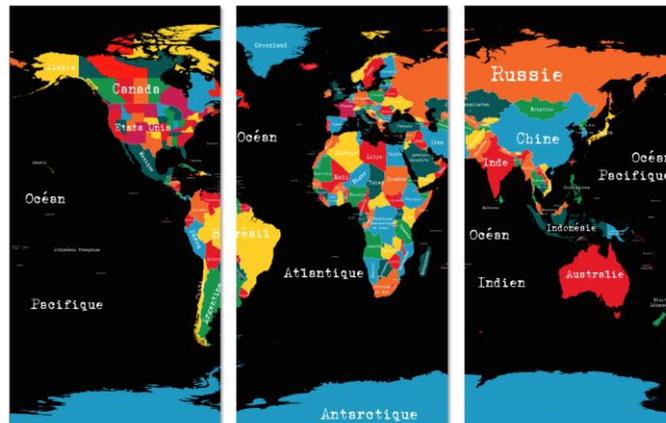
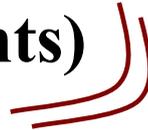


Travaux dirigés (PC*)

(Compléments)



Lycée Jacques Decour

Olivier Granier
(olivier.granier.free.fr)

Travaux dirigés (PC*) (Compléments))

- *Thermodynamique et transferts thermiques* p 3
- *Electromagnétisme* p 10
- *Ondes électromagnétiques* p 18
- *Optique* p 22
- *Mécanique du point et des solides* p 33
- *Statique et mécanique des fluides* p 38
- *Ondes mécaniques* p 49
- *Ondes acoustiques* p 52
- *Mécanique quantique* p 54
- *Electronique* p 56



Thermodynamique – Transferts thermiques

Réfrigérateur à absorption :

Un réfrigérateur à absorption est une machine frigorifique tritherme sans échange de travail avec l'extérieur. L'énergie est fournie sous forme thermique, et à haute température T_0 , par un bouilleur. L'évaporateur est en contact thermique avec la source froide, de température T_2 . Le condenseur est en contact thermique avec le milieu extérieur, de température T_1 . Ces diverses températures sont telles que $T_2 < T_1 < T_0$.

On ne décrit pas les mécanismes physiques qui permettent de faire en sorte que le fluide reçoive de l'énergie par transfert thermique au niveau de l'évaporateur.

Définir et calculer l'efficacité frigorifique maximale, fonction des trois températures T_0 , T_1 et T_2 .

Changement d'état :

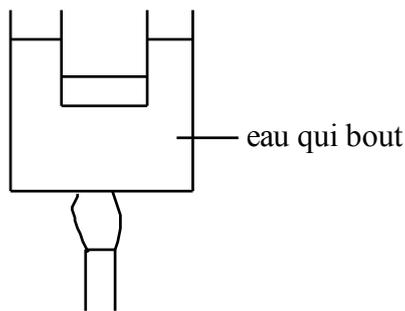


Schéma 1

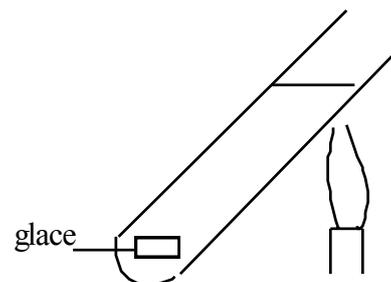


Schéma 2

Schéma 1 : L'eau du deuxième bécet peut-elle bouillir ?

Schéma 2 : L'eau en surface peut-elle bouillir avant que la glace ne fonde ?

Glacière :

Quelle est la plus courte durée permettant de transformer en glace 1 kg d'eau initialement liquide à $T_F = 273$ K ? On dispose d'un moteur de puissance 25 W, dans une pièce où la température est $T = 298$ K.

On donne la chaleur latente de fusion de l'eau : $L = 330$ kJ.kg⁻¹.

Fréquence de collision :

On appelle « fréquence de collision le nombre moyen de chocs par seconde que subit une molécule. Évaluer cette fréquence pour le mercure à 40 °C sous sa pression de vapeur saturante qui, à cette température, vaut $6 \cdot 10^{-3}$ mmHg soit 0,8 Pa. La vapeur de mercure est monoatomique. On donne $Hg = 200,6$; diamètre des atomes: $0,3 \cdot 10^{-9}$ m.

Durée de vie d'un microprocesseur :

Le coefficient de diffusion D dans le silicium dépend de la température selon la loi $D = D_0 e^{-\frac{E}{k_B T}}$ où E est l'énergie d'activation du processus. Un facteur limitant la durée de vie d'un microprocesseur est le phénomène de diffusion. La migration des atomes provoque la destruction des transistors contenus dans la puce.

Quel est l'ordre de grandeur du rapport des durées de vie d'un microprocesseur des années 1990 et des années 2000?

Pour augmenter la vitesse d'exécution des programmes, il est possible d'augmenter la fréquence de l'horloge du microprocesseur «overclocking». Un effet indirect est l'augmentation de la température du microprocesseur de 5°C à 10°C . Que pensez-vous de cette technique ? Données : $E = 3,51 \text{ eV}$ pour le gallium ; $k_B = 1,4 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$.

Caractéristiques des microprocesseurs :

| | dimension de la gravure l | température interne |
|-------------|-----------------------------|---------------------|
| années 1990 | $0,5 \mu\text{m}$ | 80°C |
| années 2000 | $0,15 \mu\text{m}$ | 90°C |

Etude du modèle prédateur / proie et portrait de phase :

1- Interpréter l'équation de l'évolution de la population des proies en l'absence de prédateurs,

$\frac{dn}{dt} = \alpha \left(1 - \frac{n}{M}\right) n$, $\alpha > 0$, et celle des prédateurs, en l'absence de proies :

$$\frac{dp}{dt} = -\beta p, \beta > 0$$

2- En présence les uns des autres, ces équations deviennent :

$$\frac{dn}{dt} = \alpha \left(1 - \frac{n}{M} - \delta p\right) n$$

$$\frac{dp}{dt} = (-\beta + \gamma n) p$$

Quelle valeur a-t-on à l'équilibre? En étudiant les variations autour de l'équilibre, tracer le portrait de phase.

Temps de cuisson :

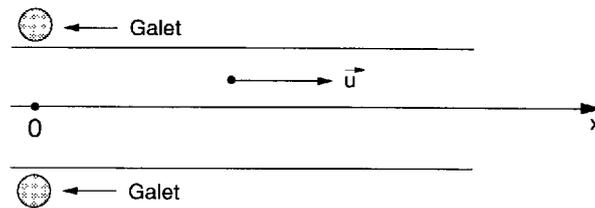
Il faut trois heures pour cuire une dinde de 5 kg, mais seulement 5 heures pour une dinde de 10 kg. Expliquer.

Un transfert conductif axial : (et la suite)

Un fil métallique cylindrique de section droite circulaire de diamètre D défile à grande vitesse u (dans le référentiel de l'atelier entre deux galets. On désigne par μ la masse volumique du métal, par c sa chaleur massique et par λ sa conductivité thermique supposée isotrope.

T_a est la température constante de l'air ambiant.

h désigne le coefficient de transfert conducto-convectif de sorte qu'à l'abscisse x où la température du fil est $T(x)$ (le régime étant supposé stationnaire), le flux thermique latéral est ainsi : $j_{cc} = h(T_a - T(x))$.



1) a) On isole une tranche de fil d'épaisseur dx et d'abscisse x à l'instant t . Quelle est son abscisse à l'instant $t + dt$? En déduire que sa température varie de $dT = u \frac{\partial T}{\partial x} dt$.

b) En négligeant le rayonnement, écrire l'équation traduisant le bilan thermique local en régime stationnaire.

2) En déduire le champ de température $T(x)$ en régime stationnaire. On précisera la condition aux limites pour $x \rightarrow \infty$, le fil ayant une longueur l très grande (hypothèse qu'on précisera plus loin). On posera $T_0 = T(0)$.

3) Simplifier l'expression précédente dans le cas où

$$u \gg \frac{1}{\mu c} \sqrt{\frac{\lambda h}{D}}$$

En déduire une longueur caractéristique a qu'on exprimera en fonction de μ , c , h , u et D .

A.N. On donne : $\mu = 8.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ $c = 460 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ $\lambda = 15 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (acier)
 $h = 30 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ (convection forcée), $D = 10^{-2} \text{ mm}$, $u = 0,1 \text{ m.s}^{-1}$.

Exprimer numériquement la condition sur u . Calculer numériquement a .

4) Calculer la puissance thermique perdue par le fil. Commenter

Peut-on lécher une barre d'acier chauffée au rouge ?

Certains fakirs plongent leur main brièvement dans du métal en fusion ou lèchent des barres de métal chauffées au rouge sans subir la moindre blessure.

Pouvez-vous expliquer ces faits ? Pourquoi ne doivent-ils utiliser que du métal très chaud ?

Y a-t-il une vitesse optimale pour marcher sur des charbons ardents ? En particulier, se peut-il qu'un fakir marche trop vite ?

Fonte d'un glaçon :

Une sphère solide d'un corps pur, de centre fixe O , de rayon initial R_0 , est immergée dans le même corps pur à l'état liquide et fond lentement. On note respectivement λ la conductivité thermique du liquide, μ_s et c la masse volumique et la capacité calorifique massique du solide, L_f et M l'enthalpie molaire de fusion et la masse molaire du corps pur. On suppose la conductivité thermique du solide infinie, ce qui lui permet d'avoir à chaque instant une température uniforme, et la capacité calorifique massique du liquide négligeable. Au cours de

la fusion, la sphère reste à la température T_f de fusion du corps pur et, loin du solide, le liquide conserve une température constante $T_0 > T_f$. Il n'y a pas de convection.

- 1- Soit $R(t)$ le rayon instantané de la sphère. Déterminer la température $T(r,t)$ dans le liquide.
- 2- Effectuer une bilan d'énergie pour la sphère entre les instants t et $t + dt$. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $R(t)$.
- 3- Calculer $R(t)$ et exprimer la durée nécessaire τ à la fusion complète du solide.
- 4- De quelle quantité ΔT s'élèverait, pendant la même durée, la température de la sphère si, au lieu de fondre, elle restait un solide surchauffé ?
- 5- On considère un glaçon plongé dans un grand volume d'eau. Calculer τ et ΔT . La valeur de τ est-elle réaliste ?

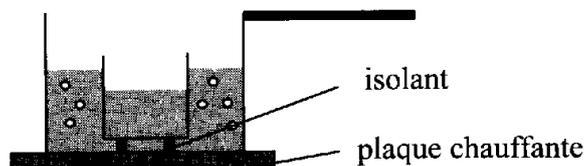
On donne les valeurs numériques :

$$\lambda = 0,609 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}, \quad \mu_S = 917 \text{ kg. m}^{-3}, \quad c = 2,09 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1},$$

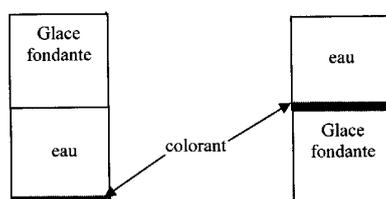
$$L_f = 6,03 \text{ kJ.mol}^{-1}, \quad T_f = 0^\circ\text{C}, \quad T_0 = 15^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad R_0 = 5 \text{ mm}.$$

Deux expériences :

1. Un bocal rempli d'eau est placé dans une casserole contenant de l'eau. Elle est isolée du fond de la casserole par des cales isolantes. La casserole est disposée sur une plaque chauffante. On constate que l'eau de la casserole finit par bouillir mais pas celle du bocal. Interpréter l'observation.



2. On considère quatre récipients identiques. Deux sont pleins de la glace fondante et deux d'eau à la température ambiante. On injecte au fond des deux derniers un colorant et on place sur l'un et sous l'autre un des deux premiers. La configuration initiale est donc celle du schéma ci-dessous.



Comment évolue le colorant dans les deux cas ?

La taille d'une planète : (et la suite)

Un astéroïde, gros caillou du système solaire, est appelé conventionnellement planète si la hauteur H de la plus haute montagne ne dépasse pas le 100ième du rayon moyen R du caillou.

1. Hauteur maximale d'une montagne

On constitue une colonne verticale de parpaings en les posant l'un sur l'autre. A un certain moment, l'adjonction d'un nouveau parpaing au sommet de la colonne provoque

l'effondrement du parpaing le plus bas. La "montagne de parpaings" a atteint sa hauteur maximale H.

Montrer que H s'exprime uniquement en fonction de la chaleur de fusion L_f du matériau et du champ de gravitation g régnant à la surface de la planète.

Déterminer la hauteur maximum des montagnes terrestres en prenant $L_f = 200 \text{ kJ/kg}$ et $g = 10 \text{ m/s}^2$. Comparer à la hauteur réelle.

La hauteur des montagnes sur Mars est-elle plus grande que celle des montagnes terrestres ?

2. En supposant que le caillou soit homogène, de masse volumique ρ , montrer que le caillou devient une planète si son rayon $R > R_{\min} = 1,5 \sqrt{\frac{L_f}{G\rho}}$.

Applications :

Lune : $\rho = 3,34 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; $L_f = 240 \text{ kJ/kg}$ (SiO_2) ; $R = 1700 \text{ km}$

Astéroïde Vesta : $\rho = 3,15 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; $L_f = 240 \text{ kJ/kg}$; $R = 260 \text{ km}$

La plus haute montagne de la Lune a une hauteur $H = 4,8 \text{ km}$. La plus haute montagne de Vesta a une hauteur $H \approx 70 \text{ km}$.

3. Comment expliquer que les petits astéroïdes ne sont pas sphériques ?

Pollution par le dioxyde de soufre : (et la suite)

1. Un polluant de concentration massique $c(x, y, z, t)$ diffuse dans l'air au repos avec des coefficients de diffusion constants D_x , D_y et D_z différents suivant les trois axes. Établir l'équation aux dérivées partielles dont est solution $c(x, y, z, t)$.

2. En présence d'un vent uniforme de vitesse $U\vec{u}_z$, montrer que $c(x,y,z,t)$ est solution de l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

3- Dans la suite, on néglige le terme $D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$. À quelle condition sur U , D_x et sur la distance L_x caractéristique des variations de $c(x, y, z, t)$ avec x , cette approximation est-elle validée ?

4. Ce modèle convient pour traiter l'émission de SO_2 avec un débit massique q_m par une cheminée d'usine dont la sortie est assimilée à un point C ($x = 0, y = 0, z = h$). On admet qu'on peut omettre le mouvement vertical des effluents à condition de remplacer la hauteur réelle h de la cheminée par une hauteur effective $H > h$. La solution s'écrit alors :

$$c(x, y, z) = \frac{q_m}{2\pi x \sqrt{D_y D_z}} \exp\left(-\frac{y^2 U}{4D_y x} - \frac{(z-H)^2 U}{4D_z x}\right)$$

avec $D_y = 36,0 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $D_z = 9,0 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $H = 180 \text{ m}$, $U = 3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $q_m = 32,6 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$.

Tracer le graphe de $c(x, y = 0, z = 0)$ pour $0 \leq x \leq 100 \text{ km}$. Conclure sachant que la valeur maximale autorisée pour c est $c_{\text{limite}} = 30 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$?

Êtres vivants : (et la suite)

Un être vivant a une température T . Il rayonne une puissance donnée par la loi de Stéfán: $P = \sigma T^4 S$, $\sigma = 5,77 \cdot 10^{-8}$ SI. S est la surface de contact entre l'être vivant et l'atmosphère. L'atmosphère est à la température $T_0 < T$ et l'animal reçoit de la part de l'atmosphère une puissance $P_0 = \sigma T_0^4 S$.

L'animal reçoit d'autre part de l'énergie du fait de l'absorption de nourriture. On appelle G la glotonnerie de l'animal $G = P_a/m$, si P_a est la puissance absorbée. On suppose l'animal sphérique de rayon r et de masse volumique $\rho \approx 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

1. Calculer G en fonction de σ , ρ , r , T et T_0 . Comparer G pour la souris, le chat, le serpent. Conclure.
2. Pour G fixé, les hommes des pays froids sont plus grands que ceux des pays chauds. Est-ce en accord avec la question précédente ?
3. Un homme de 80kg mange quotidiennement 1 kg de nourriture. Il reçoit ainsi un énergie de 12 MJ. Calculer G en $\text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$.
4. Un lilliputien a une hauteur $h = 2\text{mm}$ et une section $s = 0,5 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$. Calculer G pour $T - T_0 = 20^\circ\text{C}$. Un homme ordinaire prend 1 h 30 par jour pour s'alimenter. Qu'en est-il pour le lilliputien ?

Altitude des cumulus :

Par beau temps, les masses d'air s'élèvent depuis le sol en suivant une évolution isentropique, on observe alors la formation de nuages appelés « cumulus », dont les bases sont pratiquement planes et toutes à la même altitude. Pour cette évolution isentropique, on admettra que $\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{g}{c_p}$ où c_p est une grandeur massique.

Exprimer l'altitude des bases des cumulus en fonction de grandeurs mesurables au sol.

Une petite mousse qui monte... :

Manipulation : S'envoyer une mousse ne rend pas lourd. Prenez donc une bière! Versez-la brusquement dans un verre pour fabriquer un gros faux-col. Vous pouvez aussi prendre une canette de bière et l'ouvrir brusquement.



Tout aussi usuel, mais plus salissant, il y a la bouteille de soda que vous secouez violemment avant de l'ouvrir... Enfin, une dernière possibilité, la bouteille de champagne ou de mousseux qu'on sabre, c'est-à-dire que vous décapitez d'un coup sec avec un grand couteau : effet

garanti, à étudier avec modération. Dans tous ces cas, l'essai est facile à faire soi-même. Observez aussi la détente d'une mousse qui sort d'un récipient (mousse à raser).

Vous observerez peut-être expérimentalement qu'au début, l'expansion est brusque ; ensuite, pendant environ une seconde, le volume continue à augmenter, mais plus lentement.

Énoncé : au départ, le récipient est sous pression de quelques bars (4 bars pour fixer les idées). Pour simplifier, on suppose que la mousse est déjà formée à l'intérieur : elle est constituée de bulles de gaz, bien séparées les unes des autres par du liquide. Cette simplification est peut-être justifiée au moins dans le cas des bombes de mousse à raser qu'on agite avant emploi. Brusquement, on expulse la mousse à l'air libre : son volume augmente rapidement. C'est à cette détente qu'on s'intéresse.

1. Expliquez pourquoi l'expansion est d'abord rapide, puis lente. Expliquez pourquoi on peut distinguer deux étapes différentes et discutez leur origine physique.
2. Durant la première étape, de combien augmente le volume de la mousse ? Décrivez l'état de la mousse à la fin de cette étape. Faites l'application numérique, commentez.
3. Même question au cours de la deuxième étape.
4. Y a-t-il une troisième étape ?

Le réchauffement de la bulle du niveau du menuisier :

La taille de la bulle dans le tube à niveau du menuisier fluctue en fonction de la température. La bulle est-elle plus grande quand il fait chaud ou quand il fait froid ?

Mélangeur :

Un robinet mélangeur admet de l'eau froide (température T_1 , débit massique D_1), et de l'eau chaude (T_2 , D_2).

- 1- Déterminer la température T_f de l'eau sortant du robinet.
- 2- Préciser les hypothèses.

Une « mesure » du rayon des molécules :

L'énergie de tension superficielle d'une goutte d'eau de surface S vaut $E = AS$ où A est une constante. Exprimer l'énergie ΔE nécessaire pour fractionner une goutte sphérique de volume $V = 1$ litre en gouttelettes sphériques de rayon r .

La tension superficielle étant liée aux interactions moléculaires, on suppose que si r est de l'ordre du rayon d'une molécule, alors ΔE est de l'ordre de la chaleur latente de vaporisation. Calculer r connaissant $\mu = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, $l_v = 2400 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $A = 7.10^{-2} \text{ Pa.m}$.

Electromagnétisme

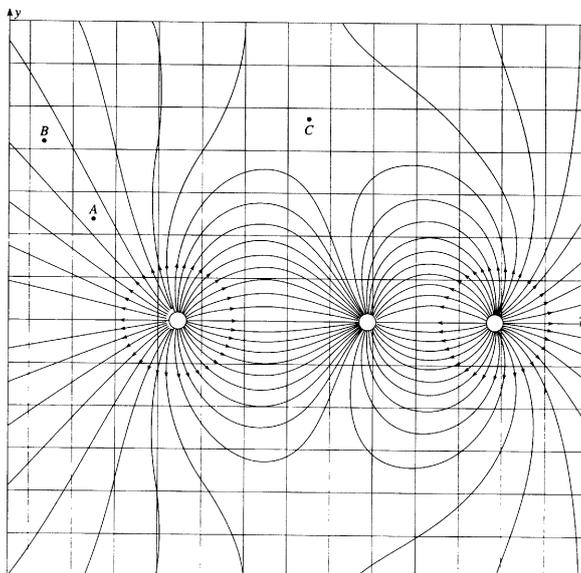
Potentiel gravitationnel créé par un nuage :

On considère un nuage stellaire (supposé infini) de poussières, ayant la masse volumique :

$$\rho(r) = \frac{A}{r(r^2 + b^2)^2}$$

Calculer le potentiel gravitationnel en tout point de l'espace.

Etude d'un champ électrostatique :



Le schéma représente les lignes du champ électrostatique créé par des fils très longs, uniformément chargés, perpendiculaires au plan de figure.

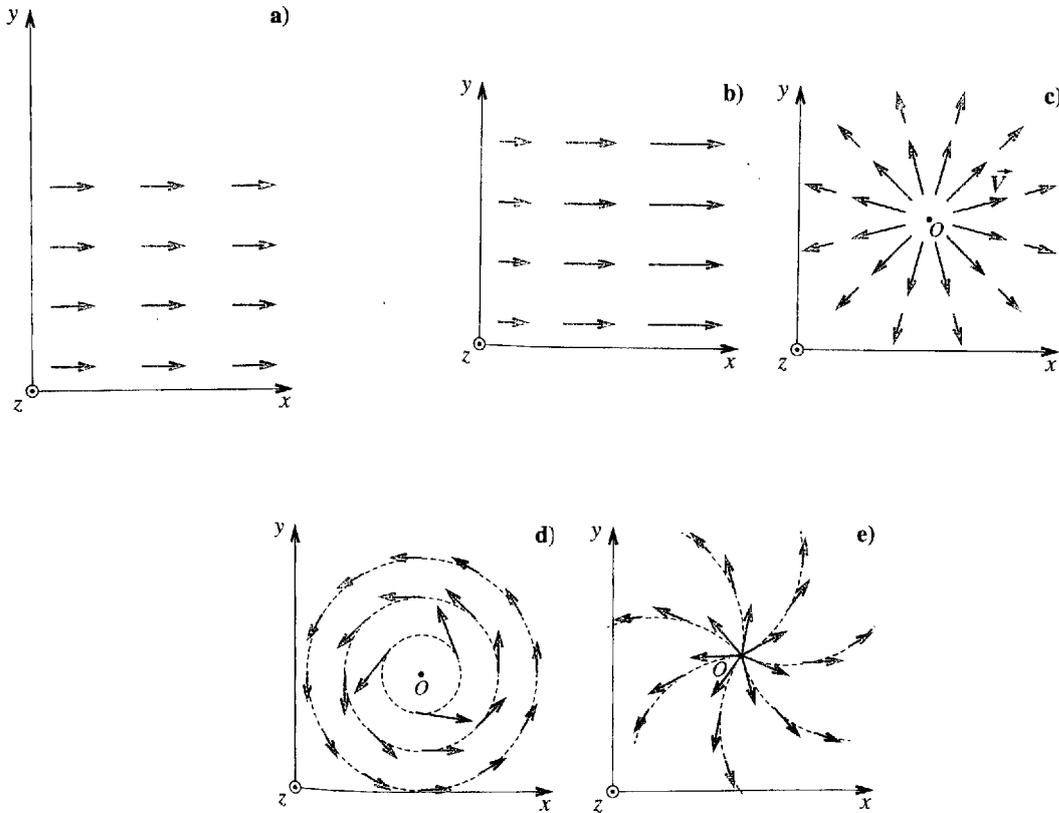
- 1- Où sont situés les points d'intersection des fils avec le plan du schéma ?
- 2- Quel est le signe de la densité linéique de charge de chacun d'eux ?
- 3- Quel est le signe de la densité linéique de charge totale ?
- 4- La norme du champ en A est 100 V.m^{-1} . Calculer une valeur approchée du champ en B.
- 5- Que peut-on dire du champ au voisinage du point C ?

Allure des lignes du champ électrostatique :

Les cinq schémas ci-après représentent, dans un plan (x, y) (c'est-à-dire $z = \text{cte}$), quelques cartes de champs bidimensionnels de la forme:

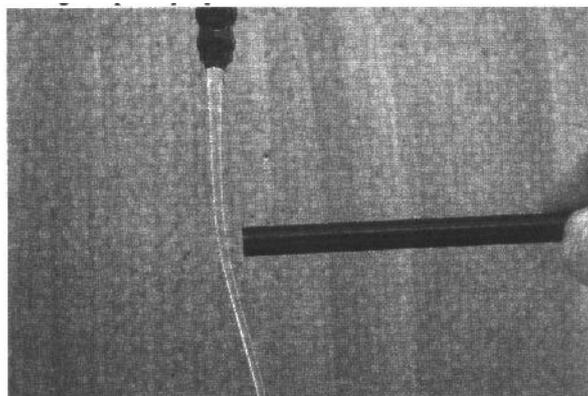
$$\vec{E}(x, y, z) = E_x(x, y) \vec{e}_x + E_y(x, y) \vec{e}_y$$

Préciser dans chaque cas s'il s'agit d'un champ électrostatique et si oui, si des charges sont présentes dans la région représentée.



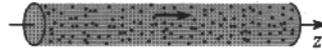
Expérience à interpréter :

1. Quel est l'effet d'une charge ponctuelle sur un dipôle ? Discuter suivant le signe de la charge.
2. Interpréter l'expérience suivante : un jet d'eau est attiré par une tige en plastique préalablement électrisée.



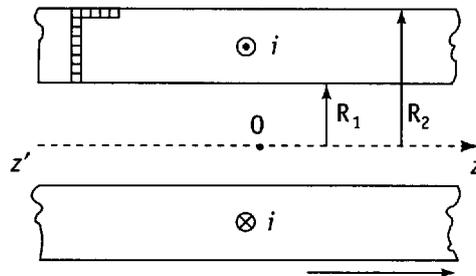
Champ créé par un faisceau cylindrique d'électrons :

Un faisceau électronique a la forme d'un cylindre très long de rayon R et d'axe (Oz) . Les électrons ont tous la même vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_z$, et ils sont uniformément répartis avec une densité de n électrons par unité de volume.



- 1- En adoptant un modèle volumique, calculer la densité volumique de charge et le vecteur densité volumique de courant \vec{j} .
- 2- Calculer le champ électrique $\vec{E}(M)$ en un point M de coordonnées cylindriques (r, θ, z) .
- 3- Calculer le champ magnétique $\vec{B}(M)$. Quelle relation relie \vec{E} et \vec{B} ?
- 4- Le faisceau peut-il rester cylindrique ?

Solénoïde épais :



On enroule des spires jointives très fines autour d'un cylindre de rayon R_1 , sur une épaisseur $e = R_2 - R_1$. Chaque spire est parcourue par un courant i . Sur une « rangée », on a p spires par unité de longueur, et on a empilé les spires sur m rangées.

- 1- Déterminer en tout point de l'espace l'expression du champ magnétique \vec{B} dans le cadre de l'hypothèse du solénoïde infiniment long. On posera $n = pm$ et $B_0 = \mu_0 ni$.
2. Retrouver le résultat précédent par application du théorème d'Ampère.

Gay-Lussac et le champ magnétique terrestre :

Le 16 Septembre 1804 Gay-Lussac s'éleva, seul, en ballon, du jardin du Conservatoire des Arts et Métiers à 10 h du matin, atteignit l'altitude de 7 000 m.

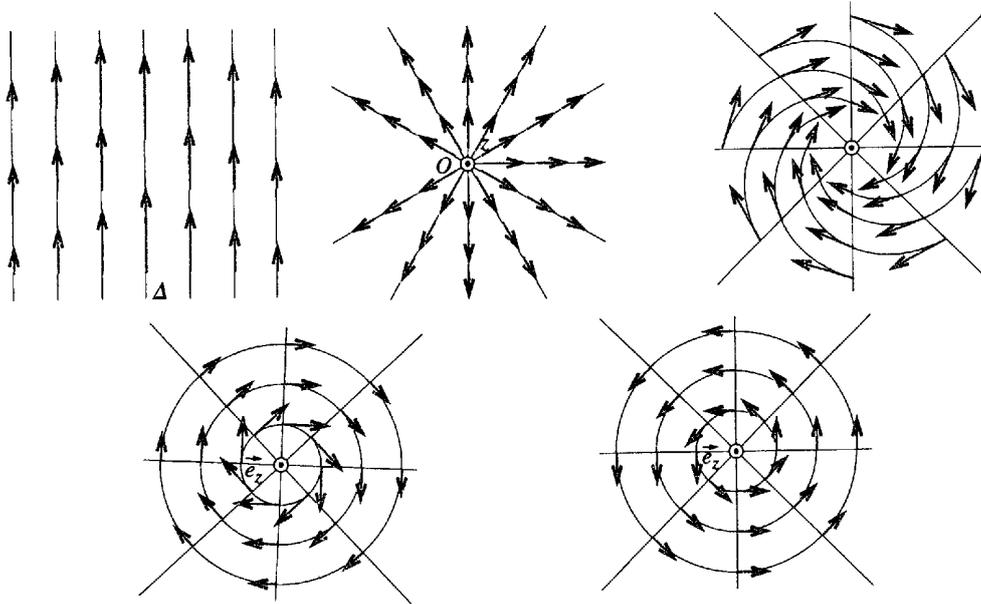
Il fit des expériences avant de descendre et de se poser à 15 h 45 mn entre Rouen et Dieppe. Parmi ses observations, il constata notamment qu'une aiguille aimantée oscille moins vite qu'au sol. Que peut-il en avoir déduit ?

Gay-Lussac fut ainsi le premier physicien à déplacer son laboratoire dans la troisième dimension.

Lignes de champ de nature magnétostatique ?

Soit cinq configurations de champ de vecteurs \vec{V} . Préciser si les configurations proposées peuvent être celles d'un champ électrostatique ou magnétostatique.

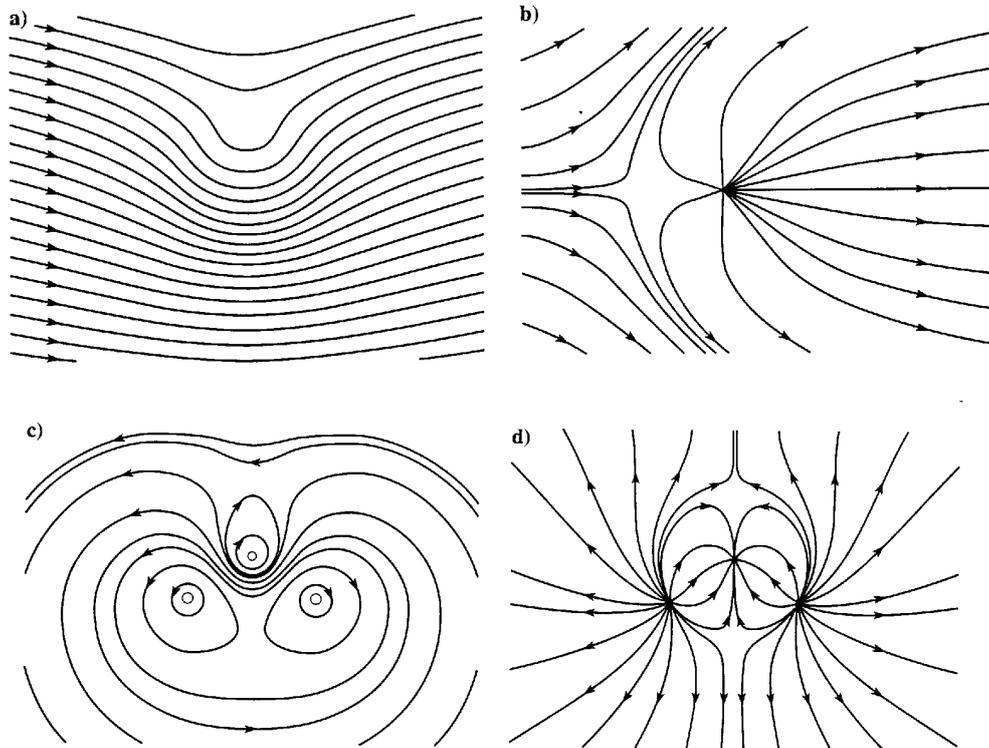
On supposera que les lignes de champ sont invariantes par translation selon un axe (Oz) perpendiculaire au plan de figure. Les flèches représentent le champ \vec{V} et leur longueur est proportionnelle à la norme du champ



Analyse d'un champ :

Les 4 schémas représentent des lignes de champ ; on sait en outre que ce champ est parallèle au plan du schéma et qu'il est invariant par translation perpendiculaire au plan du schéma.

Deux d'entre eux ne peuvent être des lignes de champ magnétique : lesquels ? Pourquoi ?



Moment magnétique et moment orbital de l'électron :

Considérons le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène: un noyau (proton) fixe et un électron ($q = -e, m$) tournant autour sur une trajectoire circulaire de rayon r .

- a) Exprimer son moment cinétique orbital \vec{L} .
- b) Définir son moment dipolaire magnétique \vec{M} . Quel lien existe-t-il entre les deux ?

Chaîne linéique de dipôles magnétiques ; corde de Dirac :

Une chaîne linéique de dipôles magnétiques est répartie sur l'axe (Ox) d'un repère orthonormé (O; $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$), avec une densité uniforme \mathcal{M} : un élément de longueur dx de la chaîne se comporte comme un dipôle magnétique de moment:

$$d\vec{M} = \mathcal{M} dx \vec{e}_x$$

1°) Quelle est a priori la direction du champ magnétique créé par cette distribution en un point quelconque de l'espace ? Montrer qu'il suffit de déterminer ce champ sur l'axe (Oy) (par exemple).

2°) Par un calcul direct, vérifier que ce champ est nul.

3°) Que peut-on conclure de ce résultat concernant le champ magnétique créé par un solénoïde circulaire infiniment long, en un point extérieur supposé très éloigné de l'axe du solénoïde ?

En déduire le champ magnétique créé par un solénoïde infiniment long en tout point intérieur au solénoïde.

Champ électrique créé par une charge en mouvement :

On montre, en Électrostatique, que, si le champ électrique satisfait au théorème de Gauss, c'est un champ de Coulomb, radial, variant en $1 / r^2$. Comment se fait-il que le champ d'une charge en mouvement puisse satisfaire au théorème de Gauss sans être automatiquement coulombien ?

Décharge d'un conducteur dans l'air :

On constate expérimentalement qu'une boule conductrice uniformément chargée et abandonnée dans l'air avec une charge q_0 se décharge. Pour interpréter ce phénomène, on suppose que l'air est un milieu faiblement conducteur de conductivité σ : la densité de charge ρ y est nulle et la densité de courants $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ y est fournie par la loi d'Ohm. L'origine de l'espace étant prise au centre O de la boule, on adopte des coordonnées sphériques de centre O et on cherche un champ électromagnétique de la forme $\{ \vec{E} = E(r, t) \vec{u}_r, \vec{B} = \vec{0} \}$.

Déterminer $E(r, t)$ en fonction de $q(t)$, ϵ_0 et r . Vérifier que les hypothèses sont compatibles avec les équations de Maxwell et déterminer $q(t)$.

Pourquoi les expériences d'électrostatique sont-elles plus difficiles à réaliser lorsque l'air est humide ?

Coup de foudre :

Lors d'un coup de foudre, l'air est ionisé dans un canal conduisant du sol au nuage orageux. L'air ionisé est assimilé à un plasma, gaz conducteur où la densité moléculaire n^* est uniforme, parcouru par un courant $I \sim 10^5$ A. Au cœur de l'éclair, la pression et la température valent typiquement $p = 3$ bar et $T = 2 \cdot 10^4$ K. La durée d'un coup de foudre est typiquement $\tau = 10 \mu\text{s}$.

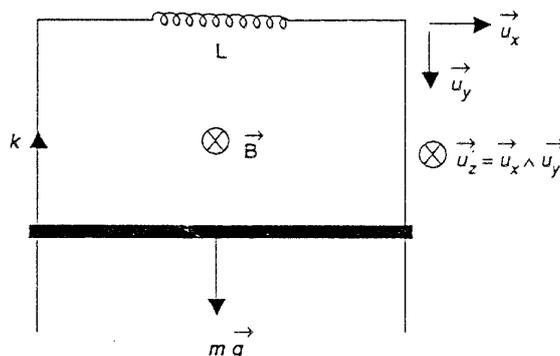
- 1- Justifier par une application numérique qu'on peut assimiler le plasma à un gaz parfait.
- 2- On assimile l'éclair à un câble infini de rayon a , parcouru par un courant $I(t)$ uniformément réparti et on fait l'approximation des régimes quasi-stationnaires. Justifier sans calcul que la pression et la température sont maximales sur l'axe Oz, c'est-à-dire au cœur de l'éclair.
- 3- Évaluer a en supposant l'équilibre mécanique avec une atmosphère à pression $p_0 = 1$ bar au bord du canal. Que faut-il penser du modèle du câble infini sachant que le canal ressemble plutôt à une ligne brisée ? Que faut-il penser de l'approximation des régimes quasi-stationnaires ?
- 4- Justifier l'émission d'un son associé à un éclair. Pourquoi la durée du coup de tonnerre perçu par un observateur, typiquement de l'ordre de quelques secondes, est-elle beaucoup plus longue que la durée de l'éclair ?

Bilan énergétique d'un fil en régime stationnaire :

- 1- Un fil cylindrique de rayon a , d'axe Oz et de conductivité γ est placé dans un champ $\vec{E} = E_0 \vec{e}_z$. Déterminer \vec{B} en tout point.
- 2- Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers une hauteur h du fil. Commentaire et interprétation physique.

Chute d'une tige horizontale dans un champ magnétique :

Une tige T rectiligne de longueur a , de masse m et de résistance R effectue un mouvement de translation le long de la verticale descendante \vec{u}_y (le champ de pesanteur est $\vec{g} = g \vec{u}_y$) en restant parallèle à une direction horizontale \vec{u}_x et tout en fermant un circuit rectangulaire C situé dans le plan vertical (\vec{u}_x, \vec{u}_y) qui comporte une bobine d'inductance L. On confond la résistance totale de C avec R et son inductance propre avec L ; C est orienté positivement par le vecteur horizontal $\vec{u}_z = \vec{u}_x \wedge \vec{u}_y$ (figure).



L'ensemble du dispositif est plongé dans un champ magnétique uniforme et permanent $\vec{B} = B \vec{u}_z$. T est abandonné à $t = 0$ avec une vitesse $v = \dot{y} = 0$, son glissement sur C s'effectue sans frottements.

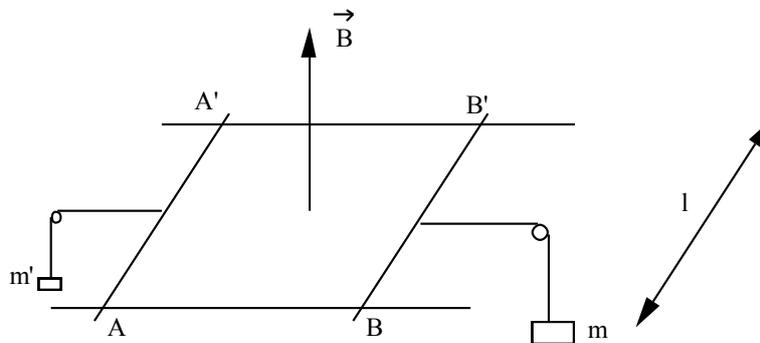
- 1- En notant k l'intensité du courant qui circule dans C à l'instant t , déduire des lois de l'électrocinétique une équation différentielle (E) reliant k et $\dot{k} = \frac{dk}{dt}$ à v .
- 2- Déduire des lois de la mécanique une équation différentielle (M) reliant $\dot{v} = \frac{dv}{dt}$ à k .
- 3- En combinant convenablement (E) et (M), faire apparaître une équation (P) dont les termes ont les dimensions de puissances. On écrira le premier membre de (P) comme la dérivée d'une somme d'énergies que l'on identifiera et l'on commentera la signification physique de (P).
- 4- Ecrire une équation différentielle (K) relative à la seule fonction $k(t)$.
- 5- Dans le cas d'une résistance « assez grande » (préciser), décrire qualitativement l'évolution des fonctions $k(t)$ et $v(t)$. Mettre en évidence un couple de valeurs particulières (k_0, v_0) dont l'on expliquera la signification physique et que l'on exprimera en fonction des données.
- 6- Dans l'hypothèse inverse d'une résistance R négligeable, calculer explicitement les fonctions $k(t)$, $v(t)$ et $y(t)$. Analyser la situation obtenue d'un point de vue énergétique.

Mouvement de deux barres :

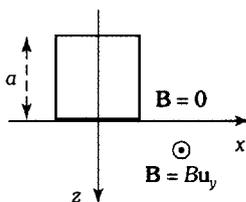
Les deux barres AA' et CC' se déplacent, sans frottement, sur deux rails horizontaux et parallèles dans un champ magnétique vertical et uniforme.

Les deux poulies sont sans masse ainsi que les barres, lesquelles possèdent une même résistance R .

Déterminer les vitesses des deux barres, sachant qu'à l'instant initial, elles sont nulles.



Freinage électromagnétique :



Un cadre carré de masse m et de côté a assimilé à une résistance R se déplace dans le champ de pesanteur $\vec{g} = g \vec{u}_z$ dans une zone de l'espace où le champ magnétique est stationnaire avec $\vec{B}(z < 0) = \vec{0}$ et $\vec{B}(z > 0) = B \vec{u}_y$ avec B constant. À l'instant $t = 0$ on l'abandonne sans vitesse initiale au moment où il va entrer dans la zone où $\vec{B} \neq \vec{0}$.

Étudier son mouvement.

Expérience de Feynman ; cerceau mis en rotation :

Un cerceau homogène C, de masse m, de centre O et de rayon a initialement immobile. est articulé sans frottement autour de l'axe Oz orthogonal au plan de C.

C est isolant et porte une charge électrique q uniformément répartie sur sa circonférence. Une petite spire S d'axe Oz et de rayon ρ est parcourue par un courant dont l'intensité $i(t)$ est nulle pour $t < 0$, croît linéairement de $t = 0$ à $t = \tau$ et reste constante et égale à I pour $t > \tau$.

1- Analyser qualitativement les phénomènes

2- Etudier le mouvement de C en précisant l'évolution de sa vitesse angulaire $\omega(t)$.

Chute d'un aimant dans un tube :

On considère deux cylindres verticaux de même dimension : l'un est en verre, l'autre en cuivre. On laisse tomber sans vitesse initiale un petit aimant assimilé à un disque dans chacun des tubes.

Calculer la durée de chute dans chacun des tubes.

Remarque: dans le cas du cylindre en cuivre, l'examineur souhaitait une solution énergétique.

Chaîne Hi-Fi et téléviseur :

La notice d'installation d'une chaîne hi-fi signale « qu'il est déconseillé de placer les enceintes acoustique près d'un téléviseur car elles ne sont pas blindées magnétiquement ».

Quelle est l'origine de la perturbation que pourrait apporter le téléviseur ? Quels en seraient les effets ?

Ondes électromagnétiques

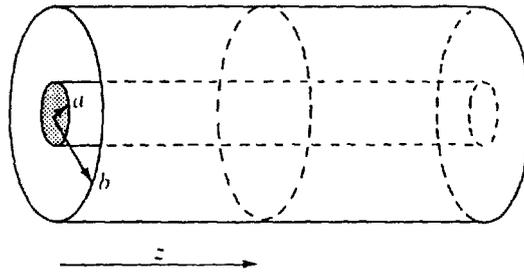
Onde de courant, puissance transportée par un câble :

Un câble coaxial est constitué d'un conducteur cylindrique intérieur de rayon a , et d'une enveloppe métallique mince, cylindrique, de rayon intérieur b . On désigne par r la distance d'un point de l'espace à l'axe commun des deux cylindres.

Une section de ce câble est repérée par sa cote z . Le conducteur intérieur est parcouru par un courant $I(z, t) = I(z) e^{i\omega t}$ où $I(z)$ est une certaine fonction de z que nous allons préciser. Dans un plan $z = \text{Cte}$, les champs \vec{E} et \vec{B} , qui sont fonction de z , r et t , sont respectivement radial et orthoradial; on désigne par E et B respectivement la seule composante non nulle de \vec{E} et \vec{B} en coordonnées cylindriques. On se limite à l'espace compris entre $r = a$ et $r = b$.

1- Calculer $B(r, z, t)$ en fonction de $I(z, t)$ et de r , en intégrant l'équation de Maxwell-Ampère.

2- Relier $\frac{\partial B}{\partial z}$ à $\frac{\partial E}{\partial t}$. En déduire E pour le régime variable considéré.



3- A partir de l'équation de Maxwell-Faraday, montrer que $I(z)$ satisfait à une équation différentielle dont la solution est:

$$I(z) = I_0 e^{-i k z}$$

et donner l'expression de k ; interpréter $I(z, t)$ en terme d'onde.

4- Calculer le vecteur de Poynting et en déduire l'expression de la puissance moyenne transportée par le câble.

On prendra les composantes du rotationnel en coordonnées cylindriques (r, θ, z) dans un formulaire.

Paradoxe énergétique :

Une onde électromagnétique plane progressive associée au champ électrique $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$ peut se présenter comme la somme de deux ondes planes stationnaires associées aux champs électriques :

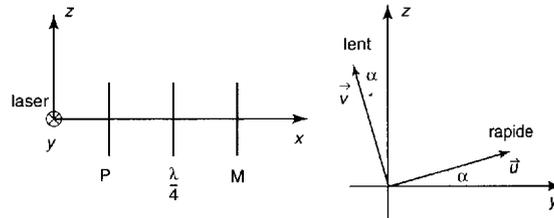
$$\vec{E}_1 = E_0 \cos(kx) \cos(\omega t) \vec{u}_y \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = E_0 \sin(kx) \sin(\omega t) \vec{u}_y$$

Calculer la puissance moyenne surfacique transportée par l'onde globale et celle transportée par ses deux composantes stationnaires. Commenter.

Polarisation d'une source :

On interpose un polariseur entre une source émettant une lumière dont on ignore la polarisation et un écran. Par rotation de ce polariseur (et qui sert donc d'analyseur), on observe sur l'écran un minimum d'éclairement ; que peut-on en déduire ?

Polariseur, lame quart d'onde et miroir :



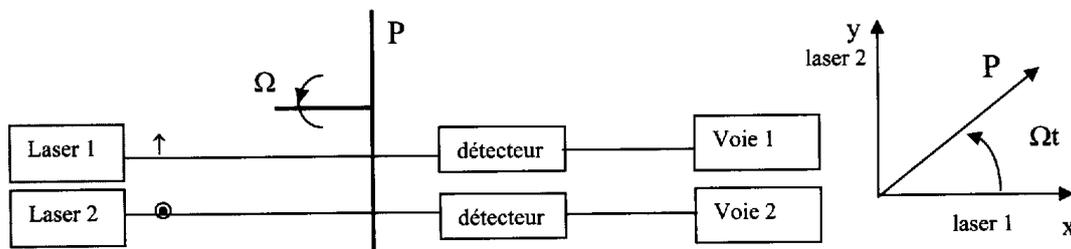
Un laser envoie une onde plane progressive harmonique se propageant dans une direction normale au polariseur (axe de polarisation selon \vec{u}_y) et coïncidant avec l'axe Ox. Elle traverse par la suite une lame quart d'onde. Le déphasage induit par celle-ci sera pris entièrement selon l'axe rapide.

1. Écrire les composantes de l'onde après la traversée de la lame dans la base (\vec{u}, \vec{v}) , axes rapide et lent de la lame. Quel est l'état de polarisation ?
2. L'onde rencontre ensuite le miroir, elle subit un déphasage supplémentaire de π à la réflexion. Quel est l'état de polarisation après réflexion sur le miroir et après traversée de la lame ? Analyser le cas particulier $\alpha = \frac{\pi}{4}$, quel est l'intérêt du dispositif ?

Lames anisotropes :

Deux faisceaux lumineux, parallèles, issus de deux lasers He-Ne, de même pulsation $\omega = 10^{14}$ rad/s se propagent dans la même direction. Ils sont polarisés rectilignement dans des directions orthogonales. Les champs électriques ont la même amplitude E et sont en phase. Les faisceaux traversent un polariseur P rectiligne, tournant à la vitesse angulaire $\Omega = 100\pi$ rad/s. En prenant pour axes Ox et Oy, les directions de polarisation des deux lasers, le polariseur fait l'angle $\theta = \Omega t$ avec Ox.

Chaque faisceau est reçu par un récepteur délivrant une tension proportionnelle à l'intensité lumineuse. Les tensions v_1 et v_2 sont observées sur les deux voies d'un oscilloscope de bande passante 60 MHz.



1. Quelle est la forme des tensions v_1 et v_2 à l'oscilloscope ?
2. On introduit sur la voie 2 avant le polariseur tournant une lame demi-onde dont les lignes neutres sont à 45° des axes Ox et Oy. Que devient le signal de la voie 2 ?

3. Même question si la lame anisotrope est une lame quart d'onde.

Vitesses supraluminiques :

Certains astres semblent se déplacer avec une vitesse supérieure à la vitesse de la lumière dans le vide, ce qui n'est pas conforme à la théorie de la relativité. Pour interpréter cette observation, on adopte le modèle suivant. On vise d'un point O de la Terre un astre quasi-punctuel S situé à une grande distance D et se rapprochant avec une vitesse \vec{v} faisant un angle α avec la ligne de visée $\vec{u} = \frac{\vec{SO}}{D}$.

1- À l'instant t, l'astre est en S à distance D du point d'observation O à la surface de la Terre et émet une impulsion lumineuse. À quel instant t_a cette impulsion arrive-t-elle sur Terre ?

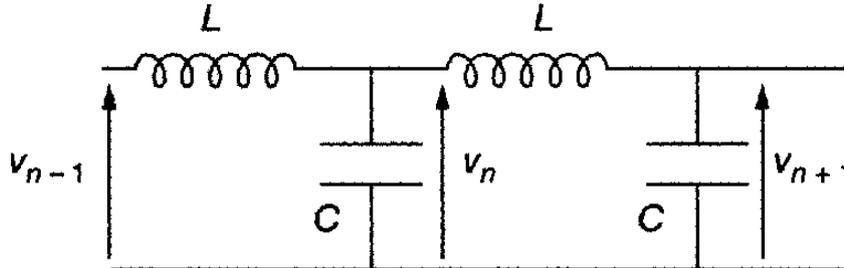
2- À l'instant $t' = t + dt$, l'astre émet une nouvelle impulsion lumineuse. À quel instant t'_a cette impulsion arrive-t-elle sur Terre ? On limitera les calculs à l'ordre un en dt.

3- En déduire que la composante de la vitesse apparente de l'astre perpendiculairement à la ligne de visée vaut :

$$v_a = \frac{v \sin \alpha}{1 - \frac{v \cos \alpha}{c}}$$

Étudier les variations de v_a avec α et conclure.

Ondes discrètes sur une ligne à retard :



Une ligne à retard semi-infinie est constituée de l'association en cascade d'une infinité de blocs L - C identiques (Fig. suivante). On note $v_n(t)$ la tension à l'entrée du bloc (n + 1) et $v_{n+1}(t)$ la tension à la sortie du bloc (n + 1) qui est aussi la tension à l'entrée du bloc (n + 2). La ligne est semi-infinie c'est-à-dire que $0 \leq n \leq \infty$ et un BF impose $v_0(t) = E \cos(\omega t)$ à l'entrée du bloc (1). On se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω et on utilise la notation complexe en posant $\underline{v}_n(t) = \underline{A}_n \exp(j\omega t)$. On pose $\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}}$.

1. Établir la relation de récurrence définissant la suite des \underline{A}_n . On cherche des solutions de la forme $\underline{A}_n = \gamma r^n$. Montrer que r est solution d'une équation du second degré, dont le produit des racines vaut 1 ; vérifier que son discriminant change de signe pour $\omega = \omega_c$.

2. On se place dans le cas où $\omega < \omega_c$.

a) Montrer qu'on peut mettre la solution sous la forme $v_n(t) = E \cos(\omega t - kna)$ où a est la taille d'une maille.

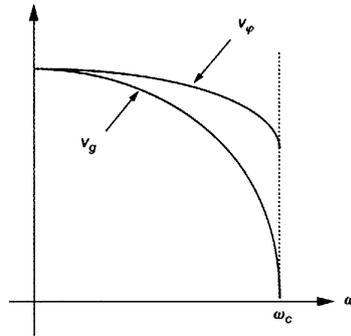
b) Montrer que la relation de dispersion s'écrit :

$$\frac{\omega}{\omega_c} = \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

et justifier qu'on doit se limiter au domaine $0 \leq k \leq \pi/a$.

c) Exprimer la vitesse de phase et la vitesse de groupe.

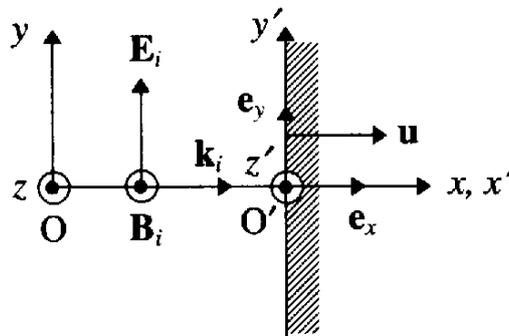
Les graphes de $v_\varphi(\omega)$ et $v_g(\omega)$ sont fournis sur la figure : commenter et vérifier les valeurs limites pour $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \omega_c$.



3. Déterminer la forme de l'onde pour $\omega > \omega_c$ et vérifier qu'elle est amortie spatialement.

4. Vérifier la cohérence des résultats précédents avec une « analyse électrique » du circuit pour $\omega \rightarrow \infty$ et $\omega \rightarrow 0$.

Réflexion d'une O.P.P.H.P.R. sur un miroir mobile, radar Doppler :



1. Un miroir métallique parfaitement conducteur, plan, illimité, perpendiculaire à la direction $x'x''$, est en translation, dans le laboratoire galiléen (R) de repère $Oxyz$, à la vitesse constante $\vec{u} = u\vec{e}_x$.

Une O.P.P.H.P.R. de pulsation ω est incidente sur le miroir, sous incidence normale. Déterminer la pulsation et l'amplitude de l'onde réfléchie en fonction de celles de l'onde incidente. Quel est l'effet mis en jeu ?

2. Un radar de gendarmerie émet sur 2500 MHz et contrôle une automobile de vitesse $u = 108 \text{ km.h}^{-1}$. Déterminer l'écart entre fréquences émise et reçue et décrire un dispositif électronique utilisant multiplicateur et filtre passe-bas capable de le mesurer.

Optique

Séparation de deux étoiles :

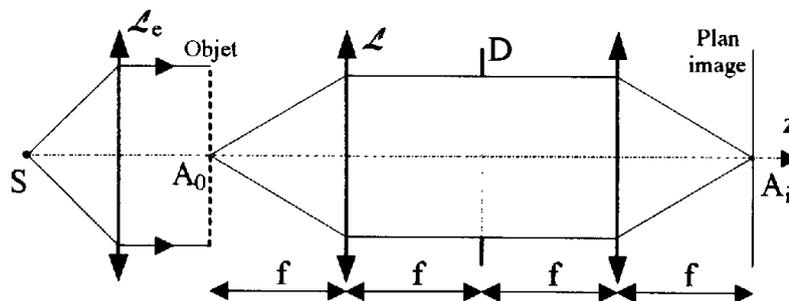
Quelle est la distance angulaire minimale entre deux étoiles dont les images sont séparées dans le plan focal d'une lentille de rayon $R = 30 \text{ cm}$? On suppose la lumière monochromatique avec $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$.

Ondes téléphoniques des portables :

On considère la propagation dans une rue des ondes téléphoniques, guidées par les immeubles en bordure. Pourquoi bifurquent-elles pour aller dans les rues adjacentes ?

Expérience de ABBE, filtrage spatial :

On réalise le montage $4f$ pour étudier la figure de diffraction de Fraunhofer donnée par un réseau d'amplitude. La lentille L_C permet d'obtenir des ondes planes à partir d'une fente source fine monochromatique S de longueur d'onde λ , et la lentille L , de focale $f = 20 \text{ cm}$, permet d'observer, à distance finie, les phénomènes de diffraction de Fraunhofer. Toutes les lentilles travaillent dans les conditions de l'approximation de Gauss.



1- Quel est l'aspect du plan focal image de L ? On reliera les grandeurs observées aux caractéristiques du réseau : pas a , largeur totale L , largeur du motif ε , et on représentera graphiquement la répartition de l'intensité de l'onde lumineuse dans le plan focal si $N = 5$ et $a = 2\varepsilon$.

2- Dans la suite de l'exercice, on néglige l'influence de ε .

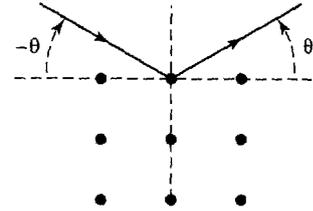
On place dans le plan focal image de L une fente de largeur b centrée sur l'axe optique. Quelle est la répartition de l'intensité dans le plan image du réseau si $\frac{1}{a} > \frac{b}{2\lambda f}$?

3- Même question lorsqu'on ouvre la fente de telle sorte que $\frac{1}{a} < \frac{b}{2\lambda f} < \frac{3}{2a}$.

4- On place dans le plan focal image de L un masque qui ne laisse passer que les pics $0, \pm 3, \pm 6, \dots$ Quel est l'aspect de l'image ? (expérience de Abbe).

Formule de Bragg : (et la suite)

On envoie sous un angle θ mesuré par rapport à la surface, des rayons X issus d'une source ponctuelle située à l'infini, monochromatique de longueur d'onde λ , sur un solide cristallin modélisé par un ensemble d'atomes disposés aux sommets d'un réseau cubique de pas $a = 0,3 \text{ nm}$. Les atomes reçoivent l'onde incidente, sont excités et réémettent de manière cohérente une



lumière de même longueur d'onde : on dit qu'ils *diffusent* les rayons X (ou improprement qu'ils les *diffractent*). Expérimentalement, on n'observe de lumière que dans la direction correspondant à la réflexion sur un miroir fictif confondu avec la surface et sous réserve que θ satisfasse à la relation de Bragg :

$$2 \sin \theta = \frac{p\lambda}{a} \quad \text{avec } p \text{ entier.}$$

1. Interpréter en faisant le moins de calculs possible.
2. Quelle est la longueur d'onde minimale permettant de « voir » la structure cristalline ?

Luminosité des images radar :

Pour prendre une image du sol, un radar embarqué dans un avion en vol horizontal survole la Terre avec une altitude constante et émet une onde de longueur d'onde $\lambda \approx 3 \text{ cm}$ en direction du sol avec un angle moyen de 45° par rapport à la verticale. Le même radar récupère un écho dû à la diffraction de l'onde incidente par le sol. Quelle serait la direction de diffraction maximale ?

On constate que sur l'image-radar les forêts paraissent beaucoup plus lumineuses que les lacs. Interpréter sans calculs.

Nombre de traits par mm :

Un réseau est éclairé sous incidence normale par une lumière monochromatique de longueur d'onde $0,6 \mu\text{m}$. L'angle i' est, dans le second ordre, égal à 45° .

Quel est le nombre de traits par mm du réseau ?

Diffraction d'un faisceau laser :

Un faisceau laser ($\lambda = 633 \text{ nm}$) est diffracté par un réseau de 300 traits par millimètre. Quel est le nombre maximal n de faisceaux émergents si le faisceau incident est normal au réseau ? Même question avec un réseau par réflexion de mêmes caractéristiques..

Maxima principaux :

Un réseau de pas 500 traits par millimètre est éclairé sous incidence $i = 30^\circ$ avec une onde de longueur d'onde $\lambda = 600 \text{ nm}$. Déterminer la direction des maxima principaux observables.

Incertitude sur la mesure du pas d'un réseau :

On mesure le pas d'un réseau en incidence normale à l'aide d'un goniomètre et de la lampe à vapeur de mercure. On a réglé $i = 0$ à la minute d'angle près. On mesure, pour les raies suffisamment intenses (ici de $0,4047 \mu\text{m}$ à $0,5790 \mu\text{m}$), les positions $\alpha_{p,\lambda}$ de la lunette à la demi-minute d'angle près dans les ordres 1 et 2. On en déduit le pas du réseau a dans chaque ordre. On admet que la précision sur les longueurs d'onde est telle que l'incertitude est nulle.

Que vaut le pas du réseau et l'incertitude sur le pas ? On donne $a_1 = 1,665 \mu\text{m}$, $a_2 = 1,671 \mu\text{m}$ et les déviations du faisceau sont supposées petites à l'ordre 1 mais pas à l'ordre 2.

Résolution d'un doublet :

Le doublet jaune du sodium est formé de raies de longueur d'onde $\lambda_1 = 5889,95 \text{ \AA}$ et $\lambda_2 = 5895,92 \text{ \AA}$. Quel sera le nombre minimum de traits que devra comporter un réseau qui séparera les deux composantes de ce doublet dans le spectre du premier ordre ?

5^{ème} ordre absent :

Dans la figure de diffraction donnée par un réseau formé de fentes sur lequel tombe normalement une onde incidente monochromatique plane, on constate que le 5^{ème} ordre manque.

Que peut-on dire de la structure du réseau ?

Minimum de déviation et mesure d'une longueur d'onde :

On observe le spectre d'ordre 2 d'une lampe à vapeur de mercure. Pour la raie violette de $435,8 \text{ nm}$, le minimum de déviation est de $51^\circ 40'$. Pour la raie verte, le minimum de déviation est de $66^\circ 12'$.

Déterminer le nombre de traits par millimètre et la longueur d'onde de la raie verte.

Mesure d'une longueur d'onde avec un réseau :

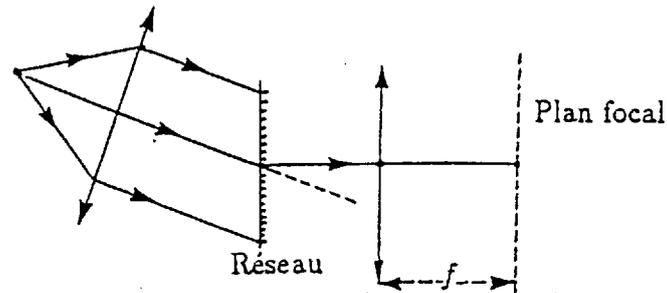
Pour mesurer la longueur d'onde λ d'une radiation monochromatique, on utilise un réseau par transmission comportant 600 traits par mm, disposé sur le plateau d'un goniomètre. Le collimateur, fixe par rapport au référentiel du laboratoire, est éclairé par la longueur d'onde λ , et, en faisant tourner réseau et lunette d'observation, on pointe les positions du minimum de déviation dans le spectre du deuxième ordre pour deux inclinaisons symétriques du réseau par rapport à l'axe du collimateur.

Sachant que la distance angulaire entre les deux pointés est de $\alpha = 72^\circ$, calculez la longueur d'onde λ .

Résolution du doublet de sodium à l'aide d'un spectromètre à réseau plan :

En vue de distinguer les deux raies du sodium de longueurs d'ondes $\lambda_1 = 589,0$ nm et $\lambda_2 = 589,6$ nm, on réalise, à l'aide d'un réseau, un spectre normal d'ordre 2 que l'on observe dans le plan focal d'une lentille de distance focale 50 cm. La largeur totale du réseau est $L = 2$ cm.

- 1- Quel doit être le nombre minimal de traits du réseau par cm ?
- 2- Quelle est, dans le plan d'observation, la distance qui sépare les deux raies, lorsque le réseau de pas 2 μm , est éclairé sur une largeur de 2 cm ? Trouver le pouvoir de résolution théorique de ce réseau.



- 3- Calculer l'angle d'incidence.

Une onde ne voit pas les petits détails :

- 1- Montrer que pour un réseau plan par réflexion éclairé sous angle i , les angles i' des directions où on recueille un éclairement non nul sont telles que :

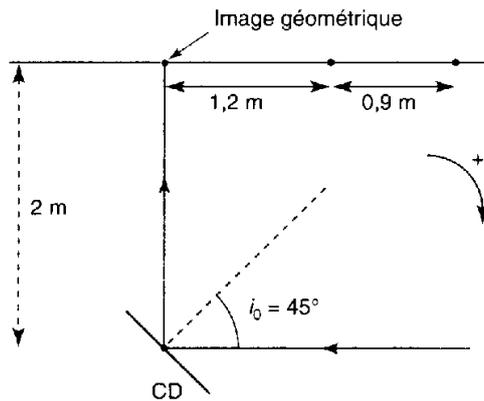
$$\sin i' + \sin i = p \frac{\lambda_0}{a} \text{ avec } p \text{ appartenant à } \mathbb{Z}$$

- 2- En déduire que si $a \leq \lambda_0/8$ alors la lumière suit les lois de Descartes de la réflexion.
- 3- Justifier sans calculs que le résultat reste vrai si le réseau n'est pas périodique mais est constitué de traits parallèles, la distance caractéristique entre deux traits restant inférieure à $\lambda_0/8$.
- 4- Ce résultat se généralise à toute forme de miroir dont les défauts ont une dimension caractéristique inférieure à $\lambda_0/8$. En quoi ce résultat est-il important pour la fabrication de miroirs? Pourquoi les miroirs utilisés en radioastronomie sont-ils plus faciles à réaliser que les miroirs utilisés en optique ?

Réseau par réflexion, capacité de stockage des CD et DVD :

1. On étudie un réseau en réflexion. Donner la formule du réseau dans cette utilisation.
2. Avec un pointeur laser ($\lambda = 0,633$ μm) et un CD ou un DVD, vous pouvez faire la manipulation suivante. Vous « attaquez » la surface du CD avec le faisceau laser sous un angle d'environ 45° . Sur le mur à une distance d'environ 2 m, on observe un point lumineux qui correspond à l'image géométrique et deux traits légèrement courbés, le premier étant à une distance de 1,2 m environ du point lumineux. La distance entre les deux traits est de 0,9 m.
Avec le DVD, on observe sur le mur un point lumineux et un seul trait lumineux à plus de 2 m de l'image géométrique (on observe aussi une sous structure au niveau des traits selon que le CD ou DVD est simple ou double couche).

Interpréter les observations.



3. Donner un ordre de grandeur en octets de la capacité de stockage de ces deux supports.

Fentes d'Young (1801) :

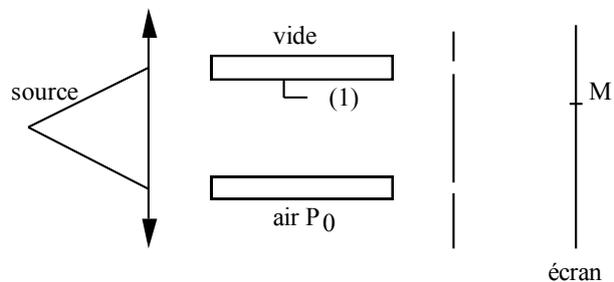
On réalise une expérience d'interférences avec des fentes d'Young dans l'air. On obtient un interfrange $i_0 = 2 \text{ mm}$. Le dispositif est alors immergé totalement dans de l'eau d'indice $n = 4/3$.

Quelle est la nouvelle valeur de l'interfrange ?



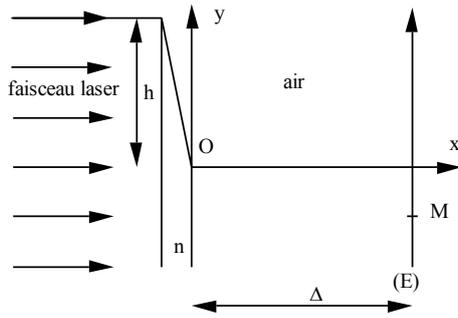
Indice de l'air ; expérience de Fizeau :

Initialement en M, on observe une frange brillante. On ouvre le robinet (1) et on constate qu'il y a 99 franges brillantes qui défilent en M pour arriver à une frange sombre. En déduire l'indice n de l'air. On donne $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$.



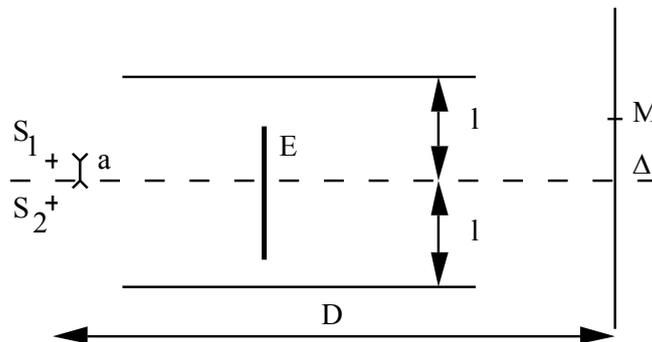
Interférences d'ondes planes :

Soit le prisme d'indice n dans l'air d'indice 1, de section droite représentée sur la figure, d'angle A petit. Il est éclairé sous incidence normale par un faisceau laser de longueur d'onde dans le vide λ_0 . On observe les interférences sur un écran (E), perpendiculaire à la direction du faisceau laser, situé à la distance Δ du prisme.



Tracer les faisceaux qui interfèrent. Déterminer l'interfrange puis l'intensité résultante en fonction de y .

Deux sources et deux miroirs ; cohérence spatiale :



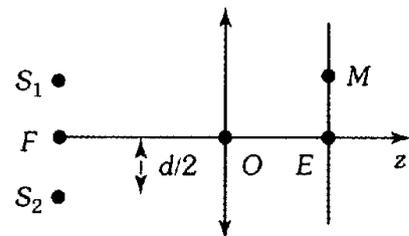
S_1 et S_2 sont deux sources ponctuelles incohérentes. On suppose que l'écran opaque E élimine seulement toute la lumière directe.

- 1- Qu'observe-t-on sur l'écran au voisinage de O ?
- 2- Les deux sources sont monochromatiques. La longueur d'onde dans le vide est notée λ_0 . On suppose a et $l \ll D$.
Déterminer l'interfrange i et le contraste V . Pour quelle valeur de a a-on brouillage des franges ?
- 3- On met une source continue entre S_1 et S_2 . Déterminer le contraste V . Pour quelle valeur de a a-on brouillage des franges ?

Dispositif interférentiel atypique :

Soit une lentille mince convergente (L) de focale f' , dont on prend le centre optique O comme origine de l'espace et l'axe optique comme axe des z .

On place deux sources identiques en $S_1(d/2, 0, -f')$ et $S_2(-d/2, 0, -f')$. Ces sources sont monochromatiques de même longueur d'onde λ_0 ; elles sont cohérentes et émettent en phase. On observe l'éclairement sur un écran confondu avec le plan d'équation $z = z_0$ où on repère un point M par ses coordonnées (x, y, z_0) .



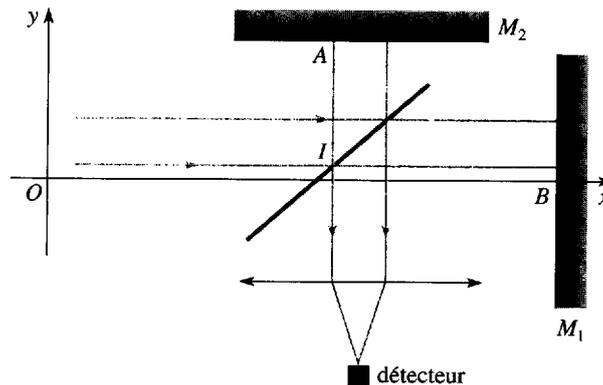
On donne $f' = 1$ m et $d = 0,1$ mm. On mesure l'interfrange $\Delta = 5$ mm.

En déduire la longueur d'onde λ_0 .

Flaque d'huile :

Une goutte d'huile de vidange forme un film mince à la surface de l'eau dans un caniveau, éclairé par le Soleil. La lumière réfléchie fait apparaître des franges colorées. Interpréter et en déduire l'ordre de grandeur de l'épaisseur e du film d'huile.

Expérience de Michelson :



Cette expérience, faite en 1881 puis reprise en 1887 avec Morley, a été déterminante pour montrer que la cinématique classique ne pouvait s'appliquer à la lumière. On pensait auparavant que la lumière se déplaçait à la vitesse c dans un référentiel particulier R_0 appelé « éther ». Dans un référentiel en mouvement par rapport à R_0 , la vitesse de la lumière est donc, selon cette théorie, différente de c .

On considère un interféromètre de Michelson idéalisé. Les deux miroirs sont orthogonaux, et à 45° par rapport à la séparatrice. Il est éclairé par un faisceau parallèle à l'axe (Ox) (dans le référentiel du laboratoire).

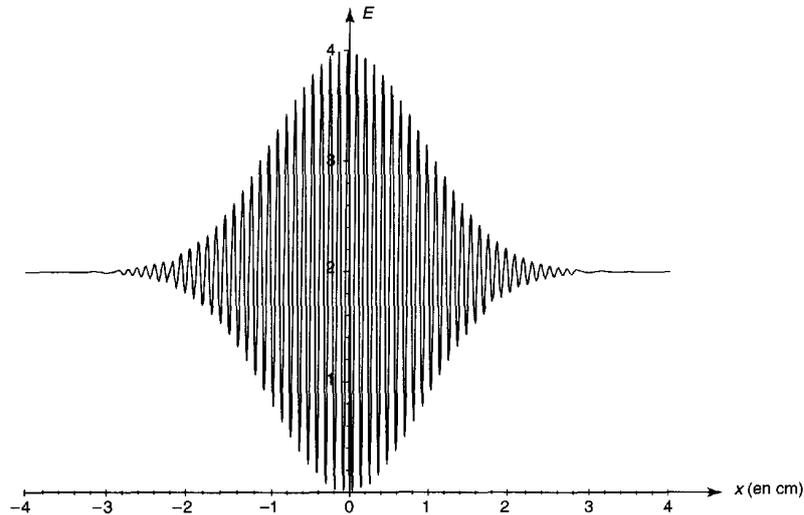
On note l la distance IA et $l+x$ la distance IB .

On admet provisoirement que la cinématique classique s'applique à la lumière. Le référentiel du laboratoire R est animé d'un mouvement de translation de vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$, par rapport à l'éther.

- 1) Déterminer la vitesse c' (en norme) de la lumière dans R pour les 4 rayons IA , AI , IB et BI .
- 2) Exprimer au second ordre en $\frac{v_0}{c}$ la différence de marche des deux ondes au niveau du détecteur.
- 3) On règle x de façon à avoir $\delta = 0$, puis on fait tourner l'ensemble {source + interféromètre + détecteur} de 90° . IA est alors parallèle à \vec{v}_0 . Exprimer la nouvelle valeur de la différence de marche.
- 4) La vitesse de la Terre dans le référentiel de Copernic est de $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Aucun déplacement des franges n'a été détecté avec $l \approx 5 \text{ m}$ et $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$, en aucun lieu et à aucun moment de l'année. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

Mesure de la bande passante d'un filtre :

Le Michelson est réglé en frange d'égalé inclinaison au voisinage de l'ordre de zéro, on éclaire le Michelson en lumière blanche avec un filtre interférentiel. On utilise un dispositif d'enregistrement des franges d'égalé inclinaison : caméra CCD ou phot cellule reliée à une table traçante d'abscisse x. On enregistre l'interférogramme : éclairement en fonction de x (en cm) $E = f(x)$ au centre des anneaux en faisant varier l'épaisseur e de la lame d'air.



1. Comment obtenir expérimentalement cette courbe ?
2. Interprétation de la courbe. On donne v_t la vitesse de translation du miroir du Michelson (1 tour 500 μm pour 30 minutes) et v_d la vitesse du système enregistreur (pour la table traçante, c'est la vitesse de défilement du papier 8 cm par minute). Sur l'enregistrement, on peut mesurer la demi-largeur et le nombre d'oscillations. En déduire la longueur d'onde moyenne et l'ordre de grandeur de la bande passante de ce filtre.

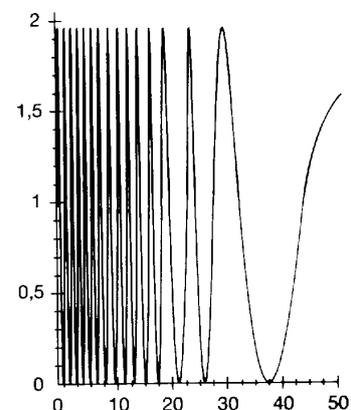
La demi-largeur est obtenue pour :
$$E(x) = \frac{E_{\text{max}} + E_{\text{moyen}}}{2}.$$

On admettra que la demi-largeur de l'interférogramme $I = f(e)$ donne l'ordre de grandeur de la bande passante en nombre d'onde $\Delta e = 1 / \Delta \sigma$.

Mesure de l'indice de l'air :

Sur un des bras d'un interféromètre de Michelson monté en lame d'air et éclairé par un laser de longueur d'onde $\lambda = 638 \text{ nm}$, on intercale une cellule d'épaisseur $e = 1,6 \text{ cm}$ traversée par la lumière sous incidence normale. On fait le vide dans cette cellule. Puis on laisse l'air rentrer progressivement et un capteur d'éclairement placé au centre des franges d'égalé inclinaison donne la tension $v(t)$ représentée sur la figure.

Interpréter l'allure du graphe et en déduire une mesure de l'écart $n_0 - 1$ entre l'indice de l'air et celui du vide.



Interférences en lumière blanche ; spectre cannelé :

Soit une expérience d'interférences en lumière blanche, par exemple, une lame de mica, d'épaisseur e , éclairée en lumière blanche. On veut analyser le blanc d'ordre supérieur avec un spectroscopie à prisme (goniomètre plus prisme) préalablement étalonné.

Ce spectroscopie est constitué d'un goniomètre : source, fente source, collimateur, prisme, lunette autocollimatrice.

Étalonnage : pour une position fixe du prisme, on met en coïncidence le réticule de la lunette sur chaque raie de la source spectrale connue, on repère la position de la lunette par l'angle sur la plate-forme du goniomètre et on utilise le vernier pour une mesure précise. On trace la courbe λ en fonction de la position de la lunette,.

1- On analyse d'abord directement la lumière blanche. Qu'observe-t-on ?

2- On réalise l'expérience, elle nécessite la présence d'une lame semi-réfléchissante à 45° du faisceau incident de lumière blanche en incidence quasi normale sur la lame de mica. Cette lame semi-réfléchissante permet de diriger la lumière réfléchi par la lame de mica vers la fente d'entrée du spectroscopie.

Dessiner le montage avec la source lumineuse, la lame semi-réfléchissante, la lame de mica et l'entrée du goniomètre.

Pourquoi observe-t-on un phénomène, d'interférences ? Rappeler sans démonstration la différence de marche optique au point M en fonction de l'épaisseur e et de l'angle que fait le rayon incident sur la lame de mica avec la normale à la lame.

3- On analyse ensuite le blanc d'ordre supérieur. On observe des cannelures. Dans le jaune vert, on pointe deux cannelures noires, et on compte le nombre de cannelures brillantes entre les deux. On prendra $N \approx 10$ afin de pouvoir considérer que, dans la gamme de longueurs d'onde correspondantes, le mica n'est pas dispersif.

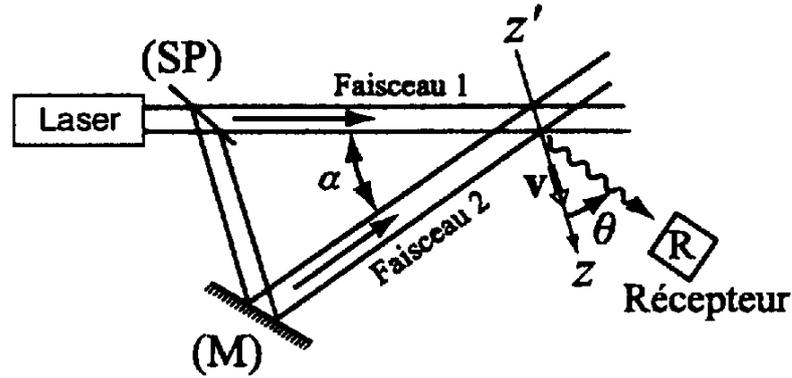
On a relevé sur la courbe d'étalonnage que les deux cannelures noires séparées par $N \approx 10$ cannelures brillantes correspondent aux longueurs d'onde $\lambda_1 = 546 \mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 578 \text{ mm}$.

Montrer que $\delta_{2/1} = \delta(e) + \frac{\lambda}{2}$ avec $\delta(e) = N \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$.

En déduire l'épaisseur de la lame de mica. Application numérique avec les données suivantes : l'indice n du mica sera pris égal à 1,596 dans le domaine des longueurs d'onde du jaune vert.

Vélocimétrie laser : (et la suite)

Le dispositif de mesure d'une vitesse d'écoulement d'un liquide comporte un laser émettant une faisceau parallèle d'une radiation de longueur d'onde λ dans l'air et de fréquence ν , une lame semi-transparente (SP), un miroir (M); le faisceau transmis par (SP) et le faisceau réfléchi sur (M) interfèrent dans une petite zone de l'espace où s'écoule un fluide de $\vec{v} = v \vec{e}_z$, l'axe $z'z$ comme la vitesse d'écoulement étant perpendiculaire à la bissectrice de l'angle α formé par les deux faisceaux.

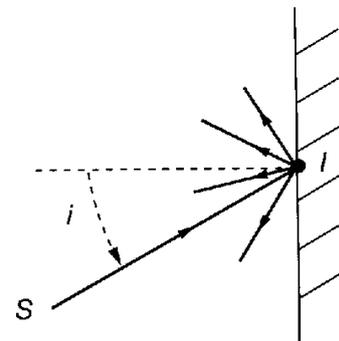


Le liquide comporte de fines particules d'aluminium capables de diffuser la lumière laser. Un récepteur (photodiode) capte le rayonnement émis par diffusion dans la direction θ par rapport à z/z' .

- 1- Déterminer l'interfrange des interférences apparaissant.
- 2- Déterminer la fréquence du rayonnement diffusé
- 3- Comment en déduire la vitesse d'écoulement ?
- 4- Retrouver le résultat par une autre méthode utilisant les résultats relatifs à l'effet Doppler.

Autre point de vue des lois de Descartes :

Un miroir plan est éclairé par une source ponctuelle monochromatique S à l'infini dans la direction i . Pour modéliser l'onde réfléchie, on suppose que chacun de ses éléments de surface $d\sigma(I)$ centré en un point courant I réémet une onde sphérique en phase avec l'onde qu'il reçoit.

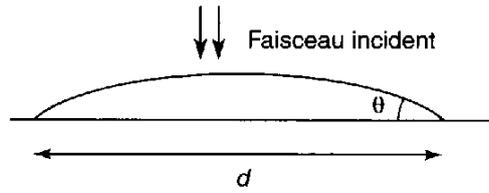


Exprimer le déphasage en un point M à l'infini dans la direction i' entre les ondes réémises par deux points I et J différents. Interpréter alors le fait que la lumière réfléchie se concentre dans la direction $i' = -i$.

Interpréter qualitativement le fait que pour une surface rugueuse, on observe de la lumière dans toutes les directions i' .

Mesure d'un angle de contact :

Soit une goutte de liquide (indice n_l) étalée sur un support solide partiellement réfléchissant (indice $n_s > n_l$), soit θ l'angle dit de contact. Un faisceau incident monochromatique parallèle suffisamment large éclaire toute la goutte. On admet que la surface de séparation air-liquide est une calotte sphérique (portion de sphère) de rayon R très grand. On donne le diamètre d de la goutte. On pourra négliger la réfraction du rayon incident à l'interface air-liquide.



1. Montrer qu'on obtient un phénomène d'interférences. Donner la forme des franges.
 2. Quel est le nombre d'anneaux observés en fonction de l'angle de contact ? En déduire un principe de mesure de l'angle de contact.
- Faire l'application numérique avec $n_1 = 1,4$ et $d = 0,5$ mm, $\lambda = 632,8$ nm et on observe 48 anneaux.

Miroir de Lloyd :

1) Un rayon lumineux arrive sous incidence rasante sur un plan métallique parfaitement conducteur. Il est polarisé rectilignement. On étudiera deux cas:

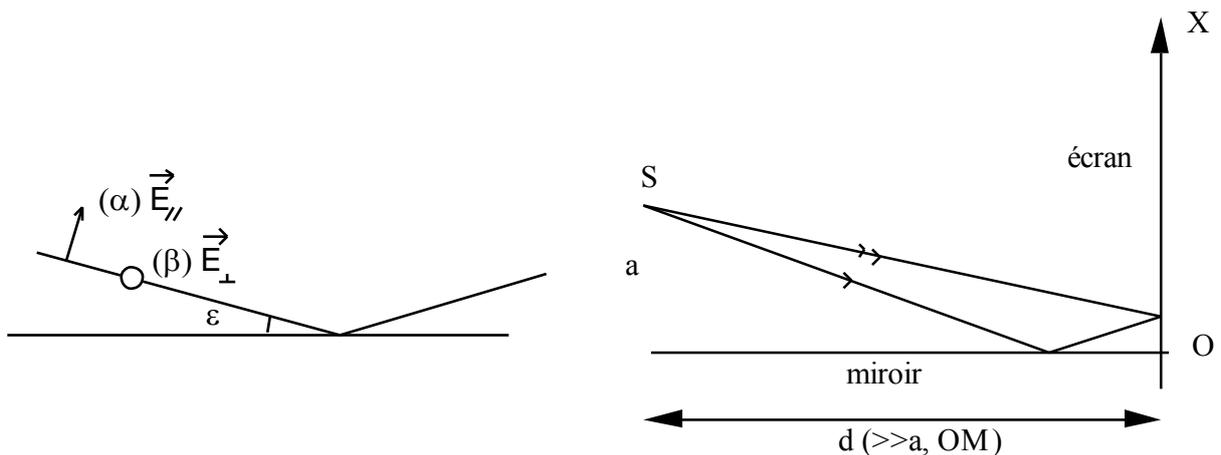
- (a) polarisation parallèle au plan d'incidence,
- (b) polarisation perpendiculaire au plan d'incidence.

Préciser les caractéristiques du rayon réfléchi et traduire les résultats trouvés en termes de déphasage.

2) Une source ponctuelle monochromatique est placée à une distance a au-dessus du plan d'un miroir métallique.

A quelle condition voit-on apparaître des franges sur l'écran.

Préciser alors les caractéristiques du phénomène d'interférences.



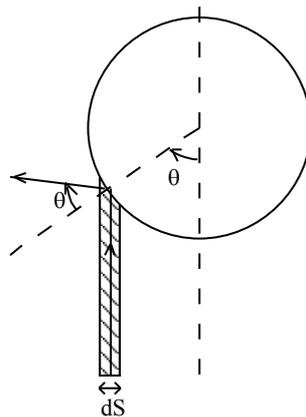
Mécanique du point et des solides

Lévitation d'une bille au-dessus d'un laser :

Le faisceau parallèle issu d'un laser transporte un flux énergétique $E = dW/dS = 100 \text{ W/mm}^2$. On rappelle que l'énergie d'un photon de fréquence ν est $h\nu$, sa quantité de mouvement $p = h\nu / c$.

1- Déterminer la quantité de mouvement qui traverse par unité de temps un élément d'aire dS d'une section droite du faisceau.

2- On place dans le faisceau précédent une bille sphérique argentée B de rayon a . Calculer la norme F de la force subie par B. On admettra que les photons subissent sur B des chocs élastiques.



3- B ayant une masse volumique $\mu = 2,5 \text{ g/cm}^3$, pour quelle valeur a_0 de a , B est-elle en équilibre indifférent dans le faisceau précédent dirigé verticalement. On donne $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

4- Comment pourrait-on rendre stable l'équilibre précédent ?

Le poids :

On a un objet M de masse m à la surface de la Terre. Celui-ci est plus ou moins proche du Soleil qui l'attire.

Peut-on dire que le poids de l'objet est différent à midi ou à minuit ?

Point sur une courbe :

Un point matériel de masse m se déplace dans un plan vertical sans frottements sur une courbe (C) dans le champ de pesanteur $\vec{g} = -g\vec{u}_z$ uniforme.

Quelle doit être la forme de cette courbe pour que la composante verticale de sa vitesse soit constante ?

Expérience à la maison :

On lance un palet sur une table avec une vitesse $v_0 = 5\text{ m/s}$. La latitude du lieu est celle de Paris ($\lambda = 45^\circ$). Le palet glisse sans frottement.

1. Quel doit être l'ordre de grandeur de la dimension de la table pour décider si le référentiel local est galiléen ou non ? On prend comme critère de décision une déviation $d = 1\text{ mm}$ en bout de table.
2. Le frottement accentue-t-il ou non la déviation ?

Modification de la distance Terre-Lune :

1- On constate que la période de rotation de la Terre diminue de 2.10^{-3} seconde par siècle. Déterminer l'évolution de $a =$ distance Terre/Lune au cours du temps.

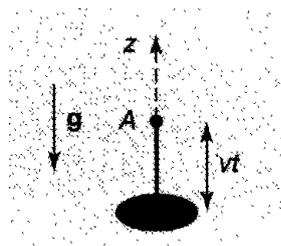


2- Calculer la puissance dissipée par les marées.

Trou noir :

Donner une condition pour que le Soleil ne soit plus visible, c'est-à-dire soit un trou noir (modèle gravitationnel).

Cobra se déroulant :



Un cobra de masse m , initialement enroulé sur le sol confondu avec le plan $z = 0$, se déroule progressivement à partir de l'instant $t = 0$ de telle sorte que la vitesse de sa tête A soit une constante v .

On suppose que la partie du cobra en mouvement est avec une bonne approximation située sur une verticale fixe Oz . La partie déroulée du cobra est supposée inélastique. On note μ la masse linéique du cobra, supposée uniforme.

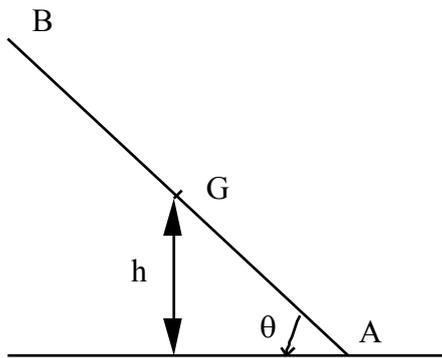
- 1- Exprimer la puissance $P(t)$ que doit développer le cobra pour se dérouler.
- 2- Calculer le travail que doit exercer le cobra pour se dérouler totalement.

L'âne et la charrette :

1- Un âne tire une charrette sur une route horizontale ; la charrette avance grâce à l'action \vec{F} exercée par l'âne. Mais comment se fait-il que l'âne ne recule pas sous l'effet de l'action $-\vec{F}$ exercée par la charrette ?

2- Comparer la valeur de \vec{F} , supposée horizontale, nécessaire pour tirer à vitesse constante une caisse de masse M directement posée sur le sol et pour tirer à vitesse constante la même caisse posée sur une charrette.

Chute d'un stylo :

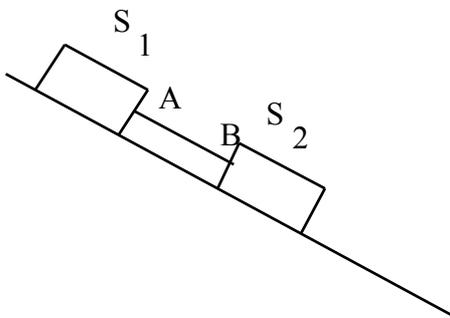


On considère un stylo AB de masse m et de longueur l . A l'instant $t = 0$, il est vertical et immobile, A reposant sur le sol. On la déplace de ε . Le point A va glisser sans frottement sur le plan horizontal.

1- Trouver $|\vec{v}_G|$ en fonction de h : altitude de G si $\varepsilon \sim 0$.

2- Déterminer la durée de chute en considérant que $l = 12 \text{ cm}$ et $\varepsilon = 5^\circ$.

Amorçage de glissement :



Deux parallélépipèdes (S_1) et (S_2) sont posés sur un plan incliné et reliés par une barre AB.

L'ensemble est dirigé selon la ligne de plus grande pente. On donne les masses m_1 et m_2 de (S_1) et (S_2) et les coefficients de frottement de glissement f_1 et f_2 .

Quelle est la valeur minimale de α pour que le glissement s'amorce?

Caisse sur un camion accéléré :

Une caisse de masse m est posée sur la plate-forme horizontale d'un camion et on donne le coefficient de frottement f à l'interface pavé-camion. À l'instant $t = 0$, le camion démarre avec une accélération $a_0 \vec{u}_x$ dans le référent galiléen (Oxyz) lié à la route et maintient ensuite cette accélération constante. On note $\vec{g} = -g \vec{u}_z$ le champ pesanteur, supposé uniforme.

1. Quelle doit être la valeur minimale f_m de f pour que la caisse reste solidaire du camion ?
2. Si $f < f_m$, quel est le mouvement de la caisse dans le référentiel (Oxyz) lié à la route ?

Porte qui bat :

Une porte est assimilable à une plaque rectangulaire homogène de hauteur $AB = h = 2$ m. et de largeur $a = 1$ m, mobile sans frottement autour de AB . Par suite d'une malfaçon, le gond B se trouve à la distance $d = 1$ cm de la verticale du gond A.

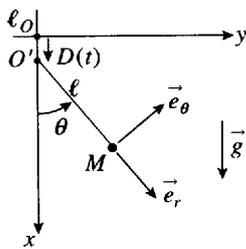
Calculer la période T des petites oscillations de la porte.

Comment différencier un œuf dur d'un œuf cru ?

Pour savoir si un œuf est dur ou non, il suffit de le faire tourner sur un support et de l'observer : faites l'expérience.

- Expliquer pourquoi l'œuf dur atteint une vitesse angulaire maximale plus élevée que l'œuf cru.
- Pourquoi l'œuf dur reste-t-il en rotation plus longtemps que l'œuf cru ?

Oscillateur paramétrique :

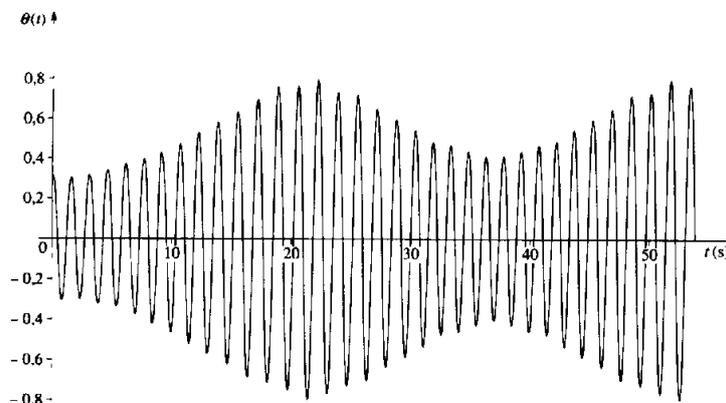


Un pendule simple constitué d'un fil inextensible de masse négligeable et d'un point matériel M de masse m est accroché au point O' , mobile le long de l'axe vertical (Ox).

1- Le point O' est immobile : $D(t) = 0$. Quelle est l'équation du mouvement du pendule ? Quelle est la pulsation propre ω_0 des petites oscillations ?

2- Le point O' est animé d'un mouvement oscillant $D(t) = D_m \cos \omega t$.

- Établir l'équation du mouvement : $\ddot{\theta} + \omega_0^2 (1 + h(t)) \sin \theta = 0$, en précisant l'expression de $h(t)$.
- En supposant l'angle θ petit, et l'excitation très faible, montrer que l'oscillateur harmonique risque d'entrer en résonance si on donne à la pulsation ω une valeur particulière.
- La résolution numérique de l'équation donne, pour $\omega = 2 \omega_0$, le résultat suivant :



Commenter. On essaiera en particulier d'interpréter les battements de l'amplitude d'oscillation qui sont observés.

La catapulte :

On a une catapulte avec un ressort de couple C , un bras de longueur L et de masse m . On pose au bout une masse M . Comment procéder pour que la masse M aille le plus loin possible ?

A la recherche de la masse manquante :

L'observation de l'effet Doppler qui affecte le spectre de la lumière émise par les étoiles d'une galaxie permet de déterminer la « courbe de rotation » $v(r)$, v désignant la vitesse v d'une étoile située à la distance r du centre de la galaxie.

1- Déterminer $v(r)$ à l'extérieur de la galaxie en admettant que la masse de celle-ci est répartie selon la symétrie sphérique.

2- On observe en fait, dans les régions extérieures à la galaxie, une vitesse indépendante de r . Montrer que l'on peut rendre compte d'un tel résultat en admettant que l'essentiel de la masse de la galaxie est constituée de matière noire, non détectable par son rayonnement, répartie selon une loi du type $\mu(r) = k/r^2$.

Energie libérée par le ralentissement de la rotation d'un pulsar :

Dans un livre d'astrophysique « L'homme qui courait après son étoile », Jacques Paul écrit: « Le pulsar du Crabe est celui dont la vitesse angulaire diminue le plus vite: trente trois tours par seconde aujourd'hui, deux fois moins dans mille ans... ce freinage continu libère des millions de fois plus d'énergie par seconde que le Soleil. »

Contrôler cette affirmation (par une évaluation à une ou deux puissances de dix près) à l'aide des données suivantes

- On appelle pulsar un astre effondré qui est le stade final de la vie de certaines étoiles dont la masse est légèrement supérieure à celle du Soleil ($M = 2 \cdot 10^{30}$ kg) et le rayon R de l'ordre de la dizaine de km.
 - Dans la haute atmosphère de la Terre, une surface perpendiculaire aux rayons solaires reçoit environ $E = 1,5$ kW/m².
 - La distance Terre-Soleil est $a \approx 150$ millions de km.
-

Statique et mécanique des fluides

Variation de la pression dans la troposphère :

La troposphère est la partie de l'atmosphère située entre 0 et 11 000 m d'altitude. Les services techniques de l'aéronautique définissent une troposphère standard pour laquelle la température varie linéairement avec l'altitude z : $T = a - bz$ avec $a = 288 \text{ K}$ et $b = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ K.m}^{-1}$.

1. Établir la loi de variation de la pression P en fonction de l'altitude z ; on supposera $|g_0|$ uniforme.
2. Commenter le fait divers suivant : un véliphaniste souhaitait naviguer sur le lac Khara Khotia, situé à 4 700 m d'altitude dans la Cordillère des Andes. Il monta avec sa planche au lac mais sa planche construite et scellée au niveau de la mer ne supporta pas l'altitude et éclata.

Quelle est la pression à l'altitude de 4700 m dans le cadre du modèle précédent ?

Mer Morte :

En 1860, un explorateur anglais rapporte les mesures suivantes de Palestine : au niveau de la Mer Morte, à $25 \text{ }^\circ\text{C}$, la pression atmosphérique normale est de 796 mmHg. Qu'en déduit-il sachant que cette mer est fermée ?

Pression et température au centre du Soleil : (et la suite)

Le Soleil est une étoile de masse $M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, de rayon $R_S = 700.000 \text{ km}$, constituée d'un gaz supposé parfait, essentiellement de l'hydrogène atomique de masse molaire $M = 1 \text{ g.mol}^{-1}$, à la pression $P(r)$, à la température $T(r)$.

En prenant pour modèle une masse volumique $\rho(r) \approx \rho_0$ uniforme, évaluer littéralement et numériquement $P(0)$ et $T(0)$.

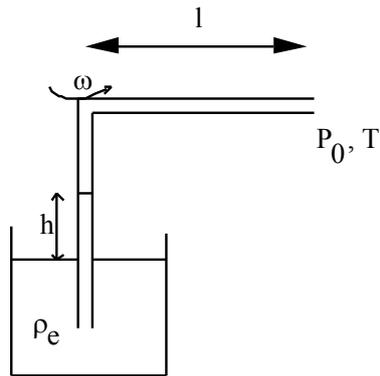
Commentaire sur la valeur numérique de $T(0)$. Que penser de l'hypothèse $\rho(r) \approx \rho_0$ uniforme ? Que donnerait une simple analyse dimensionnelle de $P(0)$?

Aspiration par un tube en rotation :

Considérons un tube coudé de faible section S plongeant dans un récipient contenant de l'eau (fluide incompressible de masse volumique ρ) et tournant autour de l'axe vertical Δ avec une vitesse angulaire $\omega = \text{cte}$.

L'ensemble est placé dans l'atmosphère considérée comme un gaz parfait à la pression P_0 et à la température T .

Quelle est la dénivellation h entre la surface libre de l'eau dans le récipient et son niveau dans le tube ? On négligera tout phénomène de capillarité.

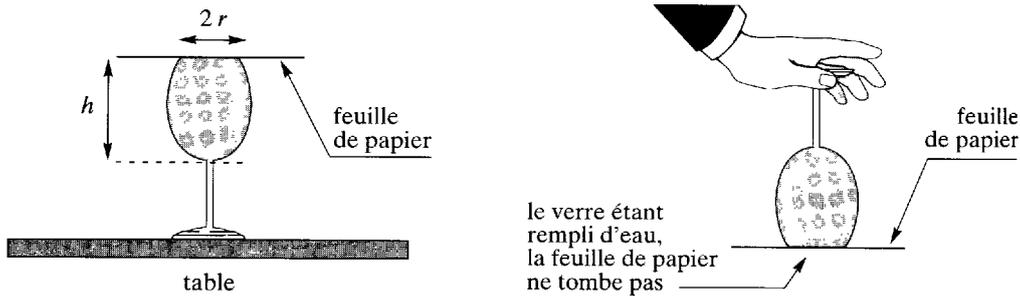


Application numérique : $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $T = 293 \text{ K}$, $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$, $\omega = 60 \text{ rad.s}^{-1}$, $l = 10 \text{ cm}$, $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$, ρ_e masse volumique de l'eau $\rho_e = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

Pression dans un liquide :

1- On remplit complètement, avec de l'eau, un verre cylindrique de hauteur $h = 10 \text{ cm}$ et de rayon $r = 3 \text{ cm}$. On pose sur ce verre une feuille de papier, puis on retourne l'ensemble; on constate que la feuille ne tombe pas.

Expliquer qualitativement.

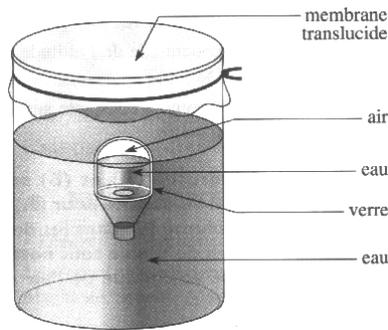


2- On remplace la feuille de papier par un disque de plomb de rayon $r' = 4 \text{ cm}$ et d'épaisseur e ; calculer l'épaisseur e_{min} pour que la feuille tombe lorsque l'on retourne le verre.

On donne la masse volumique du plomb $\rho = 11,3 \text{ g.cm}^{-3}$. Commenter.

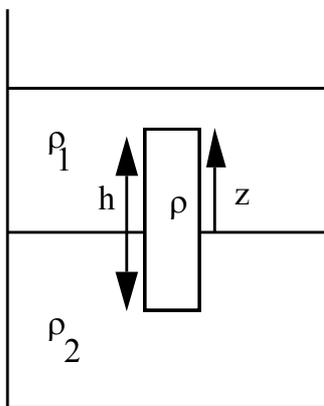
Instabilité d'un ludion :

Un ludion est constitué d'une nacelle accrochée à une cloche sous laquelle a été introduit un peu d'air. La quantité d'air introduite permet de faire flotter le ludion, son sommet étant proche de la surface libre de l'eau contenue dans le récipient, comme sur le schéma suivant.



Le récipient est clos par une membrane souple imperméable à l'air. Lorsque l'on appuie sur la membrane, le ludion coule. Comment expliquer cette observation ?

Poussée d'Archimède :



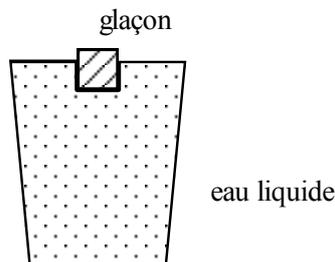
Un solide assimilable à un cylindre de section S et de hauteur h , de masse volumique ρ est immergé dans un récipient contenant deux liquides non miscibles de masses volumiques ρ_1 et ρ_2 .

Le récipient est supposé de grandes dimensions, de sorte que les niveaux sont indépendants de la position du cylindre. Par un guidage approprié, supposé sans frottement, le cylindre reste dans la position verticale. On repère sa position par z .

Ecrire l'équation permettant de déterminer la position d'équilibre z_0 . Discuter l'existence d'une position d'équilibre et sa stabilité.

Glaçon dans un verre d'eau :

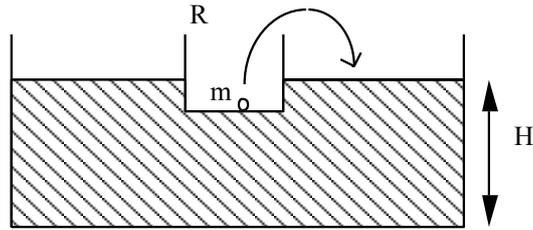
Un verre est rempli à ras bord d'eau liquide sur laquelle flotte un glaçon. Que se passe-t-il quand le glaçon fond ?



Hauteur d'eau dans un bac :

Un récipient R de masse M contient un corps de masse m . R flotte à la surface de l'eau contenu dans un bac B . La masse m est « jetée par dessus bord ».

Que devient la hauteur d'eau dans le bac ?



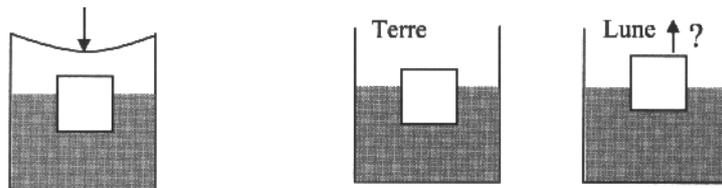
Expérience dans un ascenseur :

Un homme tient un verre d'eau dans un ascenseur. Un bouchon flotte dans le verre. L'ascenseur descend avec l'accélération \vec{a} . Que fait le bouchon ?

Glaçon flottant :

Un glaçon flotte sur un verre d'apéritif.

1. Le verre est recouvert hermétiquement d'une membrane élastique. On appuie sur la membrane. Le glaçon s'enfonce-t-il ?
2. Le glaçon est immergé au 9/10 sur la Terre. Un astronaute prend l'apéritif à l'intérieur de son vaisseau spatial posé sur la Lune. Le glaçon est-il plus immergé ? Moins immergé ? ou également immergé ?



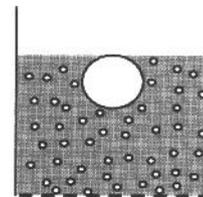
Eau gazeuse :

1. On place un glaçon sur un verre d'eau puis un cachet d'aspirine. Le glaçon monte ? Descend ? Ou reste en place ?

2. On place une sphère de rayon R , dans un aquarium. Sa masse volumique ρ est inférieure à celle de l'eau ρ_e . Le fond de l'aquarium est perforé et émet des bulles de dimension très faible devant le rayon de la sphère (dispositif non représenté sur le schéma).

On considère que les bulles montent verticalement.

Déterminer la densité critique ρ_c de l'eau effervescente au moment de l'immersion limite de la sphère représentée sur le schéma.



Modélisation ; trajet sous la pluie :

Au cours d'un trajet à pied pour parcourir une distance donnée L , vous êtes surpris par la pluie sans avoir de parapluie ou de vêtement approprié. On suppose que la pluie tombe verticalement, avec une vitesse $V_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$.

Montrer qu'en courant, le trajet sera évidemment plus court mais la surface exposée plus grande. En prenant pour critère la nécessité de minimiser le nombre de gouttes interceptées au cours du trajet, construire une théorie permettant de décider à quelle vitesse optimale il est nécessaire de se déplacer.

En pratique, y aura-t-il une différence notable entre effectuer le trajet en marchant ou en courant aussi vite que possible ?

Les nuages :

Pourquoi les nuages ne tombent-ils pas ?

Etude cinématique d'une tornade :

On décrit une tornade par un écoulement incompressible à symétrie cylindrique autour d'un axe Oz, décrit en coordonnées cylindriques par un champ des vitesses de la forme $\vec{v} = v_\theta(r) \vec{u}_\theta$ et un vecteur-tourbillon $\vec{\Omega}$ connu: $\vec{\Omega} = \Omega_0 \vec{u}_z$ est uniforme au sein de la tornade c'est-à-dire dans le cylindre de rayon $r \leq a$; $\vec{\Omega}$ est nul pour $r > a$.



1- En utilisant le théorème de Stokes sur un cercle de rayon r, établir l'expression de $v_\theta(r)$ d'une part pour $r \leq a$ et d'autre part pour $r \geq a$. Où la norme de la vitesse est-elle maximale ?

2- On appelle vortex le cas limite obtenu lorsque $a \rightarrow 0$ et $\Omega_0 \rightarrow \infty$ avec $\Omega_0 a^2 = \Gamma / 2\pi$ où Γ est une constante finie.

2.a- Chercher un potentiel des vitesses Φ tel que $\vec{v} = \overrightarrow{\text{grad}} \Phi$ pour $r \rightarrow 0$. Comparer $\Phi(r, \theta = 0)$ et $\Phi(r, \theta = 2\pi)$ et conclure.

2.b- Montrer que la superposition d'un vortex d'axe Oz à l'écoulement dérivant du potentiel

$$\Phi = -U \left(r + \frac{R^2}{r} \right) \cos \theta$$

et proposé en cours pour décrire l'écoulement autour d'une aile d'avion cylindrique d'axe Oz satisfait encore aux conditions aux limites sur l'aile de rayon R et à l'infini où $\vec{v}(r \rightarrow \infty) = U \vec{u}_x$, et que l'écoulement obtenu est incompressible et irrotationnel. Calculer la circulation de \vec{v} sur le cercle de rayon R et de centre O (bord de l'aile).

Chute de boules dans l'air :

On se propose de trancher une polémique entre deux scientifiques qui se déroulent en trois épisodes :

Épisode 1 : A affirme qu'une boule de pétanque et une balle de tennis lâchées d'une même altitude H sans vitesse initiale parviennent simultanément au sol.

Épisode 2 : B affirme que A s'est trompé car il a oublié la résistance de l'air.

Épisode 3 : A réplique que la résistance de l'air étant la même pour les deux boules, cela ne change rien à leur temps de chute qui reste commun.

On adopte les valeurs numériques suivantes ; champ de pesanteur terrestre $\vec{g} = -g \vec{u}_z$ avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$; rayon commun aux deux boules $r = 3,50 \text{ cm}$; masse de la boule de pétanque $m_1 = 650 \text{ g}$; masse de la balle de tennis $m_2 = 57,5 \text{ g}$; masse volumique de l'air $\mu = 1,30 \text{ kg.m}^{-3}$, viscosité de l'air $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa. s}$; coefficient de traînée $C = 0,2$.

1- Quelle est la vitesse $v(z)$ acquise par un objet lâché d'une hauteur $H = 3 \text{ m}$ sans vitesse initiale lorsqu'il se trouve à la cote z ? À partir de quelle cote z , peut-on adopter une expression de la résistance de l'air de la forme $F = \mu \pi r^2 C v^2$? Dans toute la suite, on prend $z_m = H$.

2- Une intégration numérique de l'équation du mouvement en présence de la traînée quadratique donne les temps de chute $T_1 = 0,790 \text{ s}$ (balle de tennis), $T_2 = 0,783 \text{ s}$ (boule de pétanque). Quelle est l'erreur commise par A dans l'épisode 3 ? Pouvait-on prévoir l'inégalité $T_1 > T_2$?

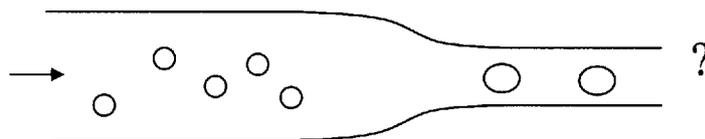
Collision de deux navires :

Deux navires animés d'un même mouvement de translation rectiligne uniforme de vitesse v suivent en eau calme des routes parallèles en restant en permanence chacun à hauteur du travers de l'autre.

Expliquer pourquoi, si leur distance mutuelle est trop faible, l'eau exerce sur chaque navire des forces qui tendent à engendrer une collision.

Transport de bulles :

Un courant d'eau chargé de bulles d'air circule dans une canalisation cylindrique. Si la canalisation se rétrécit, le rayon des bulles grandit, diminue ou n'est pas affecté ?



Aération d'un terrier :

Dans les prairies Nord-américaines, les chiens de prairie construisent deux types d'entrée pour leurs terriers : l'une haute, en forme de cratère, l'autre basse, en forme de dôme.

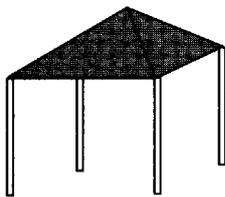
Expliquer pourquoi ce système permet l'aération du terrier.

Le vent du train :

Un touriste est debout à un mètre du bord du quai d'une gare T.G.V. Un train surgit à 270 km/h.

1. Le touriste est-il attiré, repoussé ou non incommodé par le train ?
2. Fixer l'ordre de grandeur des forces mises en jeu.

Tente de jardin dans le vent :



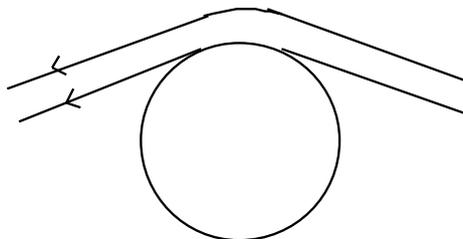
Une tente de jardin est faite de quatre poteaux formant au sol un carré de côté $a = 4$ m et portant un toit recouvert d'une toile.

La masse de l'ensemble est $m = 30$ kg. Il souffle un vent horizontal de vitesse $v = 10$ m/s. La masse volumique de l'air est $\rho = 1,3$ kg/m³.

Montrer que la tente décolle si elle n'est pas amarrée au sol. Comment le constructeur pare-t-il le problème ?

Sèche-cheveux et balle de ping-pong ; effet Coanda :

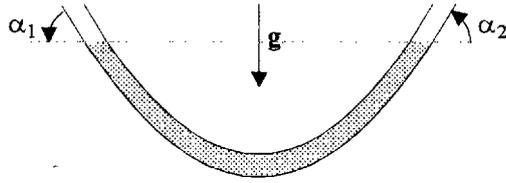
Il est assez facile de faire léviter une balle de ping-pong dans le jet gazeux issu d'un sèche-cheveux incliné. On peut interpréter cet effet en supposant que le flux d'air passe au-dessus de la balle en s'enroulant autour d'elle.



Déterminer le sens des variations de la pression sur la normale n lorsqu'on s'éloigne de la balle en cherchant le sens de l'accélération des particules de fluide. Interpréter alors la lévitation de la balle.

Oscillations d'un liquide dans un tube :

Etudier les petites oscillations du liquide contenu dans le tube de section constante S . Le fluide occupe une longueur L de ce tube. On le supposera parfait, incompressible et de masse volumique μ . On indiquera deux solutions.



Cuvette en soufflant sur de l'eau :

Un expérimentateur souffle sur une bassine remplie d'eau. Donner un ordre de grandeur de la profondeur de la petite cuvette qui va se former.

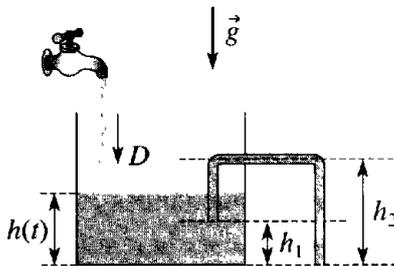
Accident de parachutisme :

Un parachutiste a failli mourir: lorsqu'il a effectué un saut, il est arrivé au-dessus du parachute d'un de ses collègues. Que lui est-il arrivé après ?

Mal de mer :

Interpréter le mal de mer.

Oscillations de relaxation ; vase de Tantale :



Le dispositif représenté sur le schéma ci-dessus permet d'obtenir périodiquement un débit important à partir d'une source de faible débit.

Le tuyau a une section s faible devant la section S du vase cylindrique. La source a un débit volumique D constant.

L'eau est incompressible et on néglige toute viscosité.

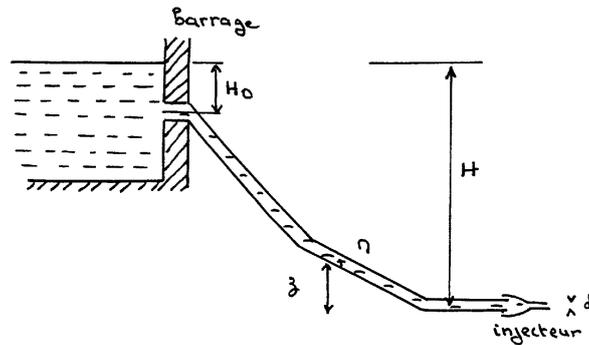
- 1- Partant d'un niveau h nul, décrire les différentes phases de l'écoulement.
- 2- Montrer que pour D inférieur à une valeur limite D_1 que l'on calculera, l'écoulement est périodique.
- 3- Supposons que $D \ll D_1$. Tracer l'allure du graphe de la fonction $h(t)$ et calculer une valeur approchée de sa période.
- 4- Si on ne fait pas cette hypothèse, calculer la durée de la phase de vidange. Calculer la durée de vidange et la période pour les valeurs : $h_1 = 10 \text{ cm}$; $h_2 = 40 \text{ cm}$; $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $S = 100 \text{ cm}^2$; $s = 1 \text{ cm}^2$; $D = 0,014 \text{ L.s}^{-1}$

On donne :
$$\int_0^1 \frac{du}{\lambda - \sqrt{u}} = 2 \left[\sqrt{a} - 1 + \lambda \ln \frac{\sqrt{a} - \lambda}{1 - \lambda} \right] \text{ si } \lambda < 1.$$

- 5- Quel nom portent ces oscillations et pourquoi ? Trouver une analogie en électrocinétique.

Chute de pression dans une conduite d'eau ; cavitation :

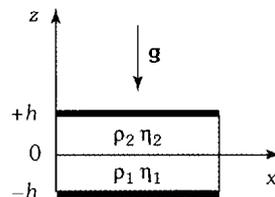
Une conduite amène l'eau (incompressible de masse volumique ρ) d'un barrage vers la turbine d'une centrale hydro-électrique. La conduite cylindrique, de diamètre constant $D = 30$ cm et de longueur $l = 200$ m, se termine horizontalement, son axe étant situé à $H = 160$ m au-dessous de la surface libre de l'eau dans le barrage de grande capacité. Le départ de la conduite est à $H_0 = 20$ m au-dessous de la surface libre de l'eau, de niveau pratiquement constant. On négligera tout frottement et on donne la pression atmosphérique $P_0 = 10^5$ Pa, $g = 10 \text{ m/s}^2$ et $\rho = 103 \text{ kg/m}^3$.



- 1- Montrer que si l'extrémité aval A de la conduite est à l'air libre, on aura un phénomène de cavitation (pression inférieure à la pression P_s de vapeur saturante de l'eau: $p < P_s$, avec $P_s \ll P_0$) dans une région de la conduite que l'on déterminera.
- 2- On visse à l'extrémité A une tubulure de section décroissante (injecteur), de diamètre de sortie d et d'axe horizontal. Montrer que la cavitation disparaît si $d \leq d_0$, calculer d_0 .
- 3- Dans la suite, l'injecteur a un diamètre de sortie $d = 15$ cm. Calculer la vitesse v_s de l'eau à la sortie, le débit volumique q de l'injecteur et la puissance cinétique \mathcal{P} du jet à sa sortie.

Raccordement d'écoulements visqueux : (et la suite)

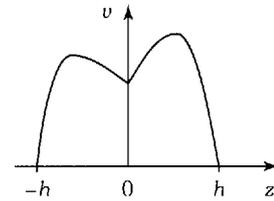
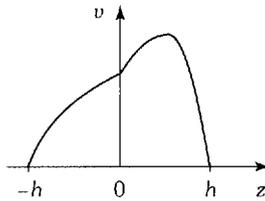
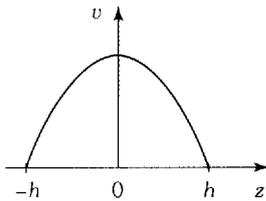
Deux fluides non miscibles s'écoulent avec un champ de vitesse $\vec{v} = v(x,z) \vec{u}_x$ entre deux parois fixes confondues avec les plans $z = -h$ et $z = h$: le fluide (1), de masse volumique ρ_1 et de viscosité η_1 s'écoule entre les plans $z = -h$ et $z = 0$; le fluide (2), de masse volumique ρ_2 et de viscosité η_2 s'écoule entre les plans $z = 0$ et $z = h$ (Fig. ci-dessus). Les deux fluides sont en contact dans le plan $z = 0$. Les grandeurs ρ_1, ρ_2, η_1 et η_2 sont uniformes.



1. Que dire de ρ_2 / ρ_1 ?
2. Justifier que $v(x, z)$ ne dépend pas de x . En déduire la valeur de l'accélération des particules de fluide.
3. Montrer que $p(x, z > 0) + \rho_2 gz = p(x, z < 0) + \rho_1 gz = \Phi(x)$ où $\Phi(x)$ est une fonction inconnue de la seule variable x .

4. On donne $p(x = 0, z = 0) - p(x = L, z = 0) = \Delta p$. Montrer que $\frac{\partial p}{\partial x}$ est une constante et déterminer la forme générale du champ des vitesses dans chacun des fluides.

5. Quelles sont les conditions aux limites permettant d'achever la détermination du champ des vitesses ? On ne demande pas de mener les calculs. Parmi les profils de vitesse proposés sur les figures ci-après, quel est le seul profil susceptible de convenir ?



Ravitaillement en vol d'un avion :

Un chasseur Mirage est ravitaillé en vol par un avion KC 135 à l'aide d'une conduite souple de diamètre intérieur $d = 104 \text{ mm}$. Le débit de kérosène ($\mu = 700 \text{ kg.m}^{-3}$) est $D = 26,7 \text{ l.s}^{-1}$, sa surpression (excédent de pression par rapport à la pression atmosphérique locale) est $p = 0,5 \text{ bar}$.

En supposant que les parois de la conduite n'exercent pas de forces sur l'avion, calculer la poussée supplémentaire ΔF que les réacteurs doivent exercer pour que la vitesse de l'avion reste ce qu'elle était avant le ravitaillement.

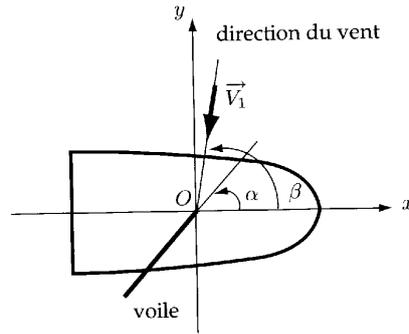


Modèle sommaire d'un voilier :

On considère un bateau se déplaçant à vitesse constante. On se place dans le référentiel (Oxy) lié au bateau. La surface totale de la voile sera notée S . Le plan de la voile est incliné d'un angle α par rapport à la direction du bateau. Le vent arrive sur la voile avec la vitesse \vec{V}_1 , selon la direction définie par l'angle β (voir figure).

On suppose que le vent se réfléchit sur la voile selon les lois de Descartes en ne perdant pratiquement pas de vitesse en module.

On supposera que la pression de l'air est uniforme et on notera μ sa masse volumique.



Calculer la force, projetée selon Ox , qui s'applique sur la voile.

Mélangeur :

Un robinet mélangeur admet de l'eau froide (température T_1 , débit massique D_1), et de l'eau chaude (T_2 , D_2).

- 1- Déterminer la température T_f de l'eau sortant du robinet.
- 2- Préciser les hypothèses.

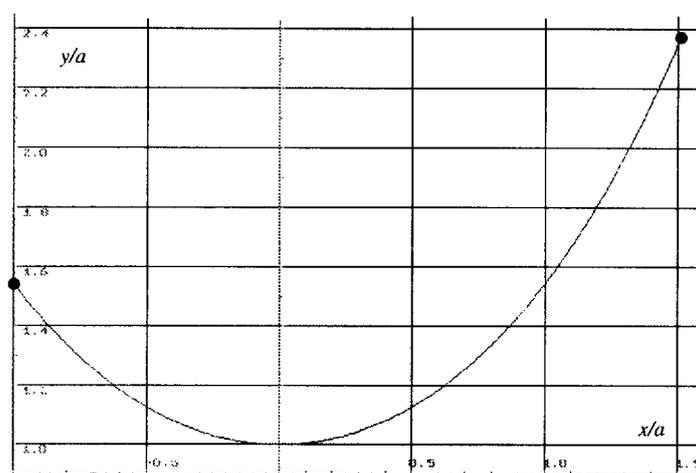
Ondes mécaniques

Corde tendue entre deux points :

Equation d'une corde sans raideur tendue entre deux points. Que vaut la tension de la corde ?
Cas particulier où l'espacement entre les deux points est proche de la longueur de la corde.

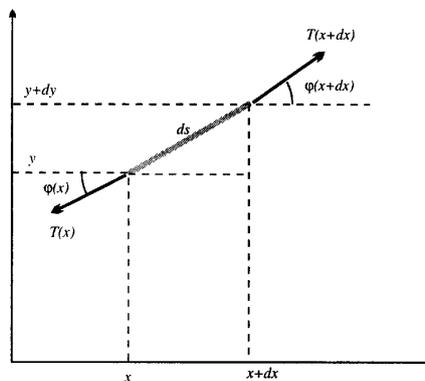
Profil d'équilibre d'un fil :

Expérimentalement, la figure d'équilibre dans le champ de pesanteur $\vec{g} = -g \vec{u}_z$ d'un fil ordinaire suspendu entre deux points a l'allure représentée sur la figure. On cherche à rendre compte de ce résultat à l'aide d'un modèle qui décrit un fil mince, flexible et inextensible comme une courbe porteuse de la masse linéique λ .



Profil d'équilibre d'un fil souple (chaînette)

En raisonnant sur un élément de fil assimilé à un segment de longueur ds incliné sur l'horizontale de l'angle $\varphi = \varphi(x)$ et dont les abscisses des extrémités sont x et $x + dx$, on suppose que les actions subies par cet élément de la part de la portion de fil située à sa droite sont réductibles à une force \vec{T} de norme $T = T(x)$, appelée tension du fil qui est colinéaire au segment, c'est à dire portée par la tangente au fil (fig. suivante).



Équilibre d'un élément de fil

[Il faut noter au passage qu'un tel modèle rend compte d'emblée du caractère parfaitement flexible du fil. Pour faire intervenir la résistance du fil à la flexion, il ne serait plus suffisant de modéliser le torseur des actions exercées à une extrémité de l'élément par une force, il faudrait ajouter un moment qui exprime la résistance à la flexion; une telle modélisation est en particulier nécessaire pour décrire une barre.]

Dans le cadre du modèle adopté, les composantes x et y de la résultante des actions (tension) exercées sur les deux extrémités de l'élément par le reste du fil s'écrivent:

$$T_x(x+dx) - T_x(x) = dT_x = d(T \cos \varphi) ; \quad T_y(x+dx) - T_y(x) = dT_y = d(T \sin \varphi) .$$

1- Écrire les deux équations différentielles auxquelles conduit l'application des lois de la mécanique à un élément de fil.

2- En notant T_0 la tension du fil au point le plus bas de celui-ci, donner l'expression de T en fonction de T_0 et de φ .

3- En posant $a = T_0 / \lambda g$, donner l'expression de la longueur de l'élément ds en fonction de a, φ et $d\varphi$. En déduire les équations paramétriques du fil $x(t)$, $y(t)$ avec $t = \tan \varphi/2$.

Indications: $\int \frac{d\varphi}{\cos(\varphi)} = \ln \left(\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right) = \ln \frac{1+t}{1-t} ; \cos(\varphi) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

Vérifiez que, avec une origine convenable, ces équations sont équivalentes à $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$, qui définit la courbe appelée **chaînette**, précisément par ce qu'elle correspond à la forme d'équilibre d'un fil souple ou d'une chaîne.

Ondes amorties sur une corde vibrante :

1. On considère la propagation d'ondes sur une corde vibrante de rayon $r = 1 \text{ mm}$ et de masse linéique μ , tendue avec une tension constante T. On néglige la pesanteur, mais on prend en compte les frottements fluides via des forces réparties $d\vec{F} = -h\mu dx \vec{v}$ avec $h > 0$. Sachant que la viscosité cinématique de l'air vaut $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, que l'amplitude A de l'onde est inférieure à 1 mm et sa fréquence f inférieure à 100 Hz, justifier qu'on peut adopter un modèle de frottement dépendant linéairement de la vitesse.

Établir l'équation des ondes.

2. La corde s'étend entre $x = 0$ et x et un opérateur impose le déplacement $y(x = 0, t) = A \cos(\omega t)$.

a) Déterminer la relation de dispersion pour des ondes proportionnelles à $\exp(j\omega t - jkx)$ Expliciter $y(x, t)$ et en déduire la vitesse de phase v_{φ} , et la distance caractéristique d'amortissement en limitant les calculs à l'ordre un en $\varepsilon = h/\omega$. On posera $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$.

b) Soit T_y la composante selon Oy de la force exercée par la partie gauche de la corde sur sa partie droite en une coupure fictive d'abscisse x. Exprimer l'impédance $\underline{Z} = \frac{T_y}{y}$ en fonction de

T, ω et k.

c) En déduire par simple analogie avec l'électrocinétique la puissance moyenne fournie par l'opérateur. Que devient cette puissance ?

3. La corde est désormais fixée en ses extrémités $x = 0$ et $x = L$. Chercher des solutions du type onde stationnaire.

En quoi se distinguent-elles des ondes stationnaires solutions d'une équation de d'Alembert ?

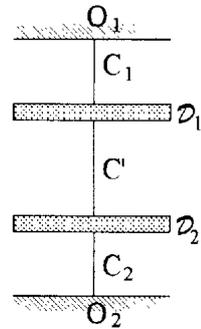
Deux pendules de torsion couplés :

On a deux disques D_1 et D_2 horizontaux, de moments d'inertie J_1 et J_2 par rapport à leur axe, reliés entre eux et à deux points fixes O_1 et O_2 par des fils dont les constantes de torsion sont C_1 , C' et C_2 . Les frottements sont négligés.

1) Établir les équations différentielles des mouvements des deux disques. On désignera par θ_1 et θ_2 les élongations angulaires à la position d'équilibre.

2) $C_1 = C_2 = C$ et $J_1 = J_2 = J$. Résoudre les équations.

3) Expliquer comment résoudre dans le cas général.



Ondes acoustiques

Onde acoustique : ordre de grandeur :

On considère une onde acoustique stationnaire de fréquence $f = 1000$ Hz dans l'air à la température $T = 300$ K. L'amplitude maximale de la surpression est 10^{-2} Pa.

Quelle est l'amplitude maximale du déplacement des atomes ?

La bouteille qui chante :

Quand on remplit d'eau une bouteille d'eau, on constate que le son qu'elle émet est de plus en plus aigu. Interpréter à l'aide d'un modèle sommaire.

Pourquoi le vent porte le son :

On considère un écoulement d'air à vitesse constante u_0 (dans la direction et le sens de l'axe (Ox); $u_0 > 0$), uniforme en tout point. Dans cet écoulement se propage une onde sonore plane progressive dans la direction de l'axe (Ox).

1- Déterminer l'équation de propagation de la surpression acoustique $p(x, t)$, dans le cadre de l'approximation acoustique (en quoi consiste cette approximation).

2- Une O.P.P.H. se propage dans l'écoulement. En notation complexe, p s'écrit:

$$p = p_0 e^{j(\omega t - kx)}.$$

Trouver la relation de dispersion entre k et ω et interpréter le résultat obtenu. Que doit-on entendre par l'expression « le vent porte le son » ? ,

Longueur de la caisse de résonance d'un diapason :

L'analyse harmonique du son émis par un diapason posé sur sa caisse de résonance contient essentiellement un harmonique de fréquence $\nu = 440$ Hz (la note est un la).

La caisse de résonance est un parallélépipède creux, dont la plus grande dimension est 19,5 cm; l'un des bouts étant fermé, l'autre ouvert.

Comment pouvez-vous expliquer le choix de cette dimension ?

Harmoniques d'un tuyau d'orgue :

1- Un tuyau d'orgue a une longueur $L = 52$ cm. Quelles sont les fréquences de son fondamental et de ses quatre premières harmoniques à 20°C , lorsqu'il est ouvert ?

2- Même question avec un tuyau fermé.

Ondes gravitationnelles :

On considère les ondes de gravité dans un fluide incompressible en eau peu profonde ($h_0 \ll \lambda$). On note ρ la masse volumique du fluide.

A partir d'une théorie linéaire et en faisant des approximations, trouver la relation de dispersion vérifiée par de telles ondes.

Ici, on négligera la viscosité et les effets de tension superficielle.

Ondes sonores émises par un objet en mouvement :

Une source d'ondes sonores S de période T est en mouvement rectiligne uniforme à vitesse v dans l'air où la célérité du son vaut c , de telle sorte que $S(x_S = vt, y_S = 0, z_S = d)$ avec v et d constantes. L'observateur est fixe en O.

1. Montrer que la différence dt' des dates d'arrivée en O de deux ondes émises par S aux instants t et $t + dt$ vaut à l'ordre un en dt :

$$dt' = dt \left(1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{v} \right)$$

où \vec{u} est un vecteur unitaire sur la direction \overrightarrow{SO} .

2. La source S est subsonique ($v < c$) et son déplacement vT pendant une période est faible devant OS.

Montrer que la fréquence f' perçue par l'observateur et la fréquence f émise par la source mobile sont distinctes (effet Doppler) et exprimer leur rapport. Décrire l'évolution de f' au cours du temps et confronter le résultat aux observations.

3. La source S est un avion supersonique ($v > c$) et on perçoit en O un « BANG » puissant lorsque $dt'/dt = 0$.

Interpréter sommairement et déterminer l'instant t où le « BANG » est émis et l'instant t' où il est reçu en O. Montrer que la position \overrightarrow{OS} de l'avion à l'instant t' fait un angle $\alpha = \arcsin(c/v)$ avec sa vitesse v .

Retrouver le résultat en traçant sur une figure les surfaces d'ondes à l'instant t' , associées aux ondes émises par S aux instants $t_n = t' - n\tau$ avec $n = 0, n = 1, n = 2, \dots$

Couche de miel :

On considère une couche de miel d'épaisseur h_0 sur une table horizontale. A $t = 0$, la surface libre est :

$$\xi = \xi_0 \cos kx$$

Etudier l'évolution de ξ_0 . On supposera $\xi_0 \ll h_0 \ll \lambda$. On notera η et ρ la viscosité du miel et sa masse volumique. On justifiera les hypothèses faites.

Mécanique quantique

Polariseur à neutrons :

On rappelle que l'énergie potentielle d'un système ayant un moment magnétique \vec{M} , placé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_z$ est donnée par : $E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}$.

1. À propos du moment magnétique d'une particule élémentaire
 - a. Dans un modèle classique de l'atome d'hydrogène, où l'électron décrit une orbite circulaire centrée sur le noyau, montrer que le moment magnétique orbitalaire \vec{M} de l'électron est proportionnel à son moment cinétique orbitalaire \vec{L} . On posera $\vec{M} = \gamma_0 \vec{L}$.

Établir l'expression de γ_0 en fonction de m_e et e et donner sa valeur.

- b. On peut montrer que l'électron, ainsi que les nucléons, possèdent un moment cinétique intrinsèque, le spin \vec{S} où $S = \|\vec{S}\| = \hbar/2$ et que la relation reliant le moment magnétique intrinsèque au moment cinétique intrinsèque se met sous la forme $\vec{M} = -g\gamma_0 \frac{m_e}{m} \vec{S} = \gamma \vec{S}$ où m est la masse de la particule, $g = -2$ pour l'électron, $g = 5,58$ pour le proton et $g = -3,82$ pour le neutron.

La projection du spin \vec{S} suivant \vec{u}_z ne peut prendre que deux valeurs $\hbar/2$ (polarisation positive) ou $-\hbar/2$ (polarisation négative).

Comment se comportent les neutrons dans un champ magnétique constant ?

2. On considère un faisceau dont tous les neutrons possèdent la même énergie et dans lequel 50% des neutrons ont une polarisation positive et 50% une polarisation négative.

Ce faisceau est émis par une source située dans le vide en $x \rightarrow -\infty$, il se dirige vers un milieu (en $x > 0$) où règne un potentiel constant $V_0 > 0$ ainsi qu'un champ magnétique constant et uniforme. Le champ magnétique constant définit une direction Oz . On souhaite polariser le faisceau de neutrons, c'est-à-dire l'enrichir en un des deux états de polarisation.

On posera $\omega_L = |\gamma|B$ et on notera E l'énergie totale du neutron.

- a. Donner l'expression de l'énergie potentielle totale $V(x)$ pour chacun des deux états de polarisation du neutron. Représenter l'allure de $V(x)$. En vous servant uniquement des lois de la mécanique classique discuter de la possibilité de polariser le faisceau.

- b. Étude quantique

▷ Écrire les équations de Schrödinger indépendantes du temps associées à chaque état de polarisation du neutron.

▷ On pose $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $k_0^2 = \frac{2mV_0}{\hbar^2}$, $G = k^2 - k_0^2 + \frac{m\omega_L}{\hbar}$ et $F = k^2 - k_0^2 - \frac{m\omega_L}{\hbar}$.

Nous supposons $F < 0 < G$ réalisée pour la suite de l'exercice.

Justifier la pertinence de ce choix en vous aidant du logiciel.

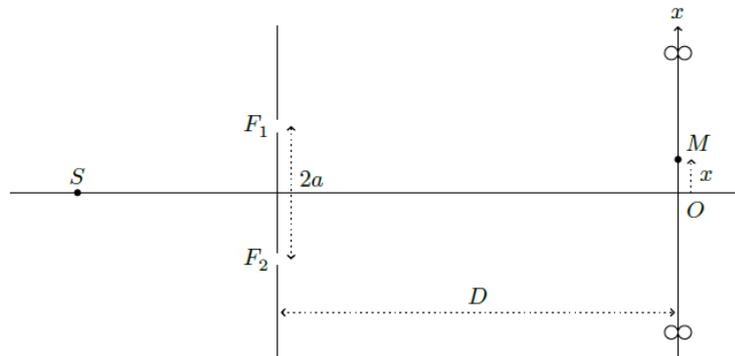
Quel état de polarisation est transmis ?

▷ En sachant que $\varphi(x)$ et sa dérivée $\frac{d\varphi(x)}{dx}$ sont continues et que la densité de courant de probabilité associée à une fonction d'onde $\psi(x, t)$ ayant pour vecteur d'onde \vec{k}_0 est donnée par le vecteur $\vec{J} = |\psi(x, t)|^2 \frac{\hbar}{m} \vec{k}_0$ déterminer les coefficients de probabilité de réflexion R et de transmission T du spin transmis. Quelle relation simple existe-il entre R et T ?

- iii. Dans la pratique l'énergie d'un neutron, ainsi que V_0 , valent environ 10^{-3} eV et le champ magnétique environ 1 T. Estimer le taux de polarisation du faisceau transmis. Le taux de polarisation étant le rapport entre le nombre de neutrons polarisés transmis par le milieu et le nombre de neutrons incidents.

Incertainde d'Heisenberg :

Soit le dispositif interférentiel d'Young utilisé avec une source ponctuelle S placée sur la médiatrice des deux fentes F_1 et F_2 distantes de $2a$. La source S émet des quantons à un et tous les quantons sont émis avec la même énergie. La distance entre le plan des fentes et l'écran, qui lui est parallèle, est $D \gg a$. L'observation est effectuée en un point M quelconque de l'écran repéré par $x \ll D$.



1. En raisonnant sur un quanton de longueur d'onde λ traversant un diaphragme de diamètre φ , montrer que le quanton doit subir une diffraction, puis calculer un ordre de grandeur de l'angle caractéristique de cette diffraction.
2. On montre que la différence de marche δ au point M entre les ondes venant de F_1 et F_2 s'écrit $\delta = \frac{2ax}{D}$. Déduire la valeur de l'interfrange.

Pour savoir par quelle fente passe chaque quanton, on mesure le déplacement de l'écran suivant (Ox) induit par chaque impact de quanton. En effet, l'écran gagne la quantité de mouvement suivant (Ox) du quanton absorbé.

3. Exprimer la quantité de mouvement p_{1x} selon (Ox) d'un quanton parvenant en M après être passé par la fente F_1 en fonction de la valeur p de sa quantité de mouvement.

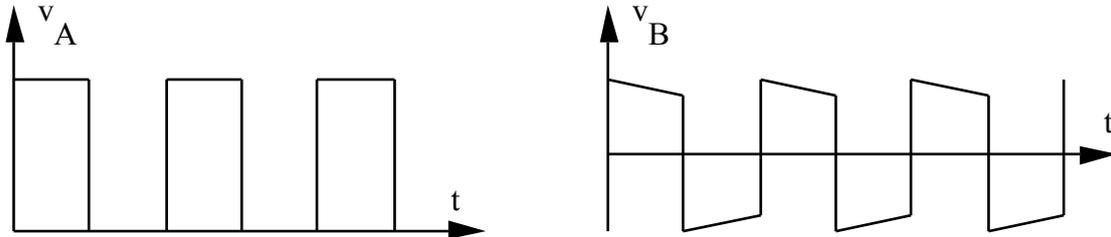
Faire de même pour le cas d'un quanton passant par la fente F_2 .

En déduire que l'on sait de quelle fente provient le quanton seulement si l'indétermination sur la quantité de mouvement de l'écran est très inférieure à une valeur que l'on précisera.

4. Est-il alors possible d'observer des interférences sur l'écran ? Quel principe physique cette expérience de pensée illustre-t-elle ?

Electronique

Oscilloscope défectueux ?



Sur la voie A d'un oscilloscope, on règle un BF pour qu'il délivre une tension créneau de fréquence $f = 10 \text{ Hz}$: on observe alors la tension $v_A(t)$ de la figure ci-dessous. Sans rien changer, on observe le même signal sur la voie B et on obtient la tension $v_B(t)$ de la figure ci-dessous. Interpréter.

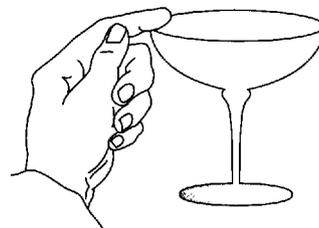
Changement de fréquence d'un récepteur FM :

Les émissions de signaux radiophoniques en modulation de fréquence se font dans des canaux de transmission dont la largeur est de l'ordre de la centaine de kilohertz, pour une fréquence centrale proche de la centaine de mégahertz.

- 1- A l'aide de la notion de facteur de qualité Q , montrer que la sélection d'un canal par un filtre électronique est problématique.
- 2- En pratique, le premier étage d'un récepteur comprend un dispositif de changement de fréquence, dont l'effet peut se résumer ici à retrancher aux fréquences des signaux recus une valeur réglable, afin d'utiliser un filtre passe-bande de fréquence centrale voisine de 10 MHz et de bande passante valant environ 100 kHz. Par exemple, la réception du canal de fréquence centrale 100 MHz nécessite de retrancher 90 MHz afin de se ramener autour de 10 MHz. Montrer que la difficulté précédente a été surmontée.

Filtre ; le verre qui chante et se brise :

Lorsqu'on fait glisser un doigt légèrement humide sur un verre en cristal, on peut l'entendre chanter. Toutefois, pour une certaine vitesse de déplacement du doigt, le verre peut se briser.



- 1- A quel type de filtre peut-on assimiler le dispositif ?
- 2- Pourquoi faut-il tenir le verre par le pied ?
- 3- Si l'on désire réaliser le bris du verre avec le son émis par un haut-parleur, il faut utiliser un générateur dont la fréquence puisse être ajustée très précisément. Commenter ce point.