La physique animée : Ondes sonores dans les fluides

Auteur(s) :

Olivier Granier

Lycée Jacques Decour, Paris

Delphine Chareyron

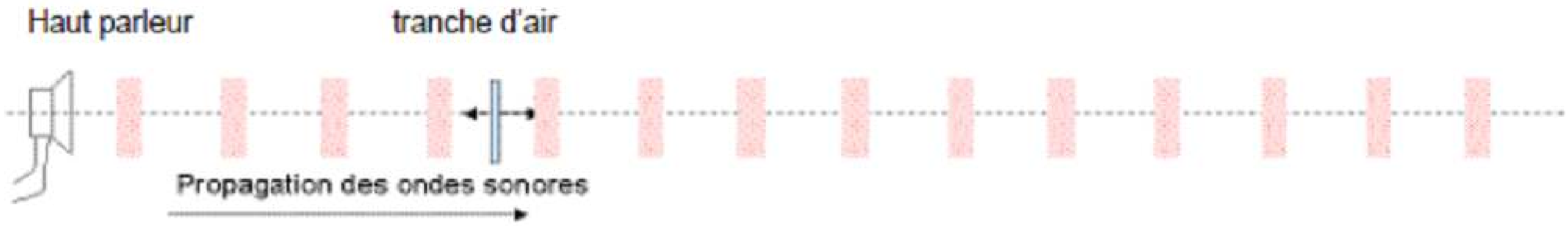
ENS Lyon

Nicolas Taberlet

ENS Lyon

22 - 06 - 2015

Étude des ondes sonores dans les fluides :



Une onde sonore est une vibration mécanique qui se propage dans un milieu matériel, comme l'air ou un liquide.
Dans l'air, la vitesse de propagation du son est de 340 $m.s^{-1}$ dans les conditions usuelles de température et de pression. Dans l'eau, elle est de l'ordre de 1 500 $m.s^{-1}$.

Cette propagation s'accompagne d'une variation de pression et de masse volumique se propageant de proche en proche. Plus la surpression acoustique (c'est à dire la variation de la pression par rapport à l'état d'équilibre) est grande et plus le volume sonore est élevé.

Approximation acoustique et hypothèses thermodynamiques :

On se limite à une propagation unidimensionnelle de l'onde sonore, dans la direction de l'axe (Ox).
On note P_a la pression du fluide à l'équilibre et μ_a sa masse volumique.
En présence d'une onde sonore, la pression dans le fluide devient :

$$P(x,t) = P_a + p(x,t)$$

Cette surpression reste toujours faible vis-à-vis de la pression atmosphérique.
Par exemple, pour l'air, elle vaut 2 mPa dans une pièce calme et peut atteindre quelques dizaines de Pa lors du décollage d'un avion.

La masse volumique du fluide varie également faiblement autour de sa position d'équilibre, d'une quantité que l'on notera $\mu(x,t)$, de telle sorte que la masse volumique totale du fluide sera :

$$\mu_{Tot}(x,t) = \mu_a + \mu(x,t)$$

Dans le cadre de l'hypothèse acoustique, les calculs seront effectués à l'ordre 1 pour toutes les grandeurs ainsi que leurs dérivées spatiales et temporelles : $\mu(x,t)$, $p(x,t)$ ainsi que la vitesse moyenne d'une tranche d'air, notée $v(x,t)$.

L'expérience montre que la propagation des ondes sonores est généralement caractérisée par un faible amortissement au sein du fluide où elles se propagent.

On négligera donc les phénomènes dissipatifs (comme la conduction thermique ou les phénomènes de viscosité), ce qui revient à postuler le caractère isentropique de la propagation des ondes sonores.

Le coefficient de compressibilité isentropique traduit la variation de volume d'un corps lorsque la pression est modifiée, à entropie constante.

$$\chi_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S = \frac{1}{\mu_{Tot}}\left(\frac{\partial \mu_{Tot}}{\partial P}\right)_S \approx \frac{1}{\mu_a}\frac{\mu(x,t)}{p(x,t)}$$

Ce qui permet d'écrire finalement la relation suivante entre la variation de la masse volumique du fluide et la surpression :

$$\mu(x,t) = \mu_a \chi_S p(x,t)$$

Équations linéarisées de la mécanique des fluides :

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à une tranche de fluide , soumise à une surpression p, nous obtenons l'équation numéro 1 :

$$\mu_a \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \qquad (1)$$

Le principe de conservation de la masse donne ensuite :

$$\mu_a \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial \mu(x,t)}{\partial t} = 0$$

En utilisant le coefficient de compressibilité isentropique, la dernière équation permet d'écrire finalement une seconde équation reliant la vitesse à la surpression :

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + \chi_S \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = 0 \qquad (2)$$

Équation de propagation:

En utilisant l'équation (1), on obtient l'équation vérifiée par la vitesse :

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - \mu_a \chi_S \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 t} = 0$$

Que l'on peut écrire sous la forme classique d'une équation de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 t} = 0$$

Où :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \chi_S}}$$

est la vitesse du son dans le fluide. Comme dans le cas de la corde vibrante, on observe une compétition entre le terme d'inertie (μ_a) et le terme d'élasticité (χ_s).

Une manipulation similaire des équations (1) et (2) permet d'obtenir, pour la surpression p, la même équation de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial^2 t} = 0$$

Si on assimile l'air à un gaz parfait diatomique, alors le coefficient de compressibilité isentropique vaut :

$$\chi_S = \frac{1}{\gamma P_a}$$

où γ, égal à 7/5 pour l'air, est le rapport des capacités calorifiques à pression et volume constants

La vitesse du son dans l'air devient, en utilisant l'équation d'état du gaz parfait :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P_a}{\mu_a}} = \sqrt{\frac{\gamma R T_a}{M}}$$

Où T_a est la température d'équilibre de l'air et Mair sa masse molaire, égale à 29 g/mol.

L'application numérique donne, à 20°C, une vitesse de 343 $m.s^{-1}$, conforme à la valeur mesurée.

La petite fille, qui attend sous la pluie que l'on ait enfin calculer la vitesse du son dans l'air, a néanmoins encore assez de lucidité pour mesurer la durée qui sépare l'éclair du tonnerre. Ayant compté trois secondes, elle en déduit que l'orage se trouve à 1 km d'elle.

Les décibels :

La réponse de l'oreille à un stimulus de pression ne suit pas une loi linéaire.

En effet, les tests d'écoute montrent que la sensation subjective du volume d'un son est reliée au logarithme de l'excitation physique.

Ainsi, on définit le niveau de pression en dB par, où p_{eff} désigne la valeur efficace de la surpression :

$$p_{dB} = 20 \log \frac{p_{eff}}{p_{eff,0}} \qquad (avec : p_{eff,0} = 2.10^{-5}\ Pa)$$

où $p_{eff,,0}$, appelée pression de référence, représente la surpression minimale correspondant au seuil d'audition pour une fréquence de 1 000 Hz.

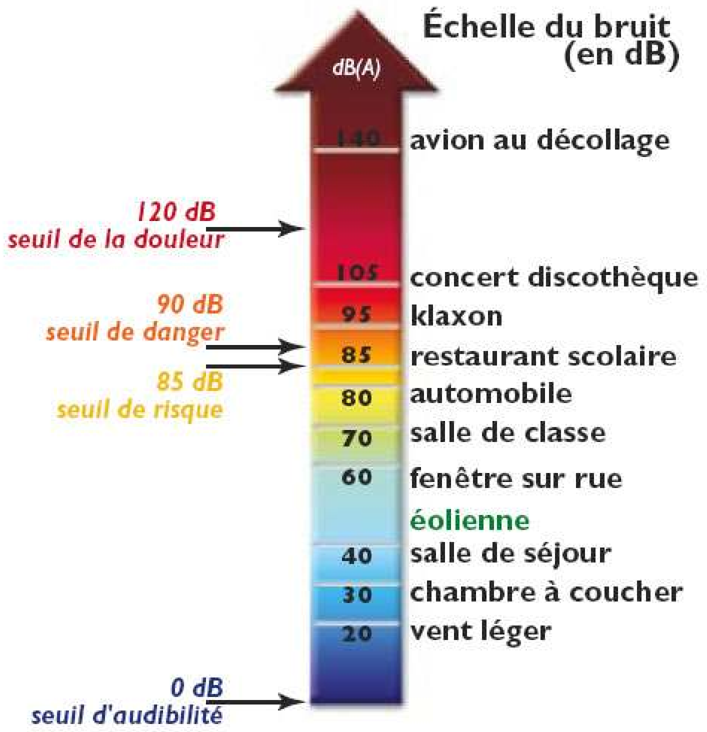
Cette surpression est environ 10^5 fois plus faible que la pression atmosphérique, et représente une amplitude des vibrations du tympan de l'ordre de grandeur du rayon de l'atome d'hydrogène, soit autour de 30 picomètres.

Les décibels :

Le son le plus fort supportable par l'oreille correspond à une pression d'environ 20 Pa, ainsi il y a un rapport de 1 million entre le seuil d'audition et le seuil de douleur de l'oreille. L'utilisation du décibel permet alors de représenter l'étendue des sons audibles sur une échelle de 0 à 120.

Donnons quelques ordres de grandeurs :

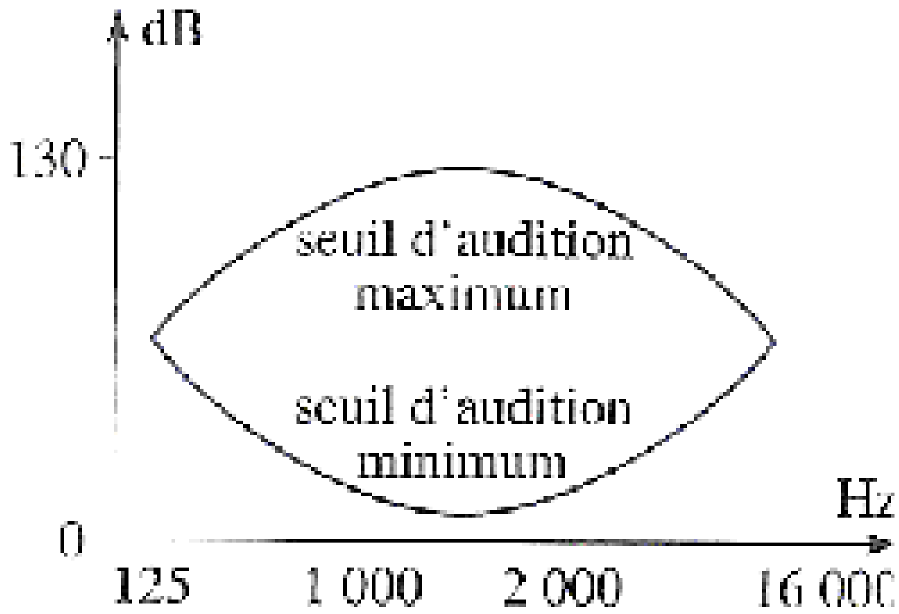
- Une voix chuchotée à 1m émet un niveau sonore de 30dB
- Un lave vaisselle situé à un mètre : 50dB
- Un restaurant scolaire : 80dB
- Un marteau-piqueur situé à 3m, autant qu'un casque audio dont le volume est au max : 100dB



On peut remarquer que la sensation de volume sonore perçue par l'oreille dépend aussi de la fréquence.

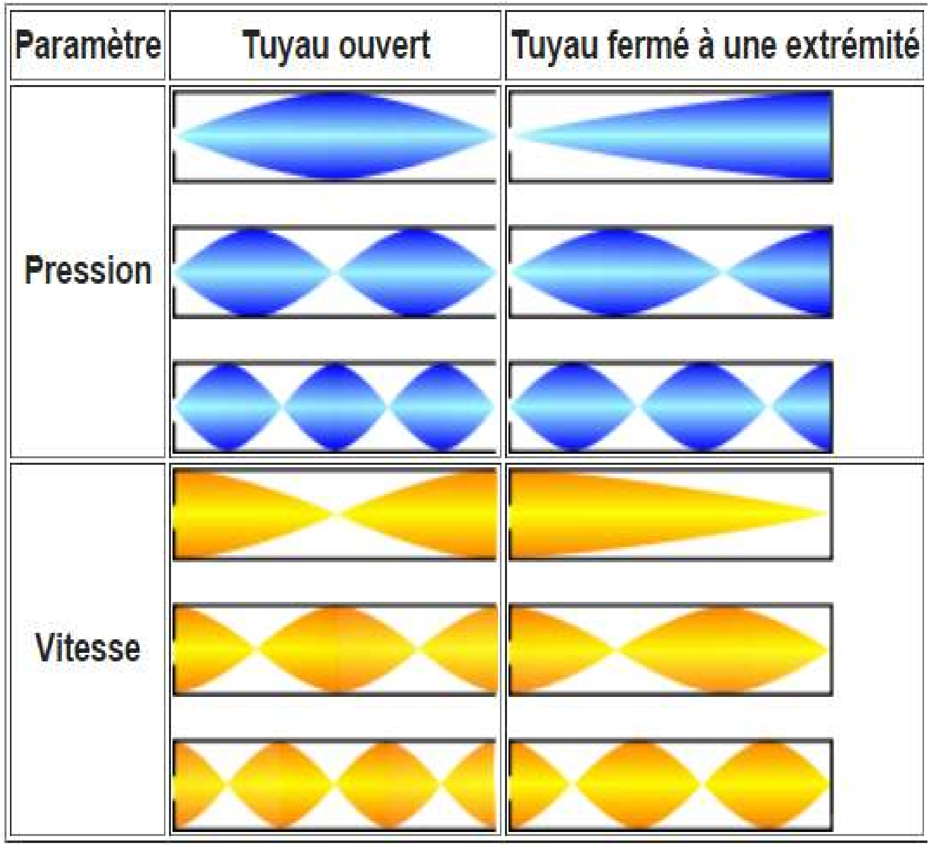
Ce phénomène est présenté par les courbes d'isosonies, c'est-à-dire de même perception de volume sonore. Le test est réalisé en faisant écouter à un groupe de personne un son sinusoïdal soutenu dont on va faire varier la fréquence et l'amplitude. Chaque courbe représente un même niveau de sensation de volume sonore.

La courbe plate du haut indique le seuil de douleur de l'oreille, ce niveau est d'environ 120dB pour toutes les fréquences. Ainsi pour des sons très forts, le niveau d'intensité pour produire la même sensation de volume sonore, ne varie pas beaucoup avec la fréquence. Par contre pour des sons très faibles, la sensation varie considérablement.



Ondes stationnaires dans les tuyaux :

Les instruments à vent, comme la flûte, émettent un son grâce aux ondes stationnaires qui s’établissent dans un tuyau muni d’une embouchure à une extrémité, l’autre pouvant être ouverte ou fermée.



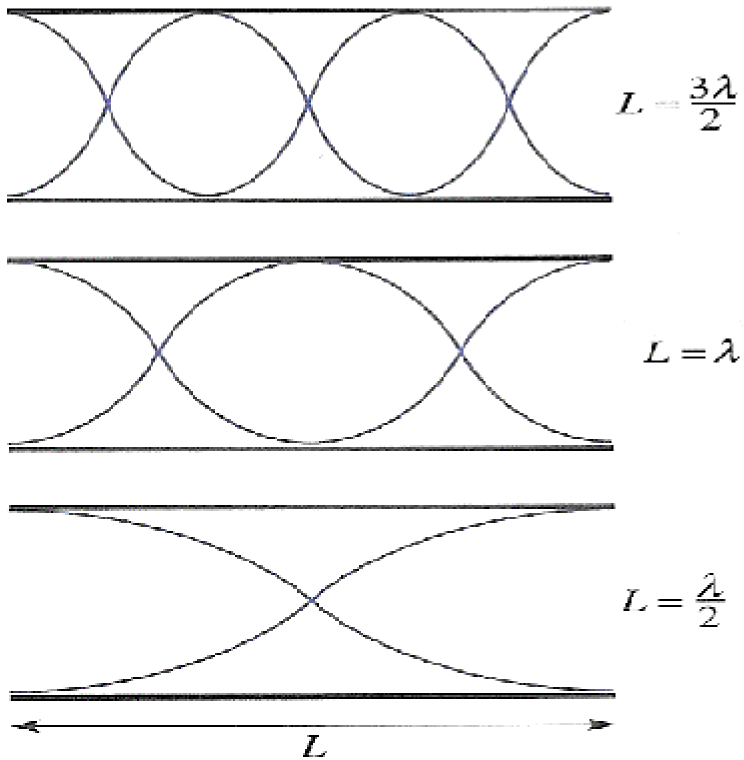
L’embouchure est un ventre de vitesse.

Si le tuyau est ouvert à l’autre extrémité, la surpression y sera alors nulle : on observera un nœud de pression associé à un ventre de vitesse.

Pour un tuyau fermé à l’autre extrémité, c’est le contraire : la vitesse des tranches d’air y sera alors nulle et on observera un nœud de vitesse et un ventre de pression.

Ondes stationnaires dans les tuyaux :

La flûte peut être modélisée comme un tuyau dont les deux extrémités sont ouvertes.



La longueur d'onde du son fondamental émis par une flûte de longueur L est, lorsque tous les trous sont bouchés :

$$\lambda_1 = 2L$$

La fréquence est alors :

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L}$$

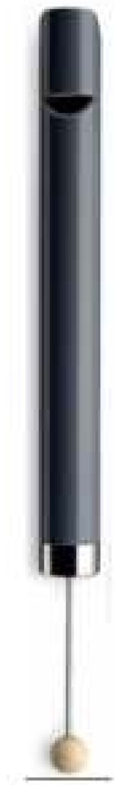
Pour une flûte soprano de longueur L = 32,5 cm et en prenant la vitesse du son égale à 340 m.s^{-1}, on trouve une fréquence du fondamental :

$$\nu_1 = \frac{c}{2L} = 523\ Hz$$

qui correspond au Do^4.

Ondes stationnaires dans les tuyaux :

Le jazzoflûte, ou flûte à coulisse peut être modélisé comme un tuyau dont une extrémité est ouverte et l'autre est fermée et amovible par un piston.



La longueur d'onde du son fondamental émis par un jazzoflute de longueur L de 25,5cm est :

$$\lambda_1 = 4L$$

La fréquence est alors environ 330Hz:

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{4L}$$

Lorsqu'on augmente la colonne d'air L, la fréquence diminue (extrait sonore).