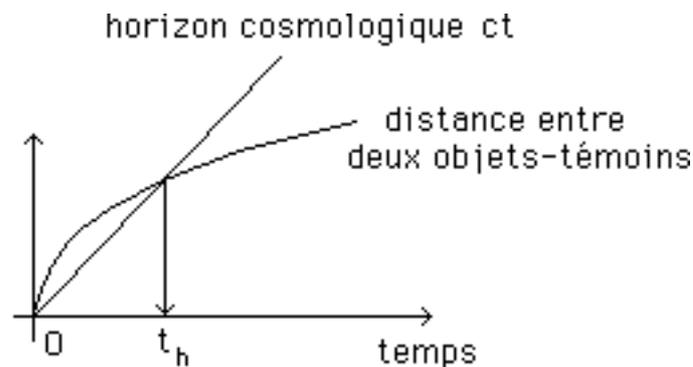
cesse donc d'être valable, ou fournit un âge plus court. En fait, à travers ce modèle "à géométrie variable" on peut toujours choisir une valeur de Λ qui cadre avec n'importe quelle valeur de l'âge de l'univers, par exemple celui de ses plus vieilles étoiles. Certains allèrent même jusqu'à dire que ceci donnait tout simplement une *mesure* de Λ .

La querelle qui divise les astronomes au sujet de l'âge de l'univers semble loin de s'éteindre. Entre les optimistes qui, s'appuyant sur un recalibrage récent des céphéides dilatent l'ensemble de l'univers proche (comme par exemple la distance de la galaxie d'Andromède) et admettent une réévaluation à la baisse de l'âge des plus vieilles étoiles et les alarmistes, qui pensent que les mesures de Hubble soulèvent un réel problème, quelle position adopter ?

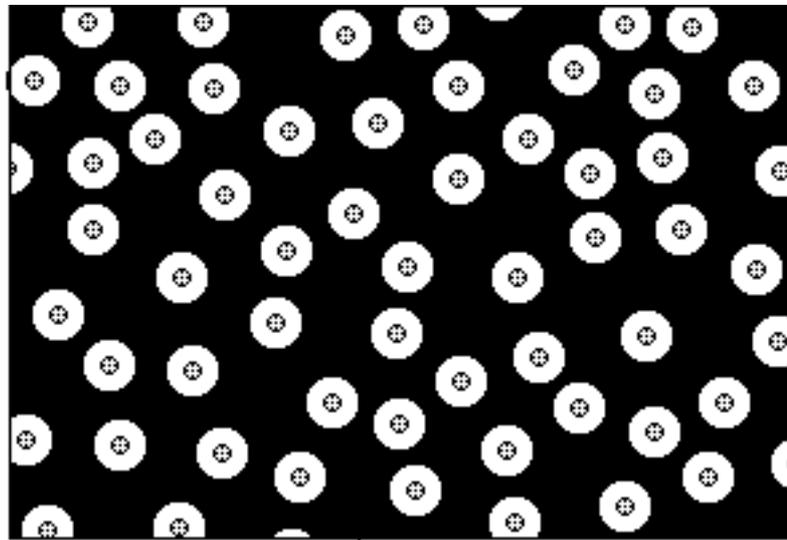
Celle d'une attente prudente, sans doute.

Le problème de l'univers primitif.

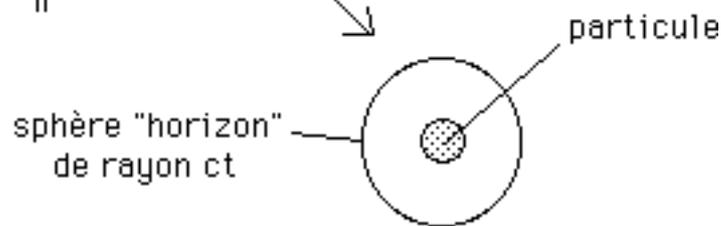
Considérons une particule à l'instant $t = 0$, ou à un instant "proche de $t = 0$ ". Supposons qu'elle émette un signal quelconque, par exemple un rayonnement électromagnétique. Celui-ci va se propager à la vitesse c . Au bout du temps t l'onde sphérique aura un rayon ct , qu'on appelle *horizon*. Mais la loi d'expansion, d'éloignement entre deux particules supposées liées au "support cosmique" (on dit *comobiles*) a une allure parabolique (cette distance croît comme $t^2/3$). En remontant dans le temps on trouvera toujours une époque $t < t_h$ où les particules étaient dans l'impossibilité matérielle de communiquer entre elles, puisqu'elles s'éloignaient "plus vite que ne cheminait l'onde électromagnétique émise à un instant t proche de zero".



L'image ci-après évoque cet état autistique de l'univers, les sphères blanches, liées à chaque des particule, représentant les volumes dans lesquelles une voisine devrait se situer pour que la communication soit possible. Las, elle se s'interpénètrent pas, et ne le feront que beaucoup plus tard.



$$t \ll t_h$$



Il devient donc difficile de justifier la remarquable homogénéité de l'univers primitif, dont la trace fossile est le fond de rayonnement cosmologique à $2,7^\circ$ K.

La théorie en vogue est celle de Linde : l'inflation, et c'est sa seule justification. Sans entrer dans le détail, cette théorie consiste à doter l'univers primitif d'une super-constante cosmologique (dépendant du temps !), traduisant un "pouvoir répulsif du vide" défiant toute imagination. Celui-ci entraîne alors une expansion d'un facteur dix puissance je ne sais combien....

Le problème de l'origine.

Qu'est-ce, au fait, que ce temps $t = 0$? Cela a-t-il un sens ?

Lorsqu'on remonte dans le temps, la température du "fluide cosmique" croît. La vitesse d'agitation thermique des particules dotées d'une masse non nulle croît aussi. Il arrive un moment où cette vitesse devient relativiste. En fait, quand t tend vers zéro et que la température T tend vers l'infini, l'énergie individuelle des particules tend vers l'infini et leur vitesse tend vers c . Le temps propre suit la loi :

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Quand v tend vers c le temps propre "gèle dans les chronomètres". Définir une horloge

devient problématique, même conceptuellement.

On voit donc que le modèle standard est loin d'être parfait. La liste des problèmes évoqués n'est d'ailleurs pas exhaustive. La physique fondamentale connaît des problèmes semblables. La théorie des supercordes passe par une extension du contexte dimensionnel (dix dimensions, pour beaucoup). Mais la géométrie décadimensionnelle reste une jungle obscure. Si les surfaces 2d ont perdu leur mystère, la classification des hypersurfaces 3 et 4d reste encore à faire.

Par ailleurs, quand on ajoute des dimensions au cosmos, apparaissent des longueurs caractéristiques, associées à chacune d'entre elles. Et celles-ci sont invariablement... la longueur de Planck. Or qui dit longueur dit longueur d'onde, laquelle est liée à l'énergie, selon la relation :

$$E = h \text{ (constante de Planck) } \nu \text{ (fréquence) } = \frac{h c \text{ (vitesse de la lumière) }}{\lambda \text{ (longueur d'onde)}}$$

L'énergie de Planck est considérable. Pour la mettre en œuvre, selon les techniques classiques, il faudrait pouvoir disposer d'un accélérateur ayant le diamètre d'une galaxie. Les physiciens expérimentateurs lèvent les bras au ciel.

Le physicien théoricien d'origine japonaise, Michio Kaku ("Hyperspace, a scientific odyssey through the 10th dimension", Oxford University Press, 1995), avance une interprétation personnelle savoureuse : selon lui, la théorie des supercordes serait simplement en avance sur son temps de quelques siècles. Au stade actuel de la technique cela ne serait donc qu'une façon de se distraire entre amis.

Le colloque d'Aspen.

En 1996 la célèbre revue Scientific American publiait un compte rendu d'un colloque sur les supercordes qui venait de se tenir à Aspen, Colorado, sous plume de Madhusree Mukerjee, staff writer. Un texte digne des Marx Brothers :

Comme rappelé par l'auteur de l'article, on avait demandé en 1986 à Jeffrey A. Harvey, de l'Université de Chicago, de définir la théorie des supercordes en sept mots. Sa réponse avait alors été :

- Oh, Lord, why have you forsaken me ? (Dieu, pourquoi m'as-tu abandonné ?)

Mais le papier indique que Dieu semble avoir répondu, à travers la découverte d'une nouvelle symétrie : la dualité.

Witten, le plus optimiste des superstring men, pense que cette dualité va non seulement

conduire à la TOE (The theory of everything : la Théorie du Tout) mais aussi expliquer "pourquoi l'univers est fait ainsi". Il pense qu'on converge vers une explication de la nature profonde de la mécanique quantique.

Peu de gens s'attaquent en fait à cette théorie des supercordes, qui est en effet si compliquée sur tous les plans, y compris mathématiquement, que les physiciens et les mathématiciens répugnent à s'y plonger.

L'article indique que cette "dualité" rendrait les particules élémentaires et les objets composites interchangeables. Les spécialistes évoquent alors des clumps (massifs, bouquets, touffes) qu'ils tentent de visualiser comme des "hedgehogs" (des hérissons). To curl like a hedge-hog : se peletonner en round. Autre images : celles de "sphères cloutées par des vecteurs", baptisées "solitons".

Mais cette dualité, si elle existait, resterait, précisent les auteurs de ce concept, impossible à mettre en évidence (par dualité il faut entendre "double nature" : dictionnaire anglais). Dans l'article on précise donc que des structures composites pourraient être équivalentes en étant "tangled up" (embrouillées, entremêlées) et devenir alors des "objets élémentaires".

Le concept de "mirror symmetry" est ensuite agité, sans grand succès.

En 1986 Duff, de l'Imperial College de Londres, avait envisagé les vibrations d'une nouvelle entité, "a bubble" (une bulle). Alors que les cordes se tortillaient (wiggle) dans dix dimensions, les bubbles flotteraient dans un espace à onze dimensions. Puis Duff envisagea des membranes à "cinq dimensions", descriptions alternative, vis-à-vis des cordes. Il envisagea ensuite que ces membranes puissent à leur tour s'enrouler comme "la peau d'une saucisse". Et d'évoquer une "string-string duality".

En 1995 Witten fit une conférence à Berkeley en conjecturant que les bubbles de Duff pourraient être les solitons d'une corde particulière correspondant aux dix dimensions.

Et Schwarz, du Caltech, (un des pionniers de la théorie) d'ajouter :

- J'aurais du être conducteur de camion !

Quoiqu'il en soit, actuellement, dix nouveaux papiers sur les supercordes paraissent chaque jour.

Un soliton "ressemble à une chenille poilue", hérissée de vecteurs, c'est donc "l'objet dual de la corde".

Duff a ensuite proposé une dualité de la dualité, entre des espaces. Et Susskind de commenter :

La taille et la dimension interne d'un objet changerait "de place en place".

Townsend :

- Les membranes, se transformant en solitons de cordes, pourraient avoir le même statut que les cordes. Malheureusement les calculs faits avec les membranes n'ont pas sens.

On évoque alors un mariage entre les cordes et les trous noirs. Hawking avait indiqué que les trous noirs, étant capables d'émettre des particules, perdraient ainsi de la masse et se rétréciraient. S'ils étaient initialement faits de cordes ("stringy black holes") leur évolution les transformerait en objets de taille nulle : "an extremal black hole looking in fact rather like a particle". Polémique entre Susskind et Strominger, sur ce point :

- Le travail de Strominger est "great", mais appeler ces choses des trous noirs, c'est quand même pousser un peu.

A titre indicatif, le titre du dernier papier de Strominger s'intitule : "Le monde conçu comme un hologramme".

Celui-ci évoque alors le concept de "trou noir de masse nulle".

Jeffrey A. Harvey, de l'université de Chicago, proteste aussitôt :

- What does it mean that your black holes with zero mass ? Do they move at the speed of the light ? (qu'est-ce que ça veut dire, tes trous noirs à masse nulle ? Est-ce que ça veut dire qu'ils vont à la vitesse de la lumière ?)

Gary T. Horowitz, de l'Université de Californie :

- Oh, baloney! (quelle foutaise !)

Un peu plus loin on lit que les cordes "pourraient se configurer en fonction de leur environnement", adoptant une solution dynamiquement correcte (...). Et Strominger d'ajouter :

- Quelque part dans l'univers pourraient exister des portions d'espace en forme de goutellettes, dans lesquelles les trous noirs, en y pénétrant, se transformeraient en cordes, et vice-versa. Dans notre environnement ces goutellettes pourraient sembler naviguer dans des univers virtuels, lesquels existeraient pendant un laps de temps infinitésimal, vu qu'ils disparaîtraient aussitôt, avant qu'on puisse les observer.

Mais plus personne ne semble croire que "la solution soit au coin de la rue", en dépit de l'affirmation de Witten, qui avait parié un cornet de glace que la théorie serait mûre d'ici la fin du siècle.

Et t'Hoff de répliquer avec acidité :

- Quand les gens des cordes font le point, ils ont toujours tendance à gonfler leurs résultats. Ils croient simplement aveuglément à leur théorie.

Dans cette arène des supercordes, se cotoient les jeunes et les moins jeunes.

Sidney R.Coleman, de Harvard :

- At my age you tend to emit a lot of gas. I'd rather not (à mon âge, on a tendance à émettre beaucoup de vent. Je préfère me taire.).

Sheldon L.Glashow convient que "rien n'a bougé dans cette théorie" :

Fin du colloque. La nuit tombe, dit l'auteur de l'article, et Susskind de lâcher :

- I personally think it's a lot of crap ! (je pense personnellement que c'est un tas de merde !)

En dépit de cette crise certains pensent que tout finira par s'arranger. La matière sombre sera détectée. La théorie du Tout (the theory of everything) finira par émerger, sur fond de supercordes décadimensionnelles.



En attendant cette époque bénie, cet âge d'or de la connaissance, les développements théoriques qui vont suivre ne sont, somme toute, ni meilleurs ni pires que tout ce qui a trait à la matière sombre et aux supercordes.



Avant d'attaquer la présentation de nos travaux, un compte-rendu d'une discussion avec J.M.Souriau (4/1/98).

(peut-être un début d'explication de la situation actuelle).

- Tu penses qu'on vit une période de stagnation, en physique fondamentale ?
- Depuis les années cinquante, Feynmann et l'électrodynamique quantique, c'est l'étalement. L'électrodynamique quantique, ça marche, mais à dire vrai on ne sait pas très bien pourquoi. Cela reste à trouver. A part ça on n'a rien trouvé de vraiment marquant.
- Mais est-ce que le monde des sciences a connu des périodes de stagnation du fondamental, du même genre. Au siècle dernier ?
- Il semble y avoir une sorte d'alternance de bonds en avant, dans le domaine fondamental et dans l'exploitation technologique, comme si les gens ne pouvaient pas faire les deux à la fois. L'invention du métier Jacquard (1752-1834), par exemple, traduit un relais mécanisé entre le travail manuel et la production des objets (c'est aussi le début... de l'informatique). En Physique, en 1788, tu as la Mécanique Analytique de Lagrange. Au tournant du siècle Navier invente la mécanique des fluides, Fourier, la théorie de la chaleur, l'analyse harmonique, Fresnel fait progresser l'optique fondamentale.

Entre 1815 et, disons, 1870, c'est une période techno. Machine à vapeur, donc mise en mouvement des machines par une énergie chimique et non plus humaine ou animale. Il y a aussi l'électricité. Gramme invente la dynamo en 1845. Jules Vernes, vers 1870, se fait le chantre de ces applications technologiques. Il y a aussi le développement de la chimie, du chemin de fer, du téléphone, la production électrique de lumière. Mais entre 1815 et 1870 c'est

plutôt une époque d'applications technologiques.

- Et quand est-ce que ça repart ?

- Vers 1870 c'est la naissance de la cristallographie et le début de la théorie atomique, qui fait figure, à cette époque, d'hypothèse spéculative. Il y a aussi Maxwell.

- Et les groupes ?

- Les groupes naissent avec la cristallographie. Sophus Lie, Klein, c'est vers 1870. Le point de départ de la théorie des groupes, c'est la cristallographie. Au tournant du siècle c'est l'atome.

- Et à ton avis ça continue jusqu'en 1950 ?

- Après, c'est surtout de la techno, de la recherche appliquée. En physique, le gros bond en avant c'est l'informatique, dont personne n'avait d'ailleurs été fichu de prévoir l'explosion.

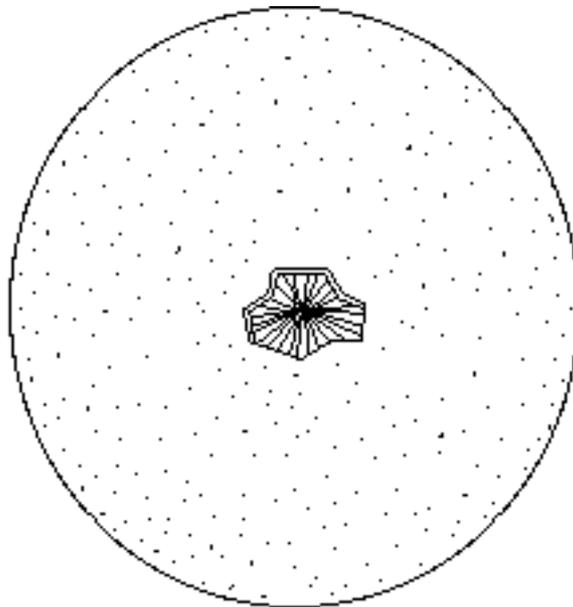
- Et depuis 1950, tout s'est de nouveau recentré sur la technologie. Et le fondamental en fait les frais.

Fin de cette digression.

Le contexte géométrique.

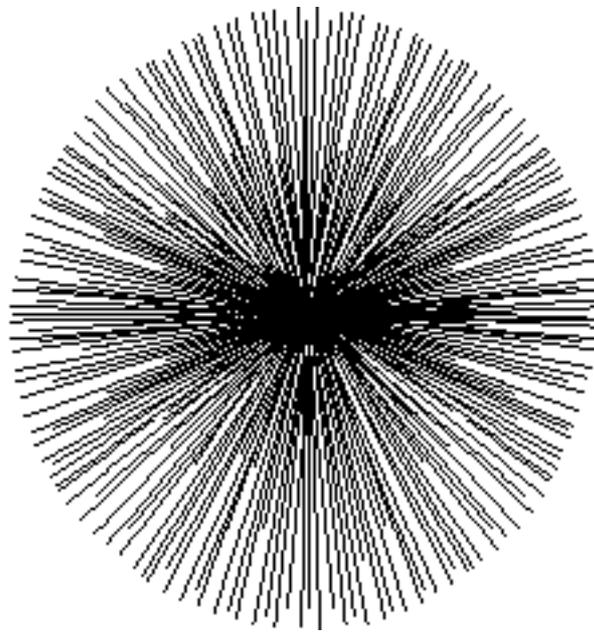
Une sphère est un espace de dimension 2. Il faut deux paramètres pour y repérer un point. C'est un espace qui a une topologie (pour plus de détails sur la signification du mot topologie, voir ma bande dessinée le Topologicon, Ed. Belin). Une sphère n'a pas la même topologie, la même "forme" qu'un tore. La sphère possède des géodésiques. On peut y inscrire un trajet reliant deux points M_1 et M_2 et mesurer la longueur s parcourue. Cette longueur est indépendante des coordonnées choisies pour repérer les points, de même que les courbes géodésiques qui peuplent la surface.

Joignons le centre de cette sphère à tous ses points. Nous obtenons une infinité de demi-droites. Celles-ci peuvent être repérées avec le même système de repérage que les points, par exemple deux angles θ et φ .



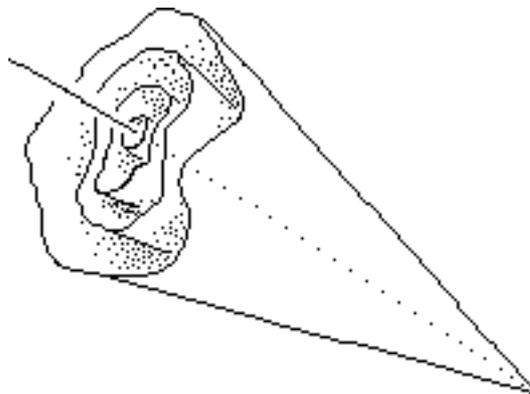
Ci-dessus notre sphère. On a fait un trou pour montrer l'ensemble des rayons vecteurs.

Enlevons maintenant la sphère et ne conservons plus que les rayons vecteurs.



On a tronqué ces demi-droites, mais en fait, elles sont infinies. Chacune n'est définie que par la donnée de deux paramètres, par exemple deux angles. La structure métrique a disparu. Plus de géodésiques, plus de longueurs. Qu'est-ce qui reste ?

- Toute demi-droite a un voisinage. On peut sélectionner des demi-droites voisines pour enserrer celle-ci dans une sorte de cône. A l'intérieur de ce cône on peut en faire figurer un plus étroit, qui contient la demi-droite. C'est l'affaire des cercles concentriques ou des poupées russes, mais avec des faisceaux de demi-droites. Mais il ne s'agit pas de tracer des géodésiques sur ces cônes-là. Chacune de leurs génératrices sont simplement un ensemble de deux paramètres, par exemple deux angles.



- On distingue une idée intuitive de *différentiabilité* . Il n'y a pas de discontinuité dans cette "texture"-là.

Prenons une surface plane, avec géodésiques, longueur etc...

Quel que soit le système de coordonnées que je choisis je devrai toujours repérer la position de mes points avec deux nombres réels (x,y) , (r,θ) etc...

Ces nombres réels sont pris dans \mathbb{R}^2 , c'est à dire dans l'ensemble des couples de nombres réels, comme (3,8705 , - 17,56). Tout couple de points pris dans cet espace des couples de nombres réels a un voisinage. C'est "continu".

Ces objets "pré-métriques" sont appelés *variétés* (les mathématiciens ont le chic pour choisir des mots qui n'ont aucun pouvoir évocateur pour l'homme de la rue).

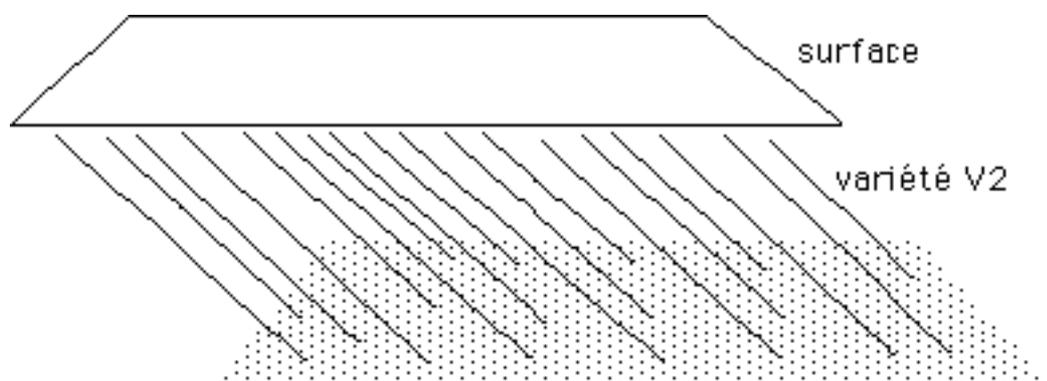
A ce stade on peut donc sauter ce pas qui consiste à considérer un ensemble de n réels (espace à n dimensions), sans lui attacher automatiquement d'idée de longueur ou de géodésiques.

C'est un peu comme si on considérait une surface dont les points n'auraient pour contrainte que de garder le contact avec leurs voisins. Elle serait infiniment élastique et déformable. Par convention, si nous représentons une surface par son contour (soit son bord, soit son contour apparent, on évoquera ce concept "mouvant" de variété en enlevant simplement le contour :



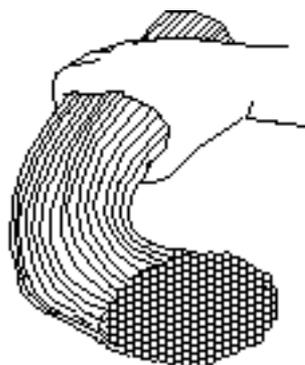
Cette image évoque d'ailleurs l'ombre de l'objet. Et une ombre n'a ni consistance, ni forme. Sa géométrie dépend de l'objet sur lequel elle se projette.

On peut aussi se représenter la *variété* (en anglais manifold) , sans sa métrique, comme une famille de droites.

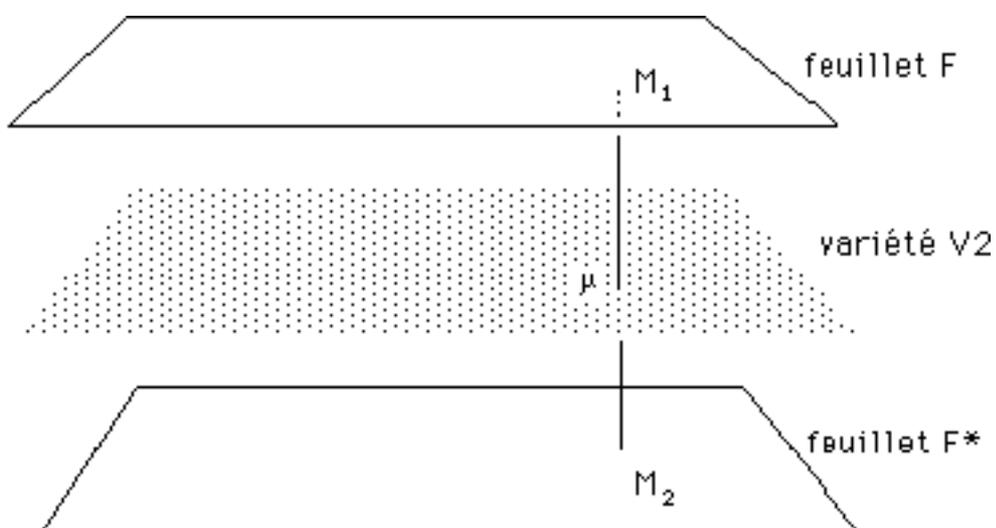


Là, on a mis des droites qui ont l'air parallèle. Il faudrait que ces droites soient... n'importe comment, tout en conservant leurs relations de proximité, de voisinage.

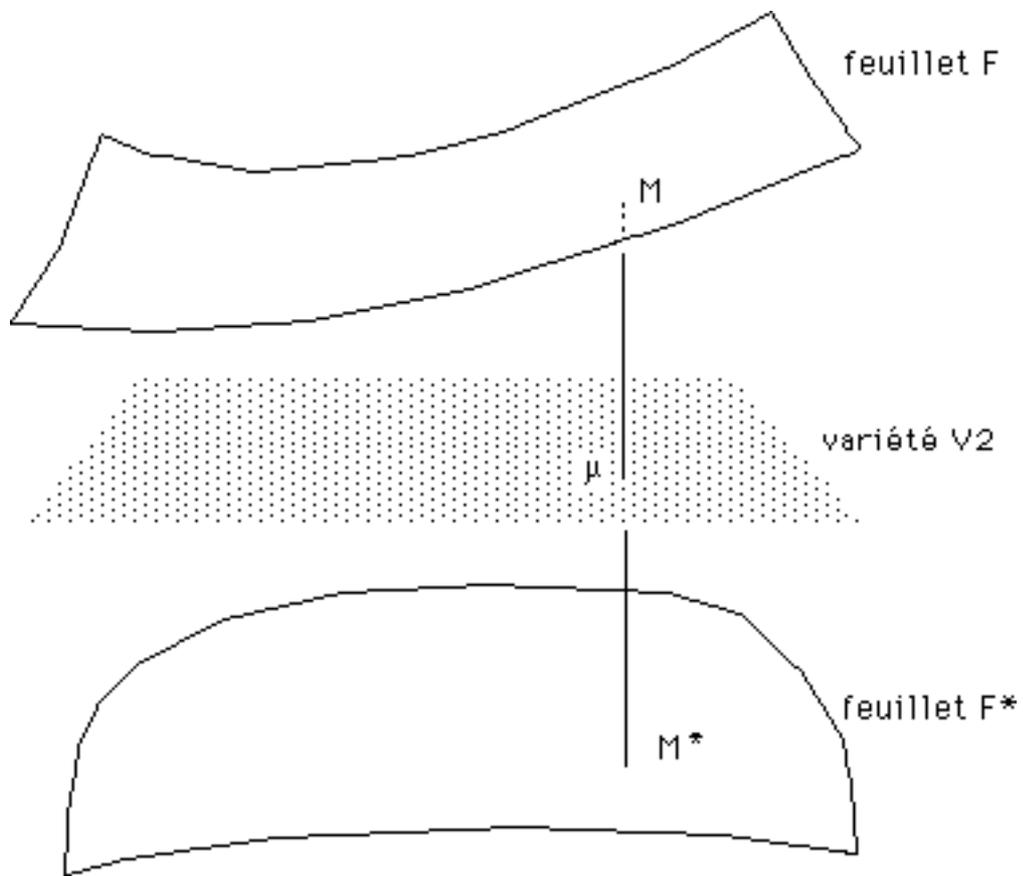
Enfin, une bonne image d'une variété V_2 , c'est un paquet de spaghettis qu'on fait d'abord cuire, puis qu'on peut plier et tordre en tous sens, mais sans modifier l'ordonnance des pâtes les unes par rapport aux autres.



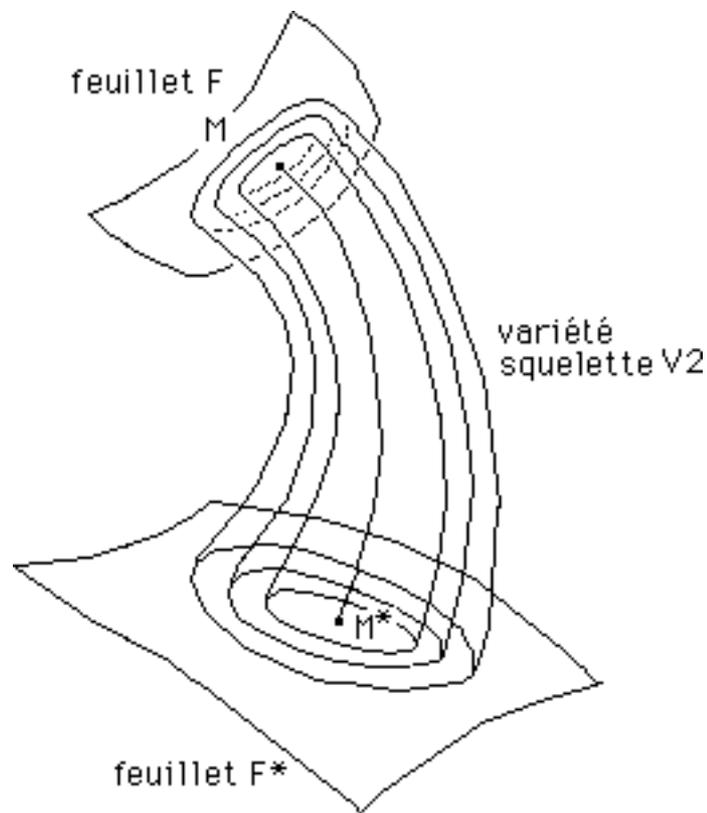
Toujours est-il qu'on peut effectuer sur une variété une opération de revêtement à deux feuillets, qu'on munit de métriques, suggérée par l'image ci-après :



Ici deux feuillets 2d dotés de métriques identiques (euclidiennes). Mais on peut tout aussi bien faire :



On appellera M et M^* des *points conjugués*. Le fait de dire que les deux espaces conjugués sont construits comme le revêtement à deux feuillets d'une variété signifie simplement qu'il existe une correspondance point à point entre les deux feuillets F et F^* , mais, par exemple, les distances entre des couples de points homologues (M_1, M_2) , (M^*_1, M^*_2) peuvent être différentes. La seule contrainte est finalement que les voisinages de points se correspondent également et qu'à toute région non singulière d'une nappe correspond une région également non singulière.

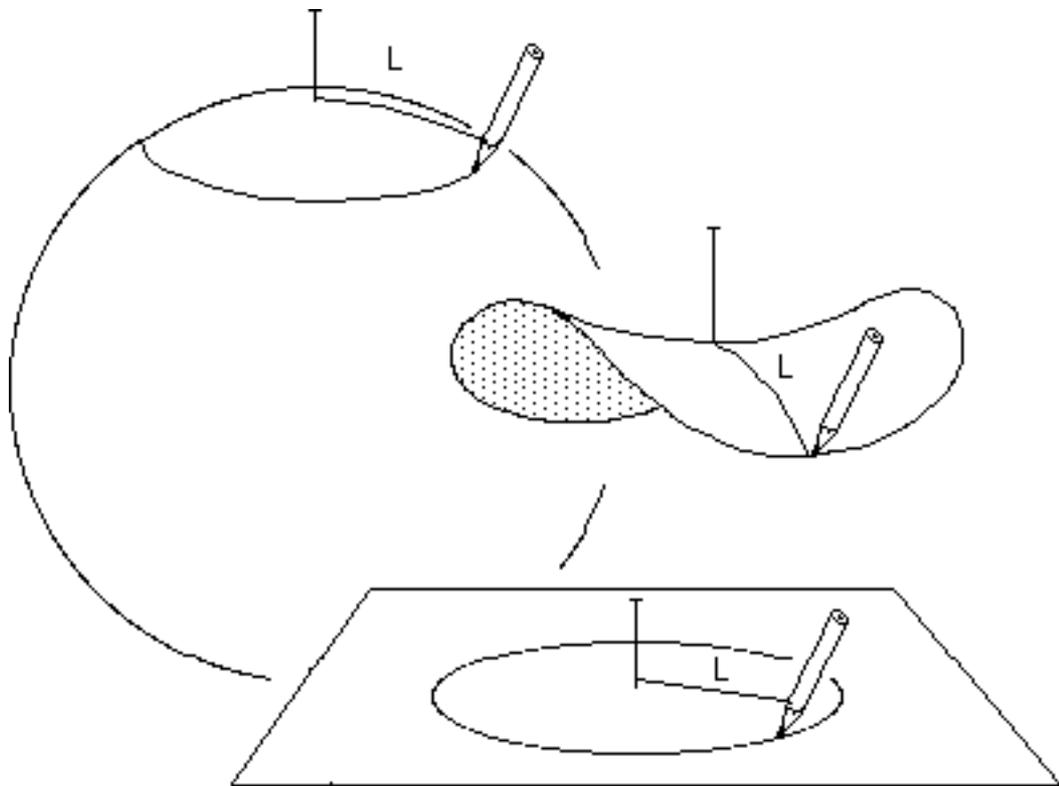


On retrouve le paquet de nouilles flexibles de tout à l'heure. La structure de "*variété-squelette*" n'est là que pour construire l'application *injective* entre les deux objets géométriques. Le dessin ci-dessus est destiné à faire complètement éclater des questions comme "comment les feuillets F et F* sont-ils disposés l'un par rapport à l'autre ? Si F est un univers, où est F* ?". Ces feuillets sont simplement conjugués, avec une correspondance point par point et ces points *conjugués* peuvent être décrits par les *mêmes* coordonnées.

COSMOLOGIE page 23

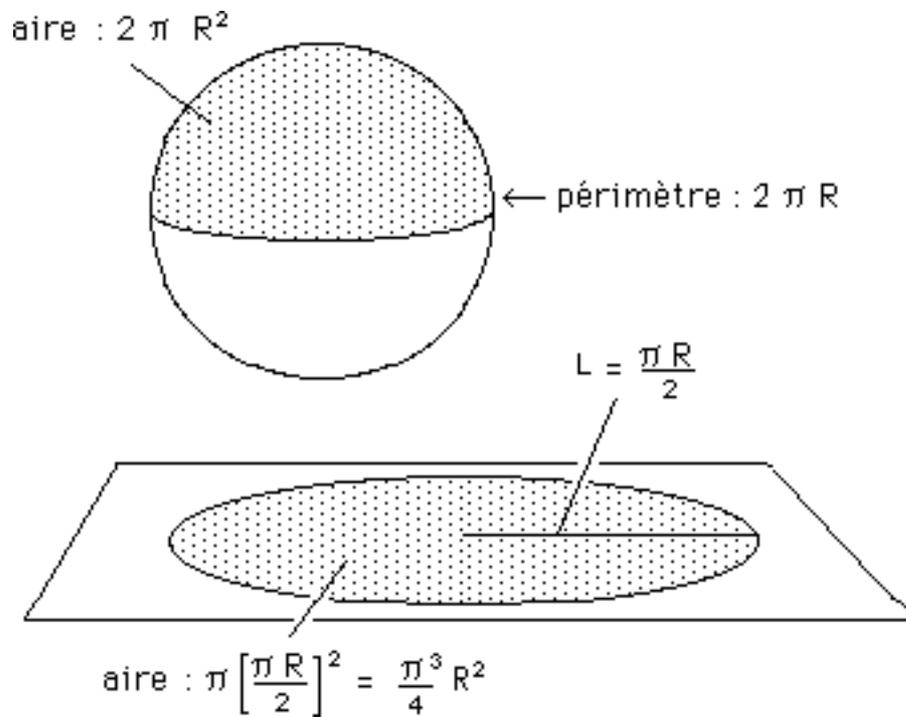
Courbures conjuguées.

Comment appréhender l'idée de courbure locale, positive ou négative, dans un espace à trois dimensions. Prenons une sphère. Plantons un clou quelque part. Attachons-y une ficelle de longueur L et fixons à l'autre extrémité un crayon. Nous allons pouvoir tracer un cercle, qui sera un parallèle. Effectuons la même opération avec un plan et une selle de cheval.



Sur un plan le périmètre est $2 \pi L$ et la surface du disque πL^2 .

Sur la sphère le périmètre et l'aire de la calotte sont plus petits. Sur une selle de cheval le périmètre et l'aire délimitée par cette courbe fermée sont plus grands. Exemple : si on prend une sphère de rayon R et une longueur L égale au quart du périmètre équatorial, soit $\pi R/2$:



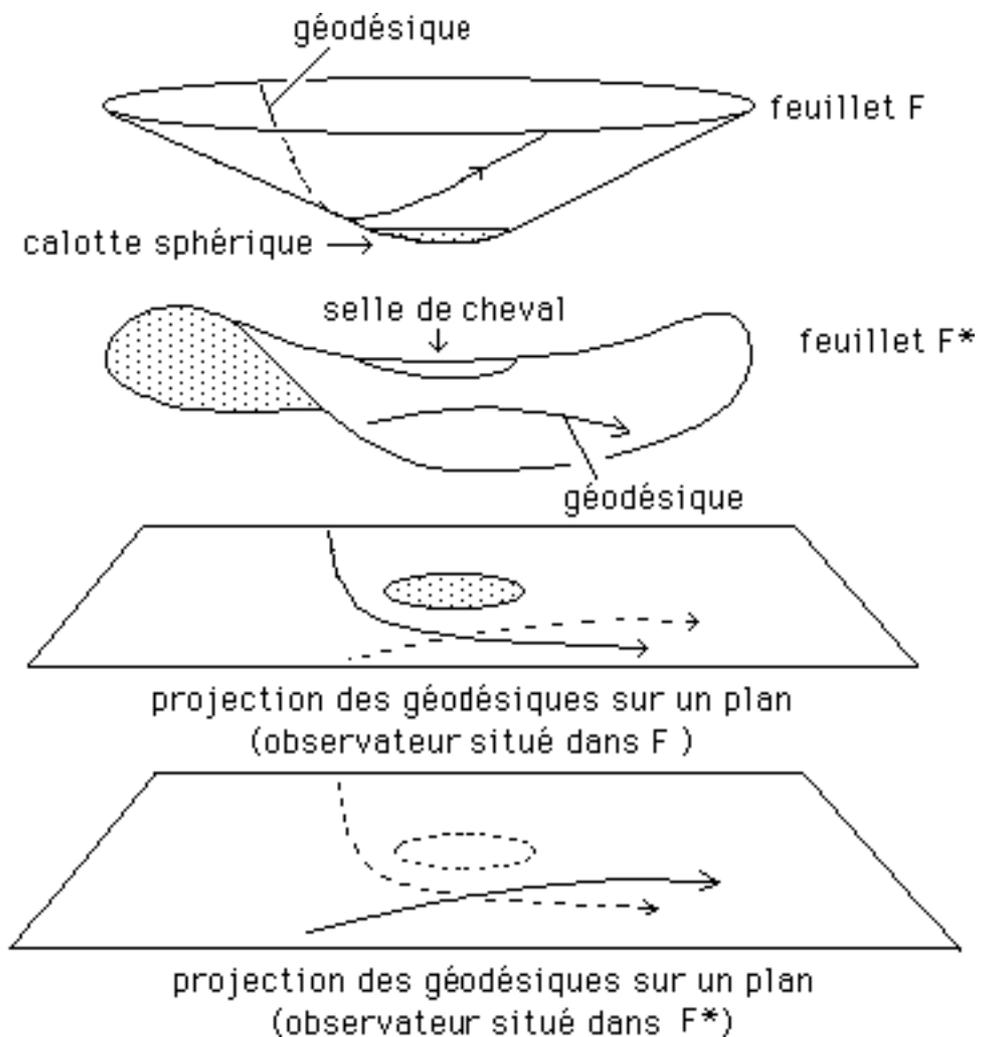
L'aire du disque est 3,875 fois plus grande que l'aire de la calotte sphérique. Son périmètre est 1,57 fois plus grand que l'équateur.

En effectuant des mesures analogues sur une surface on peut savoir si la courbure locale est positive ou négative. Situation analogue en 3d. On prend alors un point, une ficelle de rayon L et on trace... une sphère. Si l'aire de cette sphère est plus petite que l'aire euclidienne $4 \pi L^2$ on en conclura que la courbure locale est positive Si cette aire est plus petite que l'aire euclidienne $4 \pi L^2$ on en conclura que la courbure locale est négative. Même conclusion pour le volume. Contentons-nous de ces idées *qualitatives* . En trois et quatre dimension on peut définir une longueur R , dite *courbure scalaire* , qui se calcule à partir d'un tenseur de courbure.

Dans le modèle cosmologique que nous présentons, on décide de conjuguer deux feuillets d'univers tels que les valeurs des courbures scalaires locales en des points conjugués soient inverses :

$$R^* = - R$$

C'est la façon purement géométrique d'envisager les choses. Il est alors aisé d'en donner une image didactique 2d, modulo les réserves d'usage quand à la portée réelle de telles représentations. C'est le dessin de la figure ci-après :



En haut, un positif émoissé. La courbure locale est nulle sur le tronc de cône et positive dans la calotte sphérique.

En bas un "négatif émoissé". La courbure est nulle sur le tronc de négatif et négative dans la selle de cheval.

On a projeté l'objet et les géodésiques sur deux plans-espaces de représentation euclidiens. Le premier est celui d'un observateur physiquement situé dans le feuillet F, qui pourra ainsi voir l'objet massif, mais pas la particule-témoin cheminant dans le feuillet F*.

L'invisibilité d'un objet situé dans un feuillet par un observateur situé dans l'autre est de nature purement géométrique. On suppose que les photons suivent des géodésiques (particulières) de chaque feuillet. Des photons j cheminent dans le feuillet F (notre feuillet d'univers) et des photons φ^ , qu'on pourra appeler "photons fantômes" (ghost photons) chemine dans le feuillet F*, le "feuillet fantôme" (ghost universe). Le fait que les deux feuillets forment un ensemble disjoint, non-connexe interdit à tout photon d'un feuillet de passer sur l'autre.*

Le "fonctionnement" d'un tel système géométrique est moins compliqué qu'il n'y paraît.

Le feuillet F a sa géométrie, qui est entièrement décrite par une "métrique" \mathbf{g} , à partir de laquelle on construit son système de géodésiques. A partir de cette métrique \mathbf{g} on peut construire un tenseur géométrique \mathbf{S} et l'identifier à un tenseur \mathbf{T} , qui soit "source du champ", origine de cette courbure, en écrivant l'équation d'Einstein :

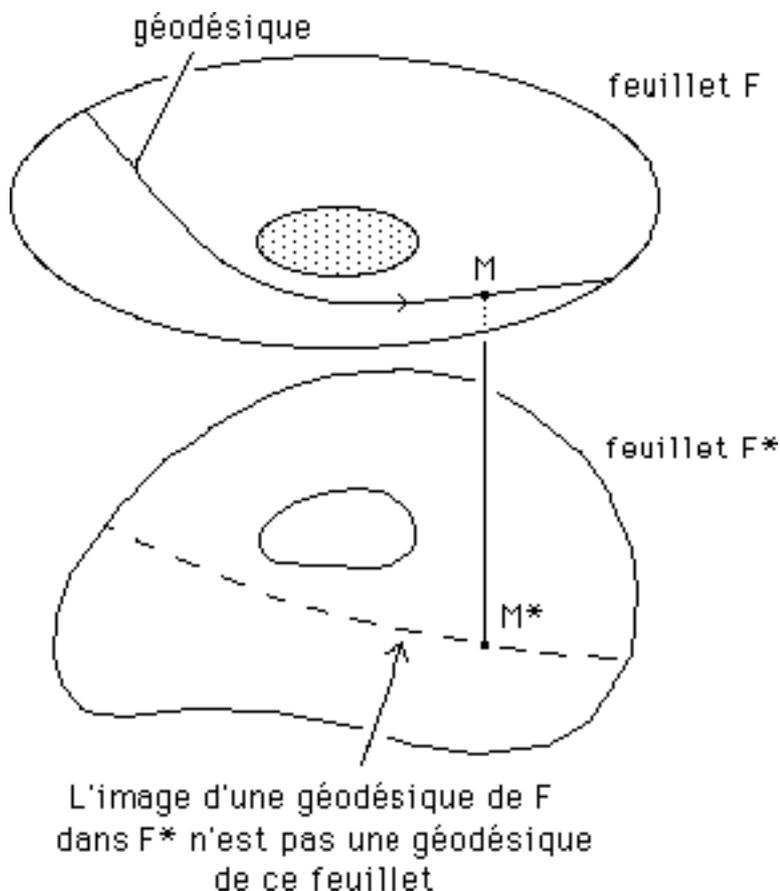
$$\mathbf{S} = \chi \mathbf{T}$$

La géométrie du second feuillet, telle que sa courbure scalaire soit inverse, correspond à une métrique \mathbf{g}^* , à partir de laquelle on peut construire un tenseur géométrique \mathbf{S}^* . L'inversion de courbure découle simplement de :

$$\mathbf{S}^* = -\mathbf{S} = -\chi \mathbf{T}$$

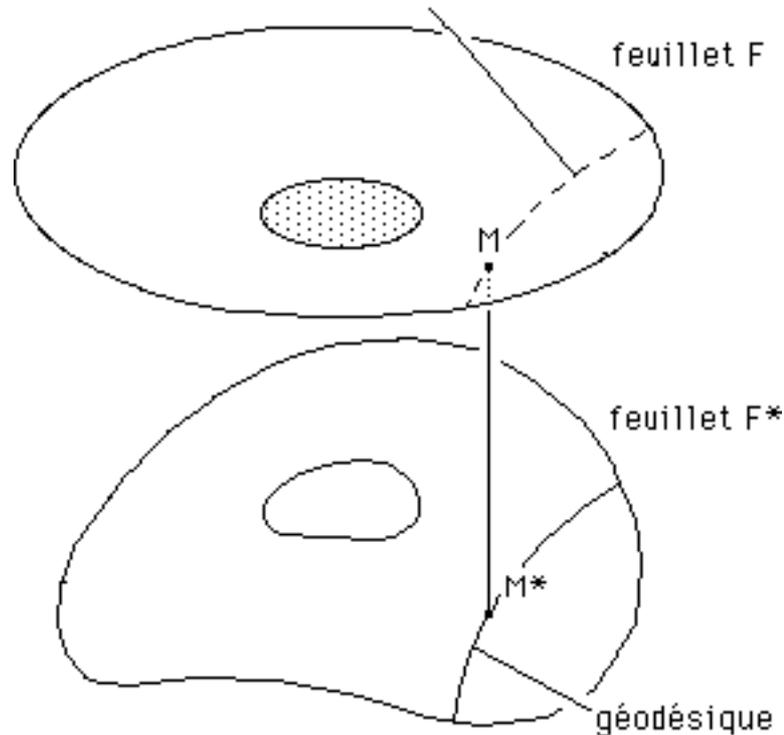
Ce qui ne signifiera absolument pas que $\mathbf{g}^* = -\mathbf{g}$. Les équations sont non-linéaires. La métrique \mathbf{g}^* engendre elle aussi des géodésiques.

Considérons une géodésique du feuillet F et faisons figurer la courbe correspondant aux points conjugués, dans l'autre feuillet. Ca n'est pas une géodésique de celui-ci.



Inversement :

L'image d'une géodésique de F^*
dans F n'est pas une géodésique
de ce feuillet



A ce stade, où en sommes-nous ? Nous avons doté l'univers (supposé être le feuillet F , notre propre espace-temps) d'un frère jumeau. La matière présente dans notre univers (le tenseur \mathbf{T}) détermine sa géométrie, mais elle détermine également celle du jumeau. Nous supposons que notre univers contient uniquement des masses positives et, plus généralement, des particules possédant des énergies positives. Nous n'envisageons pas la présence possible de masses négative dans notre feuillet d'espace-temps. Le tenseur \mathbf{T} est donc soit positif, là où il y a de l'énergie-matière, soit nul là où règne un vide poussé. La courbure locale de F est donc soit nulle, soit positive, mais ne peut être négative.

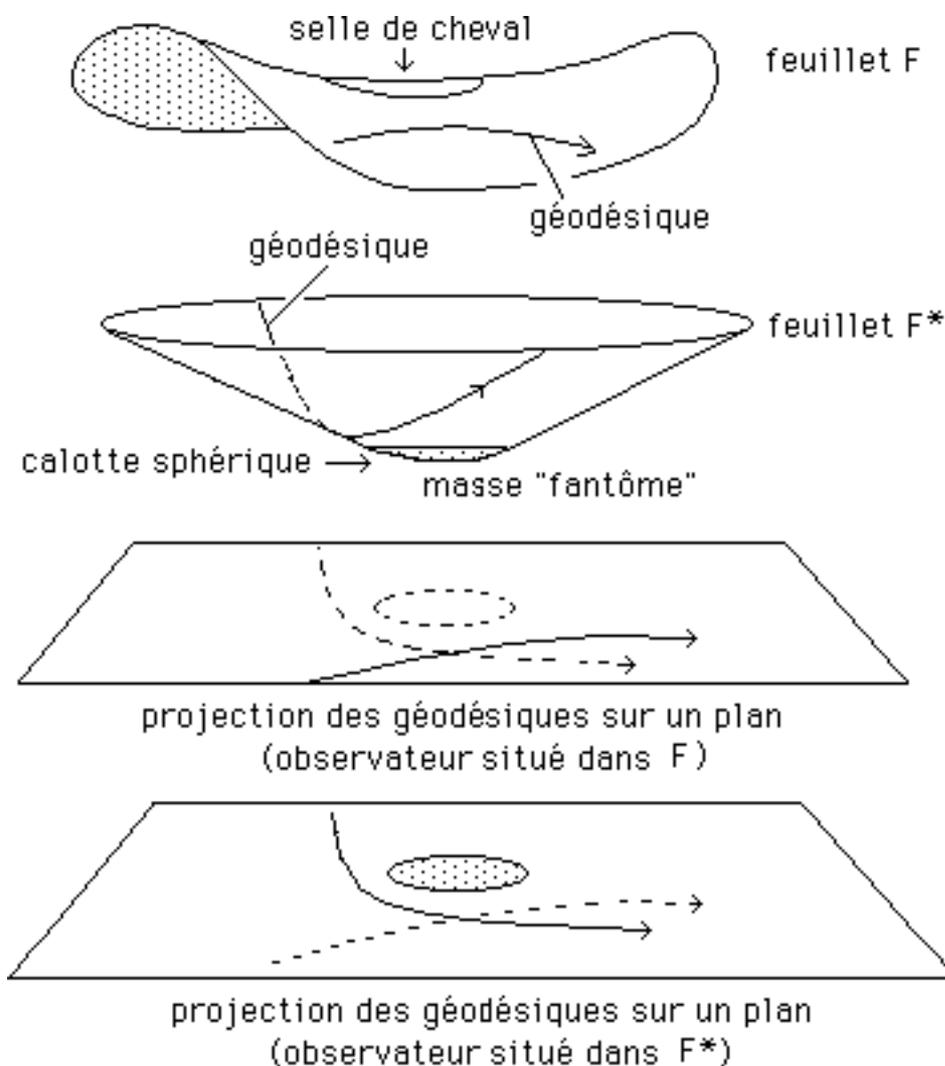
Par contre la courbure du feuillet F^* (on parlera alors de *courbure induite*) est soit nulle, soit négative.

S'il existe des particules dans ce feuillet, nous supposons qu'elle suivent aussi des géodésiques de celui-ci. Or que constatons-nous en regardant la figure ci-dessus ? L'objet grisé, cette masse présente dans notre univers, dans le feuillet F , se comporte comme un *objet répulsif* (voir la courbure de la trajectoire-géodésique) dans le feuillet F^* .

Nous avons construit une solution mathématique exacte correspondant à ce couple de "métriques conjuguées" (\mathbf{g} , \mathbf{g}^*). [Voir dans le site: papier *Geometrical Physics B*], . La solution \mathbf{g} est identique à ce que nous avons appelé les métriques de Schwarzschild extérieure (à l'extérieur de l'astre) et intérieure (dans l'astre lui-même). Nous proposons d'appeler la seconde métrique "Anti-Schwarzschild". [Voir dans le site: *Geometrical Physics A*, **7**, le papier 2 : *Conjugated steady state metrics. Exact solutions.*]

Avec de la "matière fantôme".

Dans cette optique de géométries conjuguées, on peut inverser la situation et supposer qu'une masse (positive) se trouve présente quelque part dans le feuillet F^* . Elle y crée alors une courbure positive et l'image didactique 2d de cette géométrie correspond au cône émoussé, à une solution de Schwarzschild, mais dans le feuillet F^* .



Même remarque pour la façon dont les observateurs de différents feuillets perçoivent l'effet de cette masse sur une particule-témoins cheminant dans leur univers.

L'examen du schéma ci-dessus nous permet de dégager les lois d'interaction entre la matière et la matière fantôme (ghost-matter), localisée dans le second univers le ghost universe.

- Deux particules de matière s'attirent
- Deux particules de matière-fantôme s'attirent.
- Matière et matière fantôme se repoussent.

On voit que c'est différent du schéma suggéré par Souriau, selon lequel les particules de la seconde espèce, non seulement repoussaient celles constituant notre matière, mais se

repoussaient entre elles.

La seconde géométrie correspond à la présence de masses positives m^* , dans le feuillet F^* . On pourra y définir une densité de matière $r^* > 0$ (ou plus précisément de ghost energy-matter, puisque le second feuillet, le ghost universe, contient aussi du "rayonnement fantôme", des ghost photons et des ghost neutrinos). L'énergie des ghost particles est positive, de même que la pression p^* .

A partir de ces grandeurs on peut construire un tenseur d'énergie-matière fantôme \mathbf{T}^* (le tenseur énergie matière le plus général est un peu plus que cela, mais cette description schématique suffit "pour les besoins usuels").

L'équation de champ donnant la géométrie dans le feuillet F^* est :

$$\mathbf{S}^* = \chi \mathbf{T}^*$$

Celle donnant la géométrie de F est :

$$\mathbf{S} = -\chi \mathbf{T}^*$$

Ce sont les deux équations de tout à l'heure, inversées. Dans le feuillet F la géométrie est *induite*, au sens où elle est créée par de la matière M^* située dans F^* et donc invisible depuis le feuillet F .

On peut maintenant envisager que les deux feuilletts soient peuplés chacun par leur propre matière, de densités ρ et ρ^* .

Les métriques conjuguées se déduisent alors du système d'équations :

$$\mathbf{S} = \chi (\mathbf{T} - \mathbf{T}^*)$$

$$\mathbf{S}^* = \chi (\mathbf{T}^* - \mathbf{T})$$

qui donne bien les courbures inversées :

$$R^* = -R$$

Un tel univers peut donc présenter, dans ses feuilletts, une courbure quelconque, positive, négative ou nulle.

Si la courbure est localement positive dans le feuillet F c'est que :

$$T > T^*$$

ou :

$$\rho > \rho^*$$

elle est alors négative dans la région adjacente , conjuguée, du feuillet F*.

Si la courbure est localement négative dans le feuillet F c'est que :

$$T < T^*$$

ou :

$$\rho < \rho^*$$

elle est alors positive dans la région *adjacente* , conjuguée, du feuillet F*.

Si la courbure est nulle dans une région du feuillet F, elle également nulle dans le feuillet F*, ce qui signifiera soit que :

$$T = T^* = 0 \text{ (les deux régions sont vides)}$$

soit que :

$$T = T^* \quad (\rho = \rho^*)$$

Newton et anti-Newton.

La loi de Newton se déduit de l'équation d'Einstein en supposant :

- Que la courbure locale est faible
- Que les vitesses sont faibles devant la vitesse de la lumière
- Que le système est "quasi-stationnaire" (cosmologiquement parlant).

Elle se déduit de la même manière du système d'équations de champ couplées présenté plus haut. Voir :

J.P.Petit and P.Midy : Matter ghost matter astrophysics. 1 : The geometrical framework. The matter era and Newtonian approximation. [voir sur le site: *Geometrical Physics A* , 4 , 1998, section 4.]

On a donc la dynamique ci-après :

- Deux particules de matière m_1 et m_2 s'attirent selon la loi de Newton.
- Deux particules de ghost matter, de "matière-fantôme" m^*_1 et m^*_2 s'attirent selon la loi de Newton.
- Deux particules m et m^* , appartenant à de feuilletés différents se repoussent selon "anti-Newton".

A propos des tests de la Relativité Générale.

Le modèle n'est pas en contradiction avec ceux-ci. En effet, comme la matière et la ghost matter se repoussent, là où il y a une concentration de matière (par exemple notre galaxie), dans la portion adjacente, conjuguée du ghost universe, règne un vide poussé : la matière y a fait le ménage en repoussant les masses fantômes au loin.

Dans le voisinage du soleil le tenseur \mathbf{T}^* (ghost matter) est donc négligeable devant \mathbf{T} (matière) et l'équation de champ devient :

$$\mathbf{S} \cong \chi \mathbf{T}$$

c'est à dire l'équation d'Einstein, qui se présente alors comme une forme approché d'une équation "gémellaire".

Conclusion de cette partie géométrie.

Tout est maintenant en place pour tenter d'exploiter une idée nouvelle, celle d'un univers en interaction permanente avec un univers fantôme, dont l'existence ne se révélerait à nous qu'à travers l'action sur le champ de gravitation.

Dans le papier : "J.P.Petit and P.Midy : Geometrization of antimatter through coadjoint action of a group on its momentum space. 3 : Twin group. Matter anti-matter duality in the ghost space. Reinterpretation of the CPT theorem. [Voir sur le site: *Geometrical Physics B, 1-3*], 1998.", la structure gémellaire est approchée différemment : à travers la théorie des groupes (groupe gémellaire). On verra en particulier que la dualité matière antimatière existe dans les deux feuillets. Dans le ghost universe il existe de la ghost matter et de l'anti-ghost matter.

Nous connaissons l'approximation newtonienne. Nous pouvons donc faire des simulations numériques. Nous pouvons aussi tenter de construire des solutions analytiques. Nous devons aussi, pour être complets, produire un modèle d'évolution cosmologique, qu'on appellera *Twin Bang* , puisqu'il affecte les deux univers.

